

## FQ1B. FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

### Fuerzas conservativas

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas solo depende de la posición inicial y final del cuerpo y es independiente de la trayectoria seguida para pasar de un punto a otro. Además, dicho trabajo equivale a la variación negativa de la energía potencial:  $W = -\Delta E_p$

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una trayectoria cíclica o de ida y vuelta es nulo.

Teorema de conservación de la energía mecánica:

Si suponemos que sobre un cuerpo realizamos un trabajo de modo que se modifique su velocidad y a la vez su posición, entonces tendremos que:

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Si consideramos un **sistema aislado (no actúa ninguna fuerza exterior sobre él)**, entonces:

$$W_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow 0 = \Delta E_c + \Delta E_p \quad ; \quad 0 = (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1})$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \quad , \quad \text{es decir:}$$

$$E_{m1} = E_{m2}$$

lo que constituye el teorema de conservación de la energía mecánica: “ **En un sistema aislado la energía mecánica del sistema permanece constante**”. En un sistema aislado, por tanto, la energía puede transformarse de unas formas a otras (por ejemplo de cinética a potencial o viceversa) pero la energía total permanecerá constante.

### Fuerzas no conservativas.

En los sistemas físicos reales no solo participan fuerzas conservativas; por el contrario, lo habitual es que existan también fuerzas no conservativas o disipativas, como pueden ser las de fricción, las musculares, etc. Un ejemplo típico lo constituye la caída de un objeto: aquí, además de la fuerza gravitacional (conservativa), actúa la fricción con el aire (disipativa).

El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica del sistema.  $W_{\text{no conservativas}} = \Delta(E_c + E_p)$

El trabajo realizado por las fuerzas disipativas, como la fricción, es negativo, por lo que produce siempre una disminución de la energía mecánica del sistema. Así pues:

Las fuerzas no conservativas realizan un trabajo que se emplea en disminuir o disipar la energía mecánica del sistema.

El trabajo efectuado por la fricción, por ejemplo, hace que parte de la energía mecánica del sistema se disipe en forma de calor (Q).

### Resumen:

#### CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (Fuerzas conservativas y no conservativas)

El trabajo de una fuerza conservativa es igual al incremento de la energía cinética e igual al menos incremento de la energía potencial:

$$W_{Fc} = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} \quad W_{Fc} = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{pi}) \quad \Delta E_c = -\Delta E_p \quad \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

O sea: La variación de energía mecánica total es 0.  $\Delta E_m = 0$  es decir, la energía mecánica total se mantiene constante.

Si sobre un cuerpo actúan fuerzas conservativas y no conservativas (como el rozamiento), la energía mecánica no se mantiene constante porque parte de ella se transforma en otro tipo de energía.

Si sobre un cuerpo actúan dos fuerzas: una conservativa y otra no conservativa:

$W_T = W_{Fc} + W_{Fnc} = \Delta E_c$        $W_{Fc} = -\Delta E_p$        $W_{Fnc} = \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E_m$       es decir, el trabajo de la fuerza de rozamiento transforma en calor parte de la energía mecánica inicial del cuerpo.

1. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Determina la altura máxima que alcanzará.

La energía mecánica inicial será igual a la energía cinética del cuerpo ya que se encuentra en el suelo. A medida que asciende, la energía cinética se va transformando en energía potencial. En la altura máxima, la energía mecánica será igual a la energía potencial ya que la energía cinética vale cero al estar el cuerpo parado.

$$Em_1 = Em_2 ; Ec_1 = Ep_2 ; \frac{1}{2} \cdot m \cdot 20^2 = m \cdot 9,8 \cdot h ; h = 20,4 \text{ m}$$

2. Se deja caer sobre un muelle un cuerpo de 2 kg desde una altura de 5 m. Calcula cuanto se comprime el muelle si su constante elástica es 3000 N/m.

La energía potencial gravitatoria se transforma en energía potencial elástica:

$$Em_1 = Em_2 ; Ep_{G1} = Ep_{x2} ; m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 ; 2 \cdot 9,8 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 3000 \cdot x^2 ; x = 0,26 \text{ m}$$

3. Desde una altura de 5 metros desliza por un plano inclinado un cuerpo de 2 kg de masa que parte del reposo. Calcula la velocidad del cuerpo cuando abandona el plano inclinado suponiendo: Qué no hay de rozamiento.

Qué hay rozamiento y el trabajo realizado por esta fuerza es de 15 J.

a) La energía potencial del cuerpo se transforma en energía cinética:

$$Em_1 = Em_2 ; Ep_1 = Ec_2 ; 2 \cdot 9,8 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 ; v = 9,9 \text{ m/s}$$

b) Si consideramos que hay rozamiento la energía mecánica no se conserva, porque parte de esa energía pasa al suelo y al cuerpo en forma de energía térmica. La energía mecánica final será igual a la energía mecánica inicial menos el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

$$Em_1 - W_{fr} = Em_2 ; Ep_1 - 15 = Ec_2 ; 2 \cdot 9,8 \cdot 5 - 15 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 ; v = 9,1 \text{ m/s}$$

4. En una atracción de la feria se deja caer desde una altura de 20 m una vagoneta con cuatro personas con una masa total de 400 kg. Si el rizo tiene un diámetro de 7 m y suponemos que no hay rozamiento calcula:

La energía mecánica de la vagoneta en el punto A.

La energía cinética de la vagoneta en el punto B.

La velocidad de la vagoneta en el punto C.

La fuerza que tiene que realizar el mecanismo de frenado de la atracción si la vagoneta se tiene que detener en 10 m.

a) La energía mecánica en A será igual a su energía potencial:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 400 \cdot 9,8 \cdot 20 = 78400 \text{ J}$$

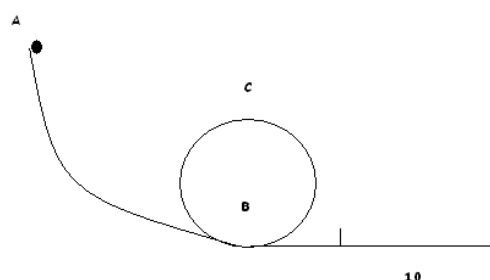
b) La energía cinética en B será igual a la energía potencial arriba:  $Ec = 78400 \text{ J}$

En el punto C la energía mecánica será igual a la suma de la energía cinética y de la energía potencial:

$$Em_A = Em_C ; Ep_A = m \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 ; 78400 = 400 \cdot 9,8 \cdot 7 + 0,5 \cdot 400 \cdot v^2 ; v = 15,9 \text{ m/s}$$

Cuando la vagoneta llega abajo, toda su energía potencial se ha transformado en energía cinética como ya hemos visto en el apartado b).

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 ; 78400 = 0,5 \cdot 400 \cdot v^2 ; v = 19,8 \text{ m/s}$$



El mecanismo de frenado de la atracción realiza un trabajo que se opone al movimiento y que hace que la velocidad pase de 19,8 m/s a 0 m/s.

$$W = \Delta E_c ; -F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 ; -F \cdot 10 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 19,8^2 ; F = 7840,8 \text{ N}$$

En la ecuación anterior podíamos poner (F) en vez de (-F) y al despejar la fuerza saldría negativa. Como ya hemos tenido en cuenta el sentido de la fuerza al poner el signo negativo en la ecuación, al despejar F lo que obtenemos es la intensidad de la fuerza (su módulo, su valor numérico).

**5. Un cuerpo de masa 250 g se une a un muelle de constante elástica 500 N/m. Si el muelle se comprime 20 cm, calcular la velocidad con la que el cuerpo pasa por el punto de equilibrio**

**Suponiendo rozamiento nulo.**

**Suponiendo que el coeficiente de rozamiento valga 0,50**

- a) Cuando el muelle está comprimido su energía cinética es nula y la energía potencial elástica valdrá:  $E_{p1} = \frac{1}{2} k x^2$

Cuando se suelta, la fuerza elástica realiza trabajo transformando la energía potencial acumulada en energía cinética y la energía mecánica se conservará:

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

Como en el punto de equilibrio  $x = 0$  ;  $E_{p2} = 0$ . Por tanto:

$$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2 ; v = \sqrt{\frac{k x^2}{m}} = \sqrt{\frac{500 \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}} \cdot 0,20^2 \text{ m}^2}{0,250 \text{ kg}}} = 8,94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) Cuando el muelle está comprimido la situación es idéntica al caso anterior. Esto es: su energía cinética es nula y la energía potencial elástica valdrá:

$$E_{p1} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 500 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,20^2 \text{ m}^2 = 10 \text{ J}$$

Cuando se suelta, la fuerza elástica realiza trabajo transformando la energía potencial acumulada en energía cinética, pero ahora la fuerza de rozamiento realizará trabajo (negativo) restando energía cinética que se convierte en calor. Como existe una fuerza no conservativa que realiza trabajo ahora no se conserva la energía mecánica.

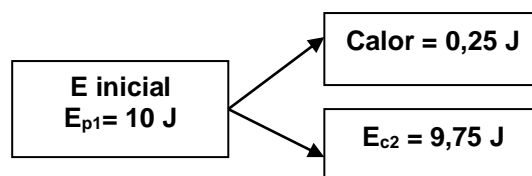
Cuando pasa por el punto de equilibrio ( $x=0$ ):

$$W_{FR} = - F_R \cdot x = - \mu m g x = - 0,50 \cdot 0,25 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,20 \text{ m} = - 0,25 \text{ J}$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{p2} = 0$$

Aplicando la Ley de Conservación de la Energía:

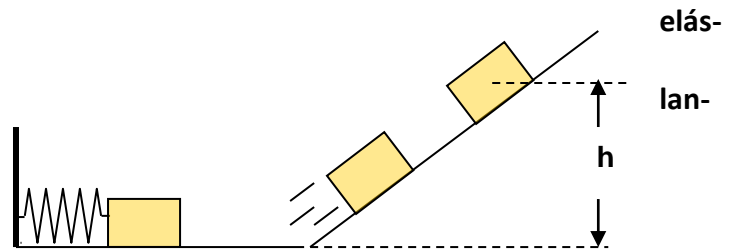


La fuerza de rozamiento resta energía al cuerpo que transfiere al ambiente en forma de calor.

Una vez conocida la energía cinética al final, calculamos la velocidad:

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m v^2 ; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,75 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{0,25 \text{ kg}}} = 8,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

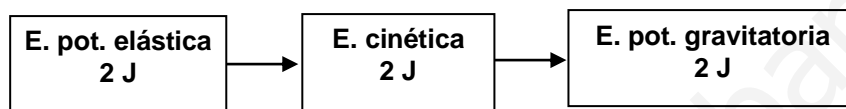
6. El muelle de la figura tiene una constante elástica de 100 N/m y está comprimido 20 cm. Cuando se suelta, el cuerpo ( $m = 500 \text{ g}$ ) saldrá zado ascendiendo por el plano inclinado. Calcular la altura máxima que alcanzará suponiendo rozamiento nulo.



En el punto inicial el cuerpo tiene energía potencial (elástica) debida a la acción del muelle.

$$E_{p1} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} 0,20^2 \text{ m}^2 = 2 \text{ J}$$

Cuando se suelta, la energía potencial se transformará en cinética, y a medida que ascienda por el plano inclinado y por acción de la fuerza de gravedad, irá perdiendo energía cinética que se irá transformando en potencial (gravitatoria). Cuando alcance el punto de máxima altura  $v = 0$ . Por tanto, toda la energía cinética se habrá transformado en potencial gravitatoria.

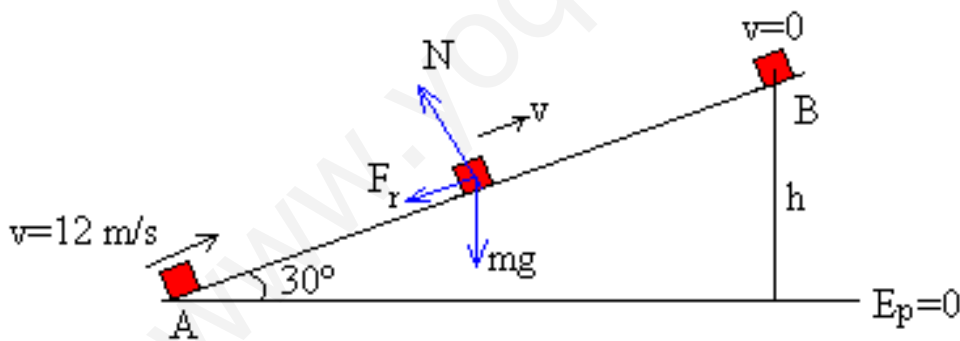


Luego:

$$E_p = m \cdot g \cdot h; \quad h = \frac{E_p}{m \cdot g} = \frac{2 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}}{0,5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,4 \text{ m}$$

7. Un bloque de masa 0.2 kg inicia su movimiento hacia arriba, sobre un plano de  $30^\circ$  de inclinación, con una velocidad inicial de 12 m/s. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0.16. Determinar:

la longitud  $x$  que recorre el bloque a lo largo del plano hasta que se para  
la velocidad  $v$  que tendrá el bloque al regresar a la base del plano



Cuando el cuerpo asciende por el plano inclinado

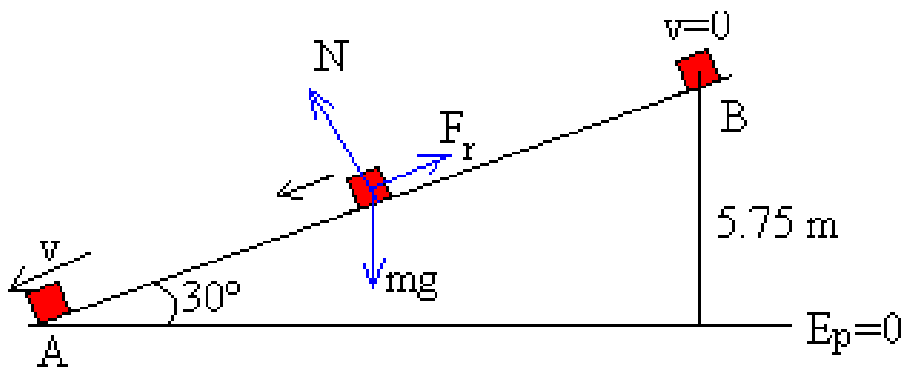
La energía del cuerpo en A es  $E_A = \frac{1}{2} 0.2 \cdot 12^2 = 14.4 \text{ J}$

La energía del cuerpo en B es  $E_B = 0.2 \cdot 9.8 \cdot h = 1.96 \cdot h = 0.98 \cdot x \text{ J}$

El trabajo de la fuerza de rozamiento cuando el cuerpo se desplaza de A a B es

$W = -F_r \cdot x = -\mu \cdot mg \cdot \cos \vartheta \cdot x = -0.16 \cdot 0.2 \cdot 9.8 \cdot \cos 30^\circ \cdot x = -0.272 \cdot x \text{ J}$

De la ecuación del balance energético  $W = E_B - E_A$ , despejamos  $x = 11.5 \text{ m}$ ,  $h = x \cdot \sin 30^\circ = 5.75 \text{ m}$



Cuando el cuerpo desciende

La energía del cuerpo en B es  $E_B = 0.2 \cdot 9.8 \cdot h = 1.96 \cdot h = 0.98 \cdot x = 0.98 \cdot 11.5 = 11.28 \text{ J}$

La energía del cuerpo en la base del plano  $E_A = \frac{1}{2} 0.2 \cdot v^2$

El trabajo de la fuerza de rozamiento cuando el cuerpo se desplaza de A a B es

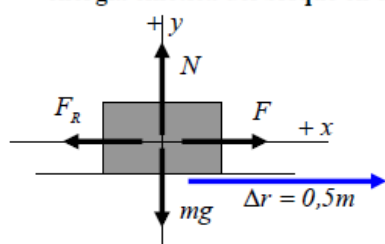
$W = -F_r \cdot x = -\mu \cdot mg \cdot \cos \vartheta \cdot x = -0.16 \cdot 0.2 \cdot 9.8 \cdot \cos 30 \cdot 11.5 = -3.12 \text{ J}$

De la ecuación del balance energético  $W = E_A - E_B$ , despejamos  $v = 9.03 \text{ m/s}$ .

8.

12. Un bloque de 5 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal mientras se le aplica una fuerza de 10 N, paralela a la superficie.

- Dibujar en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y explicar el balance trabajo-energía en un desplazamiento del bloque de 0,5 m.
- Dibujar en otro esquema las fuerzas que actuarían sobre el bloque si la fuerza que se le aplica fuera de 30 N en una dirección que forma  $60^\circ$  con la horizontal, e indicar el valor de cada fuerza. Calcular la variación de energía cinética del bloque en un desplazamiento de 0,5 m.



a) Fuerzas que actúan sobre el bloque:

$$F_g = m \cdot g = 50 \text{ N}$$

$$F = 10 \text{ N}$$

Teniendo en cuenta que se mueve con velocidad constante, se cumple la primera

ley de Newton  $\Sigma \vec{F} = 0$ , por lo que

$$y) N - mg = 0 \rightarrow N = mg = 50 \text{ N}$$

$$x) F - F_R = 0 \rightarrow F_R = F = 10 \text{ N}$$

Con esto, podemos calcular el coeficiente de rozamiento, ya que  $F_R = \mu N \rightarrow \mu = \frac{10 \text{ N}}{50 \text{ N}} = 0,2$

**Balance trabajo-energía:** Estudiamos el carácter conservativo o no conservativo de las fuerzas y su efecto sobre la energía del cuerpo.

**Fuerza gravitatoria:** Es conservativa. No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento, por lo que no hará variar la energía potencial gravitatoria del cuerpo ( $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$ , con nivel cero de  $E_{pg}$  en el suelo)

**Normal:** es No conservativa. No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento, por lo que no contribuye a variar la energía mecánica del cuerpo.

**Fuerza de rozamiento:** Es no conservativa. Realiza un trabajo negativo, ya que se opone al desplazamiento. Esta fuerza disipa energía mecánica del cuerpo, que pasa al medio mediante calor.

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -F_R \cdot \Delta r = -10 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = -5 \text{ J}$$

**Fuerza aplicada:** Es no conservativa. Realiza un trabajo positivo, ya que va a favor del desplazamiento. Esta fuerza aporta energía mecánica del cuerpo.

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = F \cdot \Delta r = 10 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 5 \text{ J}$$

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica

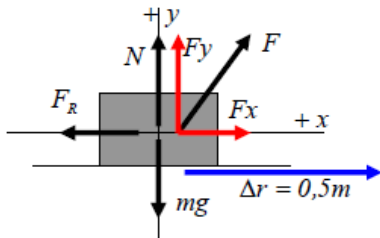
$$\Delta E_M = W_{FNC} = W_N + W_F + W_{FR} = 0 + 5 J - 5 J = 0$$

Vemos que la energía mecánica del bloque se mantiene constante, ya que el trabajo total de todas las fuerzas no conservativas es nulo.

También la energía cinética se mantiene constante, ya que según el teorema trabajo-energía cinética

$$\Delta E_C = W_{tot} = W_{Fg} + W_N + W_F + W_{FR} = 0 + 0 + 5 J - 5 J = 0, \text{ por lo que } E_C = \text{cte.}$$

b) Calculamos las fuerzas en la nueva situación:



$$F_g = mg = 50 N$$

$$F_x = F \cdot \cos 60^\circ = 30 N \cdot 0,5 = 15 N$$

$$F_y = F \cdot \sin 60^\circ = 30 N \cdot 0,866 = 25,98 N$$

En la dirección y se cumple que  $\Sigma F_y = 0$ , por lo que

$$N + F_y - mg = 0 \rightarrow N = 50 N - 25,98 N = 24,02 N$$

$$\text{Y la fuerza de rozamiento: } F_R = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 24,02 N = 4,8 N$$

Calculamos la variación de energía cinética en el desplazamiento de 0,5 m aplicando el teorema trabajo-energía cinética:

$$\Delta E_C = W_{tot} \rightarrow \Delta E_C = W_{Fg} + W_N + W_F + W_{FR}$$

Calculamos el trabajo realizado por cada fuerza

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos 60^\circ = 30 N \cdot 0,5 m \cdot 0,5 = 7,5 J$$

$$W_N = W_{Fg} = 0 \quad \text{ya que son perpendiculares al desplazamiento}$$

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -4,8 N \cdot 0,5 m = -2,4 J$$

$$\text{Así } \Delta E_C = W_{tot} = 7,5 J - 2,4 J = 5,1 J$$

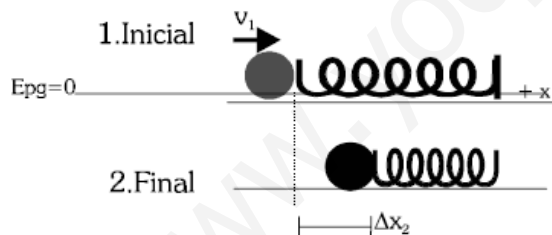
9.

16. Un bloque de 5 kg desliza sobre una superficie horizontal. Cuando su velocidad es de  $5 \text{ m s}^{-1}$  choca contra un resorte de masa despreciable y de constante elástica  $K = 2500 \text{ N m}^{-1}$ . El coeficiente de rozamiento bloque-superficie es 0,2.

a) Haga un análisis energético del problema.

b) Calcule la longitud que se comprime el resorte. ( $\Delta x = 0,22 \text{ m}$ )

c) Tras la compresión máxima, el muelle vuelve a descomprimirse y el bloque sale despedido hacia atrás. Calcule la distancia que recorre el bloque hasta que se para. ( $\Delta r = 6 \text{ m aprox.}$ )

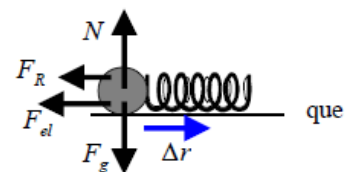


$$\text{Datos: } m = 5 \text{ kg}, \quad K = 2500 \text{ N/m}, \quad \mu = 0,2$$

$$\text{Inicial: } v_1 = 5 \text{ m/s}; \quad \Delta x_1 = 0 \text{ m}$$

$$\text{Final: } v_2 = 0 \text{ m/s}; \quad \Delta x_2 = ?$$

a) Resolvemos el problema usando conceptos energéticos. Estudiamos las fuerzas que actúan a lo largo del desplazamiento del cuerpo y cómo varían las diferentes energías implicadas en él.



Fuerzas que actúan:

- Peso:  $F_g = m \cdot g = 50 \text{ N}$ . Es conservativa  $\rightarrow$  Tiene asociada una energía potencial gravitatoria. Esta  $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$ , se mantendrá constante (e igual a 0), ya que el peso no realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento.
- Normal: La calculamos haciendo  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - F_g = 0 \Rightarrow N = F_g = 50 \text{ N}$ . Es una fuerza no conservativa, pero no realiza trabajo durante el desplazamiento, ya que es perpendicular a éste. No contribuye a la variación de la energía mecánica.
- Fuerza de rozamiento:  $F_R = \mu N$ . Es una fuerza no conservativa, disipativa, y el trabajo que realiza hace disminuir la energía mecánica del cuerpo.
- Fuerza elástica ( $\vec{F}_{el} = -K \cdot \Delta \vec{x}$ ). Es una fuerza conservativa, que lleva asociada una energía potencial elástica ( $E_{pel} = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$ ). Hará disminuir la  $E_C$  del bloque conforme se comprime, aunque no hace variar la  $E_M$ .



### Variaciones de energía:

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ : Disminuye hasta hacerse cero, debido al trabajo realizado por el rozamiento y por la fuerza elástica.

$E_{pg} = m \cdot g \cdot h$  (origen en el suelo  $h=0$ ) Se mantiene constante e igual a 0. No la tendremos en cuenta.

$E_{pel} = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$  (origen en la posición de equilibrio) Inicialmente nula. Aumenta conforme se comprime el muelle, hasta llegar a su valor máximo.

$E_M = E_c + E_{pg} + E_{pel}$ : No se mantiene constante, debido a que actúan una fuerza no conservativa (rozamiento) que realiza trabajo. Se cumplirá que  $W_{FNC} = \Delta E_M \rightarrow W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

En resumen. Inicialmente el cuerpo tiene energía cinética, que se invierte en comprimir el muelle, aumentando su energía potencial. Parte de la energía cinética inicial se disipa en forma de calor debido al rozamiento, con lo que la energía mecánica disminuye.

b) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica.

Situación inicial:  $E_{M1} = E_{c1} + E_{p_{g1}} + E_{p_{el1}} = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$

Situación final:  $E_{M2} = E_{c2} + E_{p_{g2}} + E_{pel_2} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2$

$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -F_R \cdot \Delta r = -\mu \cdot mg \cdot \Delta x_2$

(el desplazamiento  $\Delta r$  coincide con la compresión final del muelle)

Sustituyendo los datos ( $K = 2500 \text{ N/m}$ ,  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $v_1 = 5 \text{ m/s}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

$$\frac{1}{2} 2500 \cdot \Delta x_2^2 - \frac{1}{2} 5 \cdot 5^2 = -0,2 \cdot 50 \cdot \Delta x_2$$

Tenemos una ecuación de segundo grado. Resolviéndola, obtenemos la compresión final del muelle

$$\Delta x_2 = 0,22 \text{ m}$$

10

8. Un bloque de 2 kg situado a 5 m de altura y en reposo empieza a deslizar por una rampa lisa y a continuación recorre 6 m sobre una superficie horizontal rugosa hasta que se para. a) ¿Cuál es la velocidad del bloque al finalizar la rampa? b) ¿Qué trabajo realiza el rozamiento sobre el bloque? c) ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie horizontal?



a) La energía potencial se transforma totalmente en energía cinética al final de la rampa:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5} = 9,9 \text{ ms}^{-1}$$

b) Toda la energía cinética se transforma en trabajo de rozamiento ( $W_r$ ). Así:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 = +W_r \Rightarrow W_r = 2 \cdot 9,8 \cdot 5 = 98 \text{ J}$$

c) El trabajo de rozamiento es  $F_r \cdot 6 = 98 \text{ J}$ , donde  $F_r$  es la fuerza de rozamiento, luego:

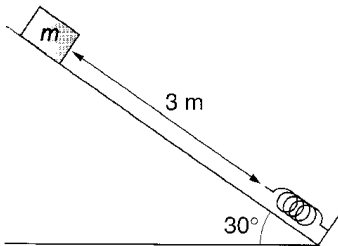
$$F_r = \frac{98}{6} = 16,3 \text{ N}$$

y como  $F_r = \mu P_N = 2 \times 9,8 \times m$ , obtenemos para el coeficiente de rozamiento:

$$\mu = \frac{16,3}{19,6} = 0,83.$$

11.

Un cuerpo de 0,5 kg de masa parte del reposo y resbala por un plano inclinado de 3 m de longitud, que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Al final del plano choca contra un resorte. Calcula la deformación del resorte si su constante elástica es  $K = 400 \text{ N/m}$ .



Si no hay pérdidas de energía mecánica debidas a rozamiento o al choque con el muelle y tomando como referencia de la energía potencial inicial el nivel del muelle una vez deformado, la energía potencial en lo alto del plano inclinado se transforma íntegramente en energía potencial elástica.

Si  $x$  es la deformación del muelle, la altura  $h$  en lo alto del plano es:

$$h = (l + x) \text{ sen } 30 = (3m + x) \cdot 0,5$$

Igualando la energía inicial y final:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} Kx^2 \Rightarrow 0,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (3m + x) \cdot 0,5 = \frac{1}{2} 400 \text{ (N/m)} x^2$$

Despejando queda la ecuación de segundo grado:

$$200 x^2 - 2,45x - 7,35 = 0 \Rightarrow x = 0,2 \text{ m}$$