UNIVERSIDAD DE GRANADA
RESOLUCIÓN PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
TERRITORIO DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN
CURSO 2010-2011

FÍSICA

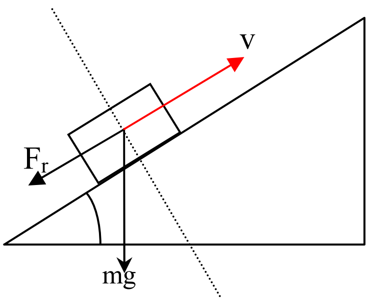
Universidad de Granada

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Debe desarrollar tres problemas y dos cuestiones c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos d) Cada cuestión se calificará con hasta 1,25 puntos, mientras que cada problema con hasta 2,5 puntos. e) Para obtener la máxima puntuación debe realizar un esquema del problema y explicar los pasos que se dan.

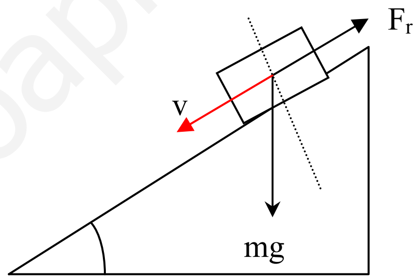
Problemas:

P.1.- Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de 5 m/s. Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1.
a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.
b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque. Comente el signo del resultado obtenido. ***($g = 10\ m{\cdot}s^{-2}$)*** ***(Selectividad Junio 2010)***

En el Ascenso:



En el Descenso:



- La fuerza peso:
  $P = m{\cdot}g = 10kg{\cdot}9{,}81m/s^2 = 98{,}1\ N$
- La fuerza de rozamiento:
  $F_r = \mu{\cdot}N = \mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha =$
  $= 0{,}1{\cdot}10kg{\cdot}9{,}81m{\cdot}s^{-2}{\cdot}sen30° = 4{,}905\ N$

Aplicando la 2ª Ley de Newton:

$$\sum\vec{F} = m{\cdot}\vec{a}$$

De donde:

$$-F_r - m{\cdot}g{\cdot}sen\alpha = m{\cdot}a$$
$$-\mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}sen\alpha - m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha = m{\cdot}a$$

Y despejando a:

$$a = -g(\mu{\cdot}\cos\alpha + sen\alpha)$$

Cuando el cuerpo está en la base del plano inclinado, solo tiene energía cinética:

$$E_M = E_c = \frac{1}{2}{\cdot}m{\cdot}v^2 = 125\ J$$

- La fuerza peso:
  $P = m{\cdot}g = 10kg{\cdot}9{,}81m/s^2 = 98{,}1\ N$
- La fuerza de rozamiento:
  $F_r = \mu{\cdot}N = \mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha =$
  $= 0{,}1{\cdot}10kg{\cdot}9{,}81m{\cdot}s^{-2}{\cdot}sen30° = 4{,}905\ N$

Aplicando la 2ª Ley de Newton:

$$\sum\vec{F} = m{\cdot}\vec{a}$$

De donde:

$$-F_r + m{\cdot}g{\cdot}sen\alpha = m{\cdot}a$$
$$-\mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}sen\alpha + m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha = m{\cdot}a$$

Y despejando a:

$$a = -g(\mu{\cdot}\cos\alpha - sen\alpha)$$

Cuando el cuerpo está en lo alto del plano inclinado, solo tiene energía potencial:

$$E_M = E_p = m{\cdot}g{\cdot}h$$

Calculemos la altura a la que llega el cuerpo:

Como $a = -g(\mu \cdot sen\alpha + \cos\alpha)$, sustituyendo valores obtenemos:

$$a = -g(\mu \cdot \cos\alpha + sen\alpha) = -5,75\ m \cdot s^{-2}$$

Y utilizando la ecuación independiente del tiempo, obtenemos:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot S$$

Despejando S:

$$S = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-25}{-11,5} = 2,17\ m$$

De donde la altura será:

$$sen30^\circ = \frac{h}{S} \Rightarrow h = S \cdot sen30^\circ = 1,086\ m$$

Por tanto vemos que nos se cumple el principio de conservación de la energía mecánica, ya que la Energía Mecánica en el punto más bajo es de 125 J, mientras que la energía mecánica en el más alto es de $E_M = E_p = m \cdot g \cdot h = 10 \cdot 9,81 \cdot 1,09 = 106,63\ J$. Como no podía ser de otra forma al tener una fuerza de rozamiento.

El trabajo de rozamiento lo calculamos mediante: $W = \vec{F}_r \cdot \vec{r} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot r \cdot \cos\pi = 18,43\ J$

Vemos que el signo sale positivo, porque la fuerza de rozamiento es negativa, ya que se opone al movimiento, y en ángulo formado por la fuerza y el desplazamiento es π, cuyo coseno es -1.

Este trabajo es el mismo para ambos casos, ascenso y descenso.

Observamos que se cumple el principio generalizado de la conservación de la energía mecánica en el que:

$$W_{F_r} = E_{M_{antes}} - E_{M_{Después}} = 125 - 106,63 = 18,37\ J$$

En el descenso; $a = -g(\mu \cdot \cos\alpha - sen\alpha) = 4,055\ m \cdot s^{-2}$

Y como el espacio recorrido es el mismo; 2,17 metros, sustituyendo otra vez en la independiente del tiempo tenemos:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot S$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot a \cdot S} = 4,19 m \cdot s^{-1}$$

Por tanto aquí la energía potencial será: $Ep = m \cdot g \cdot h = 10 \cdot 9,81 \cdot 1,09 = 106,63\ J$

Y la cinética: $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 87,99\ J$

Y el trabajo de rozamiento aplicando el principio generalizado de la conservación de la energía mecánica:

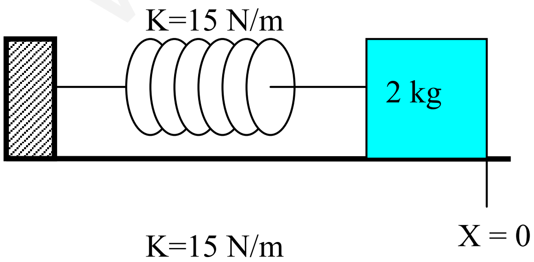
$$W_{F_r} = E_{M_{arriba}} - E_{M_{abajo}} = 106,63 - 87,99 = 18,64\ J$$

Que como hemos dicho con anterioridad es aproximadamente igual al trabajo de rozamiento en el ascenso.

P.2.- Un cuerpo de 2 kg se encuentra sobre una mesa plana y horizontal sujeto a un muelle, de constante elástica k = 15 N/m. Se desplaza el cuerpo 2 cm de la posición de equilibrio y se libera.

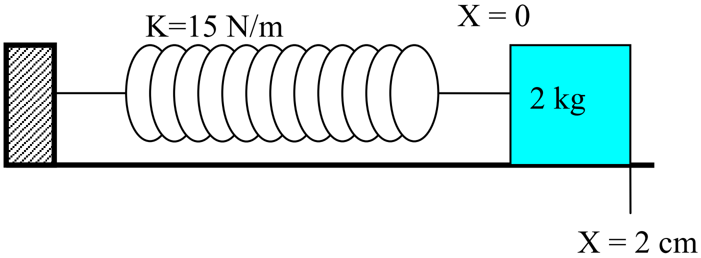
a) Explique cómo varían las energías cinética y potencial del cuerpo e indique a qué distancia de su posición de equilibrio ambas energías tienen igual valor.

b) Calcule la máxima velocidad que alcanza el cuerpo. ***(Selectividad Propuesta 2009)***



a) En reposo, la energía mecánica es cero, porque no hay ni velocidad, ni estiramiento, por tanto:

$$E_M = E_C + E_{pe}$$



Cuando estiramos el muelle 2 cm, la velocidad sigue siendo cero, pero ahora ya si hay energía potencial elástica. Por tanto en ese momento la energía mecánica se corresponde con la potencial elástica:

$$E_M = E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = 3 \cdot 10^{-3}\ J$$

En el punto donde ambas energías son iguales $E_M = E_C + E_{pe}$, ocurre que $E_M = 2E_{pe}$, de donde: $E_M = 2\cdot\frac{1}{2}k\cdot x^2 = Kx^2$, y de aquí si despejamos x, nos da:

$$x = \sqrt{\frac{E_M}{K}} = \pm\sqrt{\frac{3\cdot 10^{-3}}{15}} = \pm 1,4\ cm$$

Que son las dos posiciones con respecto al reposo, donde las energías potenciales y cinéticas se igualan.

b) Después de estirar el muelle, soltamos la masa y ésta comienza a moverse, haciendo un movimiento de vaivén. El punto en que su velocidad será máxima, será en punto en el que no haya energía potencial elástica, y esto ocurrirá cuando el muelle no ofrezca resistencia al movimiento, es decir cuando pasemos por el punto de equilibrio x=0.

En este punto, tendremos:

$$E_M = \frac{1}{2}m\cdot v^2$$

De donde despejando v, tenemos:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2\cdot E_M}{m}} = 0,054\ m\cdot s^{-1} = 5,4\ cm\cdot s^{-1}$$

P.3.- Una masa puntual de 2 kilogramos, describe una curva en el espacio. Sus ecuaciones paramétricas son: $x=t^3$; $y=t-2t^2$; $z=t^4/4$, siendo t el tiempo. Calcúlese, al cabo de 2 segundos: a) su cantidad de movimiento, b) La fuerza que actúa sobre la masa puntual, c) El momento de la fuerza con respecto al origen. ***(Selectividad Junio 1991)***

a) Las componentes de la velocidad son:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 3t^2 \quad v_y = \frac{dy}{dt} = 1-4t \quad v_z = \frac{dz}{dt} = t^3$$

Para t=2 seg sus valores son:

$$v_x = 12\ m\cdot s^{-1} \quad v_y = -7\ m\cdot s^{-1} \quad v_z = 8\ m\cdot s^{-1}$$

Por tanto las componentes del momento lineal $\vec{P}$ son:

$$P_x = m\cdot v_x = 24\ kg\cdot m\cdot s^{-1} \quad P_y = m\cdot v_y = -14\ kg\cdot m\cdot s^{-1} \quad P_z = m\cdot v_z = 16\ kg\cdot m\cdot s^{-1}$$

El módulo es:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} = 32,06\ kg\cdot m\cdot s^{-1}$$

b) Las componentes de la aceleración son:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6t \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -4 \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = 3t^2$$

Para t=2 segundos:

$$a_x = 12\ m\cdot s^{-2} \quad a_y = -4\ m\cdot s^{-2} \quad a_z = 12\ m\cdot s^{-2}$$

Y por tanto $\vec{F}$ tiene por componentes:

$$F_x = m\cdot a_x = 24\ \text{N} \quad F_y = m\cdot a_y = -8\ \text{N} \quad F_z = m\cdot a_z = 24\ \text{N}$$

Y su módulo será:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = 34,87\ \text{N}$$

c) La posición de la partícula para t=2 seg es: x=8 m, y=-6 m, z=4 m y el momento de $\vec{F}$ respecto a O es:

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 8 & -6 & 4 \\ 24 & -8 & 24 \end{vmatrix} = -112\hat{i} - 96\hat{j} + 80\hat{k}$$

Y su módulo:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 167,8\ \text{N}\cdot\text{m}$$

P.4.- Un cohete de masa m= 50 kg que parte del reposo se mueve durante los primeros 5 segundos de su trayectoria con una aceleración dada por: $a = 100 - 4t^2 \quad m{\cdot}s^{-2}$ **. Y a partir de entonces con velocidad constante. Calcúlese: a) La energía cinética adquirida por el cohete cuando ha alcanzado una velocidad constante, b) Espacio recorrido durante los 10 primeros segundos de movimiento. (Selectividad Junio 1993)**

a) Nos dan una aceleración variable con el tiempo.

Calculamos la velocidad al cabo de 5 segundos. Para ello:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \rightarrow \quad dv = a{\cdot}dt$$

Integramos la expresión entre los valores de la velocidad $v_o=0$ y $v_f=v$ y del tiempo t=0 y t=5 segundos:

$$\int_o^v dv = \int_0^5 a{\cdot}dt \qquad \text{de donde:} \qquad v = \int_o^5 \left(100 - 4t^2\right)dt = \left[100t - \frac{4t^3}{3}\right]_o^5 = 333{,}33\ m{\cdot}s^{-1}$$

La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2} m{\cdot}v^2 = 2{,}78{\cdot}10^6\ J$$

b) El cálculo del espacio recorrido lo realizaremos en dos pasos, el de movimiento acelerado y el de movimiento uniforme.

- En el movimiento acelerado:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \rightarrow \quad dx = v{\cdot}dt$$

Integrando ambas expresiones:

$$x_1 = \int_0^5 \left(100t - \frac{4t^3}{3}\right)dt = \left[\frac{100t^2}{2} - \frac{t^4}{3}\right]_o^5 = 1250 - 208{,}3 = 1041{,}7\ m$$

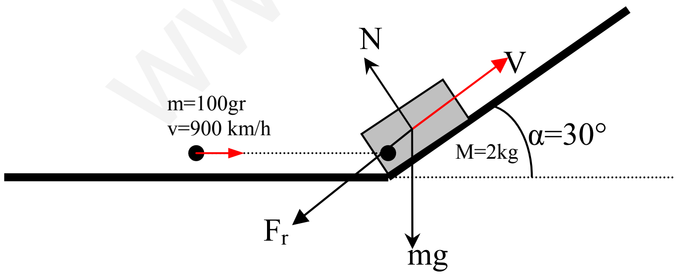
- En el movimiento uniforme, como la velocidad es constante:

$$x_2 = v{\cdot}t = 333{,}33{\cdot}5 = 1666{,}65\ m$$

Por tanto el espacio total recorrido será:

$$S = x_1 + x_2 = 1041{,}7 + 1666{,}65 = 2708{,}35\ m$$

P.5.- Sobre un bloque de madera de 2 kg que se encuentra al comienzo de un plano inclinado de 30° se dispara un proyectil de 100 gr con una velocidad de 100 m/s, incrustándose en él. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento en el plano inclinado es de 0,1, calcular la distancia que recorre el bloque sobre el plano inclinado. (Selectividad S-1991)



En los choques tenemos que el momento lineal se conserva; por tanto el momento lineal antes

$$P_{antes} = m{\cdot}v + M{\cdot}V = 0{,}1kg{\cdot}100m/s = 10\ kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}$$

Es igual al momento lineal después:

$$P_{Después} = (m+M){\cdot}V'$$

Igualando ambas expresiones y despejando V', tenemos:

$$m{\cdot}v = (m+M){\cdot}V' \quad \rightarrow \quad V' = \frac{m{\cdot}v}{m+M} = 4{,}76\ m{\cdot}s^{-1}$$

Que será la velocidad con la que el bloque con la bala incrustada empezará a remontar el plano.

Por otra parte, haciendo un planteamiento dinámico, tenemos:

$$\sum \vec{F} = m{\cdot}\vec{a}$$

De donde:

$$-F_r - m{\cdot}g{\cdot}sen\alpha = m{\cdot}a$$
$$-\mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha - m{\cdot}g{\cdot}sen\alpha = m{\cdot}a$$

Y despejando a:

$$a = -g(\mu{\cdot}\cos\alpha + sen\alpha) = -5{,}755 m{\cdot}s^{-2}$$

Utilizando la ecuación independiente del tiempo: $v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot S$

Despejando S:

$$S = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-22,66}{-11,5} = 1,97\ m$$

Cuestiones:

C.1.- a) Explique el principio de conservación de la energía mecánica y en qué condiciones se cumple. b) Un automóvil desciende por un tramo pendiente con el freno accionado y mantiene constante su velocidad. Razone los cambios energéticos que se producen. ***(Selectividad Propuesta 2009)***

El principio de conservación de la energía dice que si en un sistema las fuerzas que actúan son conservativas, la energía mecánica que es la suma de la energía potencial y la cinética se conserva, o sea, que esta suma vale siempre lo mismo.

En el caso de un automóvil que desciende frenando, tenemos una fuerza de rozamiento que consideramos como no conservativa, ya que la energía potencial va disminuyendo en todo momento ya que el coche desciende un plano inclinado, pero al tener velocidad constante, la energía cinética no aumenta en la misma proporción, por tanto cuando lleguemos al punto más bajo del plano, la energía potencial será cero, mientras que la cinética será la misma que al principio porque ha bajado con velocidad constante. Aquí no podemos decir que se cumple el principio de conserr4vación de la energía mecánica.

C.2.- Se envía a la luna un destello luminoso que es reflejado por un espejo allí colocado y vuelve a la tierra en 2,7 segundos. ¿Cuál es la distancia de la luna a la tierra?. ***(Selectividad Propuesta 2008)***

Como la velocidad de la luz es constante e igual a $C=3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$, se trata de calcular el espacio recorrido por la luz en un movimiento uniforme. En este caso: $S = v \cdot t = 3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1} \cdot 2,7 s = 8,1 \cdot 10^8 m$

Este es el espacio que recorre la luz al ir i volver de la luna, por tanto la distancia de la superficie terrestre a la lunar será la mitad de este espacio:

$$d_{tierra-luna} = \frac{S}{2} = 4,05 \cdot 10^8 m$$

C.3.- Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?
b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos? ***(Selectividad Septiembre 1995)***

a) La energía potencial gravitatoria es la energía que poseen los cuerpos en virtud de su posición con respecto al centro de la tierra, y cuyo valor en la superficie terrestre es de $m \cdot g_o \cdot h$, así que no podemos asociarla a una fuerza de rozamiento que depende de las superficies en contacto.

b) Tiene más sentido la variación de energía potencial entre dos puntos, lo que pasa es que nosotros en nuestros ejercicios calculamos la energía potencial con respecto a la superficie terrestre en la que la tomamos como cero, por tanto al hacer diferencias $Ep = m \cdot g \cdot (h - h_0)$ si $h_o=0$, entonces nos queda $Ep = m \cdot g \cdot h$ que es la expresión que estamos habituados a ver y es la expresión con la que trabajamos normalmente.

C.4.- Una bala de masa m se dispara con una velocidad horizontal v contra un bloque de madera de masa M que se encuentra suspendido de una cuerda. La cuerda atraviesa el bloque y este se eleva una altura h. Deduzca la velocidad con la que la bala sale del bloque. ***(Selectividad Septiembre 2000)***

El momento lineal se conserva, por tanto el momento lineal antes: $P_{antes} = m \cdot v + M \cdot V = m \cdot v$

Es igual al momento lineal después:

$$P_{Después} = m \cdot v' + M \cdot V'$$

Y de aquí:

$$v' = \frac{mv + MV'}{m} = v - \frac{M}{m} V'$$

Aplicando conservación de energía en el bloque después del choque, como este se eleva una altura h, tenemos que: $Mgh = \frac{1}{2} M \cdot V'^2$ y de aquí: $V' = \sqrt{2gh}$, por tanto sustituyendo en la ecuación anterior tenemos:

$$v' = v - \frac{M}{m}\sqrt{2gh}$$