



# PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MAYO 2013

## MATEMÁTICAS

### INDICACIONES AL ALUMNO

- Resuelva tres de los cuatro ejercicios propuestos.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 10 puntos. La nota del examen será igual a la media aritmética de las notas obtenidas con los tres ejercicios elegidos.
- Las respuestas deben ser razonadas.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

### Problema 1

Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y + 2z = 5 \end{cases}, \quad k \in \mathbf{R}.$$

- Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro  $k$ .
- Resuelva el sistema para  $k = 0$ .
- Resuelva el sistema para  $k = 2$ .

### Problema 2

Considere la función  $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$  definida por  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4}$ .

- Determine el dominio de definición de la función  $f$  y calcule sus asíntotas.
- Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función  $f$ .
- Esboce la gráfica de la función  $f$ .

### Problema 3

Considere la recta  $r \equiv \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$  y el plano  $\pi \equiv x + y + z + 4 = 0$ .

- Estudie la posición relativa de la recta  $r$  y el plano  $\pi$ .
- Calcule la ecuación general del plano  $\pi_1$  que es perpendicular al plano  $\pi$  y contiene a la recta  $r$ .
- Halle la distancia del punto  $P = (1, -2, 1)$  al plano  $\pi$ .

### Problema 4

Considere las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a+2 & 4 & 3 \\ a+2 & 6 & 2 \\ a+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b+1 & 4 & 3 \\ b+2 & 6 & 2 \\ b+3 & 8 & 1 \end{pmatrix} \text{ con } a, b \in \mathbf{R}.$$

- Calcule el valor del parámetro  $a$  para que el determinante de la matriz  $A$  sea igual a 4.
- Determine para qué valores del parámetro  $a$  la matriz  $A$  es regular (invertible).
- Demuestre que la matriz  $B$  la matriz no tiene inversa para ningún valor del parámetro  $b$ .