Bachillerato de Ciencias Humanas y Sociales	
SOLUCIONES	**Julio de 2014**

OPCIÓN A

Problema 1. a) Si $A+B=\begin{pmatrix}5&3\\3&0\end{pmatrix}$ y $A-B=\begin{pmatrix}1&1\\-1&0\end{pmatrix}$, sumando las expresiones:

$2A=\begin{pmatrix}6&4\\2&0\end{pmatrix}$ y entonces $A=\begin{pmatrix}3&2\\1&0\end{pmatrix}$. $B=\begin{pmatrix}5&3\\3&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&2\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}$.

b) Si $AXA=B\to A^{-1}AXAA^{-1}=A^{-1}BA^{-1}\to IXI=A^{-1}BA^{-1}\to X=A^{-1}BA^{-1}$, y como la inversa de A es: $A^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{pmatrix}0&-2\\-1&3\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&2\\1&-3\end{pmatrix}$, se tiene:

$$X=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&2\\1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&2\\1&-3\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}0&2\\1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&4\end{pmatrix}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}0&8\\1&-11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2\\1/4&-11/4\end{pmatrix}.$$

Problema 2. a) $D=\Re-\{3,5\}$ pues el denominador es $(x-3)(x-5)$.

Los puntos de corte son $P=(0,16/15)$, $Q=(4,0)$ pues el numerador es $(x-4)^2$.

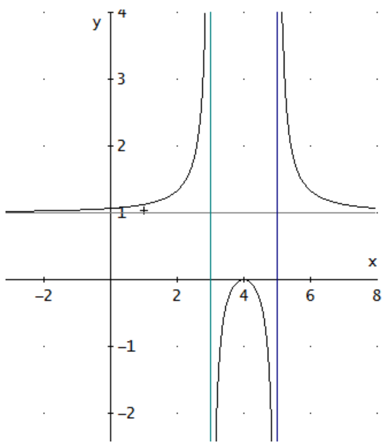
b) Las asíntotas verticales son $x=3$, $x=5$ y la asíntota horizontal $y=\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$.

c) La derivada $y'=\dfrac{8-2x}{(x-3)^2(x-5)^2}$ se anula en $x=4$.

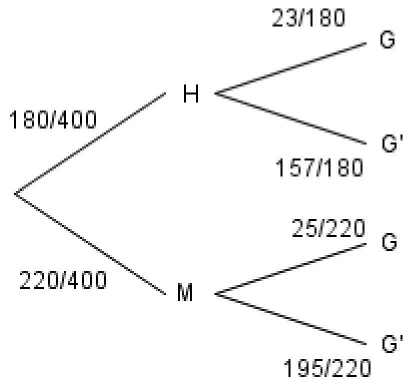
Como en los intervalos $(-\infty,3)\cup(-3,4)$, $y'>0$, la función es creciente.

Como en los intervalos $(4,5)\cup(5,\infty)$, $y'<0$, la función es decreciente.

d) Sólo hay máximo local: $M=(4,0)$.



Problema 3.



a) $p(G') = \frac{180}{400}\cdot\frac{157}{180} + \frac{220}{400}\cdot\frac{195}{220} = \frac{157}{400} + \frac{195}{400} = \frac{352}{400} = 0{,}88$.

b) $p(M \cap G') = \frac{220}{400}\cdot\frac{195}{220} = \frac{195}{400} = 0{,}4875$.

c) $p(H/G') = \frac{p(H \cap G')}{p(G')} = \frac{\frac{180}{400}\cdot\frac{157}{180}}{0{,}88} = \frac{\frac{157}{400}}{0{,}88} = 0{,}4460$.

d) $p(G'/M) = \frac{p(G' \cap M)}{p(M)} = \frac{\frac{195}{220}\cdot\frac{220}{400}}{\frac{220}{400}} = \frac{195}{220} = 0{,}8864$.

OPCIÓN B

Problema 1. El sistema es: $\begin{cases} x+y+z=7000 \\ 0{,}05x+0{,}03y+0{,}01z=202 \\ x+y=z+2600 \end{cases}$. Utilizando el método de Gauss:

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7000 \\ 1 & 1 & -1 & 2600 \\ 5 & 3 & 1 & 20200 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7000 \\ 0 & 0 & -2 & -4400 \\ 0 & -2 & -4 & -14800 \end{pmatrix}$, de donde $2z = 4400 \rightarrow z = 2200$,

$y + 2200 = 7400 \rightarrow y = 3000$, $x + 3000 + 2200 = 7000 \rightarrow x = 1800$.

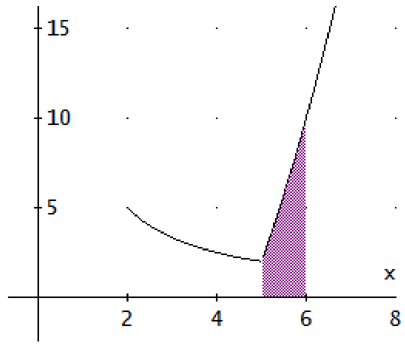
Problema 2. a) $\lim_{x\to +5^-} f(x) = \lim_{x\to +5^+} f(x) = f(5) \to \frac{a}{5} = 2 \to a = 10$.

b) $g(x) = \begin{cases} \frac{15}{x} & 2 \le x < 5 \\ x^2 - 3x - 8 & 5 \le x \le 7 \end{cases} \to g'(x) = \begin{cases} -\frac{15}{x^2} & 2 \le x < 5 \\ 2x - 3 & 5 < x \le 7 \end{cases}$. Como $x = \frac{3}{2}$ queda fuera del intervalo de definición, no se considera.

Como $g'(x) < 0$ en el intervalo $(2,5)$, la función es decreciente.

Como $g'(x) > 0$ en el intervalo $(5,7)$, la función es creciente.

c) $\int_5^6 (x^2 - 3x + 8)dx = \left.\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 8x\right|_5^6 = \left(\frac{6^3}{3} - \frac{3\cdot 6^2}{2} - 8\cdot 6\right) - \left(\frac{5^3}{3} - \frac{3\cdot 5^2}{2} - 8\cdot 5\right) = \frac{35}{6}$.



Problema 3. a) $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{19}{24}$.

b) $p(A'\cap B') = p[(A\cup B)'] = 1 - p(A\cup B) = 1 - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$.

c) $p(A/B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)} = \frac{5/8}{3/4} = \frac{5}{6}$.

d) Como $p(A/B) \ne p(A)$, los sucesos son dependientes. También se cumple que $p(B/A) = \frac{p(A\cap B)}{p(A)} = \frac{5/8}{2/3} = \frac{15}{16} \ne p(B)$.