

**DEFINICIONES**

Seno de alfa  $\sin(\alpha) = y$   
 Coseno de alfa  $\cos(\alpha) = x$   
 Tangente de alfa  $\tan(\alpha) = y/x$

**Conversión de ángulos**

$$180^\circ = \pi \text{ radianes}$$

**Funciones inversas**

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

**Fórmulas fundamentales:**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha \quad 1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$$

**Reducción al primer cuadrante:****Ángulos complementarios:**

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad \tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

**Ángulos suplementarios:**

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \quad \tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

**Ángulos que se diferencian en 180°:**

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha \quad \tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

**Ángulos que se diferencian en 90°:**

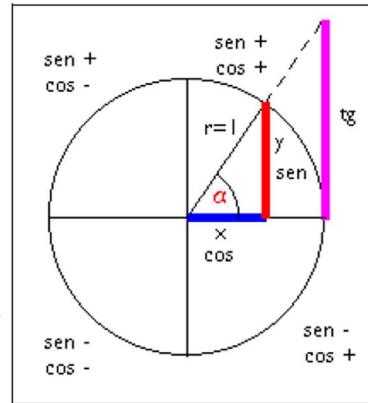
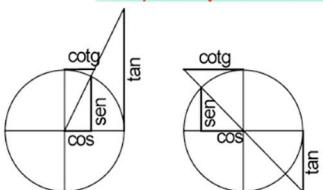
$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$$

**Ángulos opuestos:**

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

**Signo de las razones trigonométricas en los cuadrantes:**

| Cuadrante | Ángulo                           | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\tan \alpha$ |
|-----------|----------------------------------|---------------|---------------|---------------|
| I         | $0^\circ < \alpha < 90^\circ$    | +             | +             | +             |
| II        | $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  | +             | -             | -             |
| III       | $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ | -             | -             | +             |
| IV        | $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ | -             | +             | -             |

**TRIGONOMETRÍA y COMPLEJOS/1****Razones trigonométricas del ángulo doble:**

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \quad \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

**Razones trigonométricas del ángulo mitad:**

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

$$\tan \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$$

**Razones trigonométricas del ángulo suma:**

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

**Razones trigonométricas del ángulo diferencia:**

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

**Transformación de sumas en productos:**

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

**Transformación de productos en sumas:**

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

**Ángulos conocidos:**

| angulos  | 30°                  | 45°                  | 60°                  |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| razones  |                      |                      |                      |
| Seno     | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| Coseno   | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| Tangente | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |

**Resolución de triángulos rectángulos:**

$$\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adjacente}} = \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c} \\ \text{cosec } \alpha &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{opuesto}} = \frac{c}{b} \\ \text{cos } \alpha &= \frac{\text{adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c} \\ \text{sec } \alpha &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adjacente}} = \frac{c}{a} \\ \text{tg } \alpha &= \frac{\text{opuesto}}{\text{adjacente}} = \frac{b}{a} \\ \text{cotg } \alpha &= \frac{\text{adjacente}}{\text{opuesto}} = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

**Clasificación de los triángulos:**

Según sus lados

Equiláteros (sus tres lados iguales)

Isósceles (dos lados iguales y uno desigual)

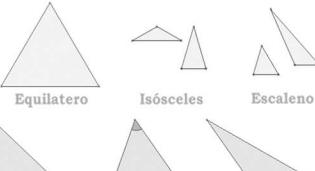
Escaleno (tres lados desiguales)

Según sus ángulos

Rectángulos (un ángulo recto)

Acutángulos (tres ángulos agudos)

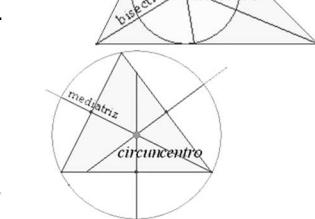
Obtusángulos (un ángulo obtuso)

**ELEMENTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO**

Bisectriz es la semirrecta que divide a un ángulo en dos partes iguales.

Incentro es el punto de intersección de las tres bisectrices de un triángulo.

Es el centro de la circunferencia inscrita.



Mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al mismo en su punto medio. Circuncentro es el punto de intersección de las tres mediatrixes de un triángulo. Es el centro de la circunferencia circunscrita.

Altura es el segmento perpendicular comprendido entre un vértice y el lado opuesto.

Ortocentro es el punto de intersección de las tres alturas de un triángulo.

Mediana es el segmento comprendido entre un vértice y el punto medio del lado opuesto. Baricentro es el punto de intersección de las tres medianas de un triángulo.

