

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
- c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCION A

- a) Campo eléctrico creado por una carga puntual. Explique sus características y por qué es un campo conservativo.
 - b) Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico con velocidad paralela al campo y en sentido contrario al mismo. Describa cómo influye el signo de la carga eléctrica en su trayectoria.
- a) Explique las características cinemáticas de un movimiento armónico simple.
 - b) Dos partículas de igual masa m , unidas a dos resortes de constantes K_1 y K_2 ($K_1 > K_2$), describen movimientos armónicos simples de igual amplitud. ¿Cuál de las dos partículas tiene mayor energía cinética al pasar por su posición de equilibrio? ¿Cuál de las dos oscila con mayor periodo? Razone las respuestas.
- a) Represente el campo gravitatorio resultante en el punto $O(0,0)$ y calcule su valor.
 - b) Calcule el trabajo realizado para desplazar otra partícula de 2 kg desde el punto $O(0,0)$ m hasta el punto $P(3,1)$ m. Justifique si es necesario especificar la trayectoria seguida en dicho desplazamiento.
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$;
- a) Escriba las reacciones nucleares descritas.
 - b) El periodo de semidesintegración del ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos de ese elemento y han transcurrido 100 años. ¿Cuántos núcleos radiactivos quedan sin desintegrar?
 $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

OPCION B

- a) Defina velocidad de escape de un planeta y deduzca su expresión.
 - b) Se coloca un satélite en órbita circular a una altura h sobre la Tierra. Deduzca las expresiones de su energía cinética mientras orbita y calcule la variación de energía potencial gravitatoria que ha sufrido respecto a la que tenía en la superficie terrestre.
- a) Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico. Concepto de fotón.
 - b) Un haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética máxima si: i) aumenta la intensidad del haz luminoso, ii) aumenta la frecuencia de la luz incidente, iii) disminuye la frecuencia por debajo de la frecuencia umbral del metal.
- a) Determine el valor del flujo magnético en función del tiempo y realice una representación gráfica de dicho flujo magnético frente al tiempo entre 0 y 10 s.
 - b) Determine el valor de la f.e.m. inducida y razone el sentido de la corriente inducida en la espira.
- a) Determine para qué valores del ángulo que forma el rayo luminoso con la normal a la superficie de la fibra se producirá reflexión total si en el exterior hay aire. Razone la respuesta.
 - b) ¿Cuál será la longitud de onda del rayo de luz al emerger de la fibra óptica?
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{vidrio}} = 1,38$; $n_{\text{aire}} = 1$

OPCION A

1. a) **Campo eléctrico creado por una carga puntual. Explique sus características y por qué es un campo conservativo.**
 b) **Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico con velocidad paralela al campo y en sentido contrario al mismo. Describa cómo influye el signo de la carga eléctrica en su trayectoria.**

a) *Esta cuestión teórica (como suele ser costumbre últimamente en la ponencia de selectividad) es muy general y un tanto ambigua. Puede referirse a la magnitud campo electrostático \vec{E} creado por una carga puntual, pero también puede entenderse como el concepto genérico de "campo eléctrico", es decir, un epígrafe completo de la asignatura, en el que habría que hablar no sólo de la intensidad el campo, sino de potencial, energía potencial, superficies equipotenciales, fuerza electrostática,, relación campo-potencial... entendemos que esto último sería excesivamente largo para un apartado de una pregunta, que cuenta sólo 1,25 puntos. Nos centraremos sólo en el vector \vec{E} .*

Dada una partícula cargada Q, ésta "crea" una nueva propiedad en el espacio a la que llamamos "campo eléctrico", y simbolizado por el vector \vec{E} . Al colocar una partícula cargada q a cierta distancia de Q, surgirá una interacción entre ellas, que cumple con la ley de Coulomb.

El campo electrostático creado por Q tiene estas características:

- Indica la fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga sobre cualquier partícula q colocada a cierta distancia de Q. Sus unidades en el Sistema Internacional: N C^{-1}
- Es un campo vectorial.
- Es un campo central. Sus líneas de campo son radiales.
- Es un campo conservativo.
- Es directamente proporcional a la carga Q que crea el campo.
- Disminuye con el cuadrado de la distancia a Q.

$$\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\text{módulo } E = K \cdot \frac{|Q|}{r^2}$$

La constante eléctrica K depende del medio. En el vacío $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

El campo eléctrico es un campo conservativo, ya que el trabajo realizado por la fuerza electrostática entre dos puntos, es independiente del camino seguido, solo depende de los puntos inicial y final. Esto hace que el trabajo realizado por la fuerza electrostática en un camino cerrado sea cero, y que exista una función potencial V asociada al campo eléctrico, de forma que $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

(Con el argumento de que el trabajo es independiente del camino seguido debe bastar. No creo que sea necesario hablar de la circulación del vector campo eléctrico (conservativo si $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$), o del hecho de que el campo eléctrico es irrotacional ($\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$), esto último claramente fuera del nivel de 2º de Bachillerato)

- b) La partícula cargada que penetra en la zona en que existe un campo eléctrico \vec{E} sufre una fuerza eléctrica dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Si la fuerza eléctrica es la única que actúa, como es el caso, la aceleración que experimenta la

partícula será $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$. En un campo eléctrico constante, la aceleración también lo será, por lo que el

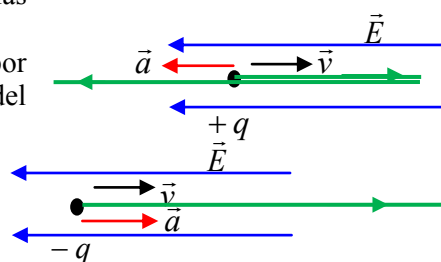
movimiento será uniformemente acelerado (MUA). La dirección de la aceleración coincide con la del campo, y su sentido depende del signo de la carga (va en el mismo sentido del campo si q es positiva, y en sentido opuesto si q es negativa)

La forma de la trayectoria depende de la velocidad de la partícula cuando entra en el campo. En este caso, \vec{v} es paralela al campo, por lo que \vec{v} y \vec{a} son paralelas. No habrá aceleración normal. La trayectoria será rectilínea.

En los dibujos vemos cómo influye el signo de la carga en las trayectorias :

Una carga positiva sufrirá una aceleración opuesta a la velocidad, y por tanto la partícula irá frenando hasta detenerse e invertir el sentido del movimiento.

Una carga negativa sufrirá una aceleración en el mismo sentido de la velocidad, por lo que irá cada vez más rápido.



Como hemos dicho, ambas trayectorias serán rectilíneas (MRUA)

2. a) Explique las características cinemáticas de un movimiento armónico simple.
 b) Dos partículas de igual masa m , unidas a dos resortes de constantes K_1 y K_2 ($K_1 > K_2$), describen movimientos armónicos simples de igual amplitud. ¿Cuál de las dos partículas tiene mayor energía cinética al pasar por su posición de equilibrio? ¿Cuál de las dos oscila con mayor periodo? Razone las respuestas

- a) En esta cuestión (a mi juicio bastante larga para ser sólo un apartado) pueden tratarse muchos aspectos. Creo que al menos habría que hablar sobre:

- Definición de movimiento armónico simple (m.a.s.)
- Ecuación de movimiento $y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$
- Magnitudes cinemáticas del m.a.s.: Periodo, frecuencia, fase, fase inicial, velocidad de vibración, aceleración de vibración. Definición, fórmula y unidades
- Relación entre elongación y aceleración (ecuación fundamental del m.a.s) $a_y = -\omega^2 \cdot y$
- Dibujar algunas gráficas.

- b) En la situación que nos dice el enunciado (masa unida a un resorte horizontal sin rozamiento), la única fuerza que interviene en el movimiento es la fuerza elástica del resorte, ya que la fuerza gravitatoria y la normal se anulan mutuamente.

Al ser todo el movimiento en horizontal, podemos obviar la energía potencial gravitatoria, eligiendo el nivel cero de potencial gravitatorio a la altura a la que se encuentran los bloques y los resortes. Las únicas energías presentes serán la cinética ($Ec = \frac{1}{2} m v_y^2$) y la potencial elástica ($Ep_{el} = \frac{1}{2} K y^2$), manteniéndose constante la energía mecánica ($E_M = Ec + Ep_{el} = \frac{1}{2} K A^2$), ya que la fuerza elástica es conservativa.

m : masa de la partícula K : constante elástica del muelle.

y : elongación, la distancia a la posición de equilibrio (también suele expresarse como x).

v_y : velocidad de vibración.

A : Amplitud, elongación máxima.

Cuando la partícula pasa por la posición de equilibrio, su energía potencial es cero y su energía cinética es máxima, coincidiendo en ese momento con la energía mecánica. Así que $Ec_{max} = \frac{1}{2} K A^2$

Como ambos m.a.s tienen igual amplitud, vemos que tendrá mayor energía cinética máxima la partícula 1, ya que está unida a un resorte de mayor constante elástica.

El periodo de oscilación de un m.a.s. (tiempo en realizar una oscilación completa) depende de las

características propias del sistema (de K y m en este caso). Viene dado por $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

Como ambas partículas tienen la misma masa, oscilará con mayor periodo la partícula 2, ya que está unida al muelle de menor constante elástica.

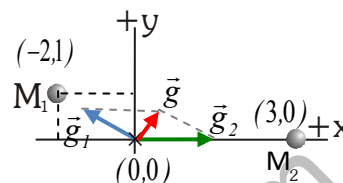
3. Dos partículas de masas $m_1=3$ kg y $m_2=5$ kg se encuentran situadas en los puntos $P_1(-2,1)$ y $P_2(3,0)$, respectivamente.

a) Represente el campo gravitatorio resultante en el punto $O(0,0)$ y calcule su valor.

b) Calcule el trabajo realizado para desplazar otra partícula de 2 kg desde el punto $O(0,0)$ m hasta el punto $P(3,1)$ m. Justifique si es necesario especificar la trayectoria seguida en dicho desplazamiento.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2};$$

a) Nos encontramos ante dos masas puntuales que crean campo gravitatorio a su alrededor. En cualquier punto del espacio, el campo gravitatorio total se calcula aplicando el principio de superposición, es decir, el campo total en un punto es la suma de los dos campos gravitatorios individuales.



$$\vec{g}_O = \vec{g}_{1O} + \vec{g}_{2O} = -\frac{GM_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} - \frac{GM_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2}$$

$$M_1 = 3 \text{ kg}; \quad \vec{r}_1 = (0,0) - (-2,1) = (2,-1) = 2\vec{i} - \vec{j} \text{ m}$$

$$r_1 = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5} \text{ m}$$

$$\vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{2\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{g}_{1O} = -\frac{GM_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3}{(\sqrt{5})^2} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \vec{i} - \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{j} \right) \frac{\text{N}}{\text{kg}} = -3,58 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 1,79 \cdot 10^{-11} \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$M_2 = 5 \text{ kg}; \quad \vec{r}_2 = (0,0) - (3,0) = (-3,0) = -3\vec{i} \text{ m}$$

$$r_2 = 3 \text{ m}$$

$$\vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{-3\vec{i}}{3} = -\vec{i}$$

$$\vec{g}_{2O} = -\frac{GM_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5}{(3)^2} \cdot (-\vec{i}) \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 3,71 \cdot 10^{-11} \vec{i} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\vec{g}_O = \vec{g}_{1O} + \vec{g}_{2O} = -3,58 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 1,79 \cdot 10^{-11} \vec{j} + 3,71 \cdot 10^{-11} \vec{i} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1,3 \cdot 10^{-12} \vec{i} + 1,79 \cdot 10^{-11} \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

b) El campo gravitatorio es un campo conservativo. Eso significa que podemos calcular el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en un desplazamiento entre dos puntos a partir de la variación de la energía potencial gravitatoria $W_{Fg} = -\Delta Epg = -(Epg_P - Epg_O) = Epg_O - Epg_P$

La energía potencial almacenada se calcula nuevamente aplicando el principio de superposición

$$Epg = Epg_1 + Epg_2 = -\frac{GM_1 m}{r_1} - \frac{GM_2 m}{r_2}$$

En el punto $O:(0,0)$ m $r_{1O} = \sqrt{5} \text{ m}$ $r_{2O} = 3 \text{ m}$ (calculados en el apartado a)

$$Epg_O = -\frac{GM_1 m}{r_{1O}} - \frac{GM_2 m}{r_{2O}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 2}{\sqrt{5}} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 2}{3} = -4,01 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

En el punto $P:(3,1)$ m $\vec{r}_{1P} = (3,1) - (-2,1) = (5,0) \text{ m}$ $r_{1P} = 5 \text{ m}$

$\vec{r}_{2P} = (3,1) - (3,0) = (0,1) \text{ m}$ $r_{2P} = 1 \text{ m}$

$$Epg_P = -\frac{GM_1 m}{r_{1P}} - \frac{GM_2 m}{r_{2P}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 2}{5} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 2}{1} = -7,47 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

El trabajo entre el punto inicial O y el punto final P los calculamos con la expresión explicada arriba

$$W_{Fg} = Epg_O - Epg_P = -4,01 \cdot 10^{-10} \text{ J} - (-7,47 \cdot 10^{-10} \text{ J}) = 3,46 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es positivo, por lo que no es necesario realizar ningún trabajo externo para producir este desplazamiento.

En cuanto a la trayectoria, como la fuerza gravitatoria es conservativa, el trabajo que realiza sólo depende de los puntos inicial y final, independientemente del camino (trayectoria) seguido. No hay que especificar la trayectoria porque por todas se obtendría el mismo resultado.

4. El ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ emite dos partículas beta y se transforma en Polonio y, posteriormente, por emisión de una partícula alfa se obtiene plomo.

a) Escriba las reacciones nucleares descritas.

b) El periodo de semidesintegración del ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos de ese elemento y han transcurrido 100 años. ¿Cuántos núcleos radiactivos quedan sin desintegrar?

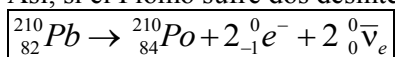
$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

a) Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

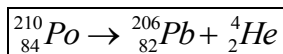
La radiactividad beta consiste en la emisión de electrones por parte del núcleo. La responsable de esta desintegración es la interacción nuclear débil, que provoca que un neutrón del núcleo se transforme en un protón (que se queda en el núcleo) un electrón y un antineutrino, según la reacción.

${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p^+ + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}_e$ Y el núcleo se transforma en otro del elemento situado un lugar a la derecha en la tabla periódica ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}_e$

Así, si el Plomo sufre dos desintegraciones beta, se transforma en Polonio, situado dos lugares a la derecha



La radiactividad alfa consiste en la emisión de núcleos de helio (2 protones y 2 neutrones). El elemento se transforma en el situado dos lugares a su izquierda en la tabla periódica ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\text{He}$



b) Conforme se van desintegrando los átomos, la muestra inicial de 3 moles sin desintegrar se irá reduciendo, de acuerdo con la ley de desintegración radiactiva.

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

donde N_0 es el nº de núcleos inicial, t el tiempo transcurrido, τ la vida media de la sustancia radiactiva (tiempo promedio de desintegración de un núcleo), y N el nº de átomos sin desintegrar que quedan transcurrido el tiempo t .

Calculamos N_0 a partir del número de moles

$$3 \text{ mol } {}^{210}\text{Pb} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos } {}^{210}\text{Pb}}{1 \text{ mol } {}^{210}\text{Pb}} = 1,806 \cdot 10^{24} \text{ átomos } {}^{210}\text{Pb}$$

Calculamos la vida media a partir del periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$), tiempo que transcurre hasta que la

cantidad de átomos inicial se reduce a la mitad. $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau \rightarrow \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 32,172 \text{ años}$

Por lo tanto, la cantidad N sin desintegrar pasados 100 años será

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 1,806 \cdot 10^{24} \cdot e^{-\frac{100 \text{ años}}{32,172 \text{ años}}} \text{ átomos} = 8,07 \cdot 10^{22} \text{ átomos sin desintegrar}$$

OPCIÓN B:

1. a) Defina velocidad de escape de un planeta y deduzca su expresión.
 b) Se coloca un satélite en órbita circular a una altura h sobre la Tierra. Deduzca las expresiones de su energía cinética mientras orbita y calcule la variación de energía potencial gravitatoria que ha sufrido respecto a la que tenía en la superficie terrestre.

a) La velocidad de escape para un planeta se define como la velocidad a la que habría que lanzar un cuerpo desde la superficie del planeta para que escapara de su atracción gravitatoria, alejándose indefinidamente.

En este cálculo se desprecia el rozamiento con la atmósfera.

Resolvemos el problema empleando conceptos energéticos:

En primer lugar tenemos en cuenta que, al no tener en cuenta el rozamiento, la única fuerza que va a actuar sobre el movimiento del cohete será la gravitatoria, que es conservativa. Por lo tanto, la energía mecánica del cohete se mantendrá constante.

Datos: M, R : masa y radio del planeta m : masa del proyectil



Sistemas de referencia: mediremos las distancias desde el centro del planeta.

El origen de energía potencial gravitatoria lo colocamos a una distancia infinita del

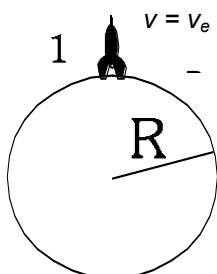
centro planetario, por lo que la expresión usada para la E_{pg} será $E_{pg} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R}$

Consideraremos dos situaciones:

Inicial: Lanzamiento del cohete desde la superficie terrestre con velocidad v_e .

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m v_e^2 \quad E_{pg1} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$

$$E_{M1} = E_c + E_{pg} = \frac{1}{2} m v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$



Final: el cohete se aleja indefinidamente. En el límite cuando la distancia r tiende a infinito, la velocidad (y la E_c) tiende a cero, al igual que la energía potencial, ya que el origen de E_p está colocado en el infinito.

$$E_{M2} = \lim_{r \rightarrow \infty} E_M = \lim_{r \rightarrow \infty} (E_c + E_{pg}) = 0$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica:

$$E_{M1} = E_{M2} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{R} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{G \cdot M \cdot m}{R} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Si el lanzamiento se realiza desde una altura h sobre la superficie del planeta, la expresión queda $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$

b) La energía cinética de cualquier cuerpo viene dada por $E_c = \frac{1}{2} m v^2$. En el caso del satélite, la velocidad es la

velocidad orbital $v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

Sustituyendo en la expresión de la energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m v_{orb}^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{R+h}} \right)^2 = \frac{GMm}{2(R+h)}$$

La energía potencial del satélite se calcula con la expresión $E_{pg} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$ ($E_{pg} = 0$ para $r \rightarrow \infty$)

En la superficie terrestre (1): $E_{pg1} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R}$ En la órbita (2): $E_{pg2} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R+h}$

Y la diferencia: $E_{pg2} - E_{pg1} = \left(-\frac{GMm}{R+h} \right) - \left(-\frac{GMm}{R} \right) = \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{R+h} = \frac{GMmh}{R^2 + Rh}$

Obtenemos una cantidad positiva, por lo que la energía potencial aumenta, como era de esperar.

2. a) **Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico. Concepto de fotón.**
 b) **Un haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética máxima si: i) aumenta la intensidad del haz luminoso, ii) aumenta la frecuencia de la luz incidente, iii) disminuye la frecuencia por debajo de la frecuencia umbral del metal.**

- a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética. La teoría ondulatoria clásica de Maxwell sobre la luz no podía explicar las características de este fenómeno, como la existencia de una frecuencia umbral, al suponer una transmisión continua de la energía. Einstein aplicó las hipótesis cuánticas de Planck para explicar el efecto fotoeléctrico. Pero llegó aún más allá en su ruptura con las teorías clásicas. Supuso que no sólo los intercambios de energía están cuantizados, sino que *la propia radiación está constituida por "partículas" (posteriormente llamadas **fotones**) que transportan la energía de forma discreta, concentrada en cuantos de energía.* Es decir, supuso un comportamiento corpuscular para la luz, al menos en este fenómeno. La energía de un fotón viene dada por la expresión de

$$\text{Planck } E_f = h \cdot \nu$$

Suponiendo que la luz se comporta como una partícula, al chocar ésta con un electrón, le transmite instantáneamente toda su energía. Evidentemente, esta energía que cede al electrón dependerá de la frecuencia de la radiación.

Así, la energía de un fotón se emplea, en primer lugar, en arrancar al electrón del metal. Esta energía necesaria, que depende del tipo de metal, se denomina **trabajo de extracción** o **función trabajo** (W_{extr} , o Φ_0). También puede definirse como la energía mínima que debe tener el fotón para extraer un electrón del metal. Así, tendremos que $W_{\text{extr}} = h \cdot \nu_0$, donde ν_0 es la frecuencia umbral característica del metal.

Si el fotón no posee energía (frecuencia) suficiente, no podrá arrancar al electrón, y el fotón será emitido de nuevo. Esto explica la existencia de la frecuencia umbral.

Si la energía es superior al trabajo de extracción, la energía sobrante se emplea en darle energía cinética (velocidad) a los electrones emitidos. De este modo, llegamos a la expresión:

$$E_f = W_{\text{extr}} + E_{c_e} \rightarrow h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Así, una mayor frecuencia de la radiación significará una mayor energía cinética de los electrones, pero no un mayor nº de electrones emitidos. Y una mayor intensidad de la radiación (mayor nº de fotones) significará un mayor nº de electrones emitidos, pero no una mayor energía cinética.

- b) Como hemos visto, el efecto fotoeléctrico se explica por la interacción de los fotones con los electrones. Si tiene energía suficiente (es decir, si su frecuencia está por encima de la frecuencia umbral), cada fotón hará que se desprenda un electrón del metal. Una mayor energía (mayor frecuencia) de los fotones hará que éstos salgan con mayor energía cinética máxima, pero no variará su número.

Teniendo en cuenta esto, razonamos las cuestiones planteadas:

- i) Al aumentar la intensidad del haz luminoso, aumentamos el número de fotones que inciden sobre el metal, con lo que, dado que se produce el efecto fotoeléctrico, aumentará el número de electrones emitidos, pero no su energía cinética, que depende exclusivamente de la frecuencia de la radiación, que sigue siendo la misma.
 ii) Al aumentar la frecuencia de la luz incidente, aumentamos la energía de los fotones, pero no su número. Por lo tanto, el número de electrones emitidos será el mismo, pero saldrán con mayor energía cinética.
 iii) Si la frecuencia de la radiación incidente es menor que la frecuencia umbral del metal, no se producirá el efecto fotoeléctrico, no se desprenderá ningún electrón del metal, ya que la energía de los fotones es menor que el trabajo de extracción del metal y, por tanto, insuficiente para que venzan la atracción del núcleo.

3. Una espira circular de 2,5 cm de radio, que descansa en el plano XY, está situada en una región en la que existe un campo magnético $\vec{B} = 2,5 t^2 \vec{k} T$, donde t es el tiempo expresado en segundos.

- a) Determine el valor del flujo magnético en función del tiempo y realice una representación gráfica de dicho flujo magnético frente al tiempo entre 0 y 10 s..
b) Determine el valor de la f.e.m. inducida y razone el sentido de la corriente inducida en la espira.

a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético). Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:

$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot S \cdot \cos \alpha$ considerando el campo B uniforme y el circuito plano.

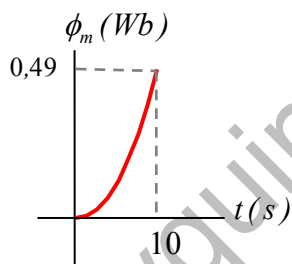
α es el ángulo que forma el vector superficie \vec{S} (perpendicular al plano de la espira) con el campo \vec{B} . Elegimos el sentido del vector superficie de manera que forme un ángulo de 0° con el campo magnético.

La superficie S de la espira será $S = \pi R^2 = 1,96 \cdot 10^{-3} m^2$

El flujo magnético que atraviesa la espira será

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = 2,5 \cdot t^2 \cdot 1,96 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 0^\circ Tm^2 = 4,9 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 Wb$$

Representación gráfica (parábola)



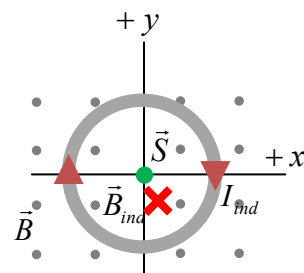
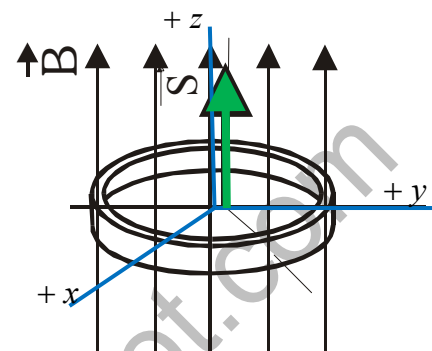
b) La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

$$\text{Así, } \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d[4,9 \cdot 10^{-3} \cdot t^2]}{dt} = -9,8 \cdot 10^{-3} \cdot t (V)$$

Sentido de la corriente: La ley de Faraday-Lenz establece que la corriente inducida crea un campo magnético que se opone a la variación de flujo magnético. en este caso tenemos un flujo magnético en el sentido positivo del eje z, que aumenta en ese sentido. Por lo tanto, la corriente inducida producirá un campo magnético inducido en el sentido negativo del eje z. Por tanto, aplicando la regla de la mano derecha a la espira, el sentido de la corriente es el horario (visto desde el eje z+), como podemos observar en el dibujo.



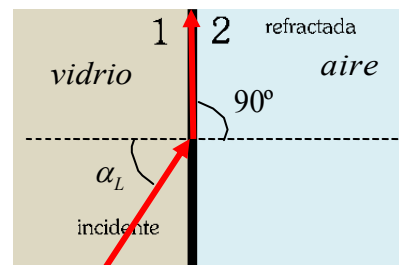
4. Un rayo de luz con una longitud de onda de 300 nm se propaga en el interior de una fibra de vidrio, de forma que sufre reflexión total en sus caras.

a) Determine para qué valores del ángulo que forma el rayo luminoso con la normal a la superficie de la fibra se producirá reflexión total si en el exterior hay aire. Razone la respuesta.

b) ¿Cuál será la longitud de onda del rayo de luz al emerger de la fibra óptica?

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} ; n_{\text{vidrio}} = 1,38 ; n_{\text{aire}} = 1$$

a) La cuestión se refiere al concepto de ángulo límite, el ángulo de incidencia a partir del cual sólo se produce reflexión, no refracción, ya que el ángulo que forma el rayo refractado con la normal es de 90° y ya no pasa al otro medio.



Si $n_1 > n_2$, el ángulo de refracción siempre será mayor que el de incidencia, Si aumentamos el ángulo de incidencia, llegará un momento en que α_{refr} se haga 90°. Entonces el rayo no pasa al medio 2 (al aire en este caso). No tenemos refracción, sino sólo reflexión. A esto se le conoce como **reflexión total**. El ángulo de incidencia a partir del cual ocurre esto se le denomina **ángulo límite** α_{iL} (o α_L).

$$\text{Aplicando la ley de Snell } \frac{\text{sen}\alpha_L}{\text{sen}90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \text{sen}\alpha_L = \frac{n_2}{n_1}$$

El fenómeno de refracción total sólo se produce si $n_1 > n_2$, como es el caso de la cuestión, pero no al contrario. La expresión anterior no tendría una solución real para α_L .

El ángulo a partir del cual no se produciría rayo refractado en el aire, y habría reflexión total, es

$$\text{sen}\alpha_L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,38} = 0,725 \rightarrow \alpha_L = 46,44^\circ \quad \text{Reflexión total para } \alpha \geq 46,44^\circ$$

b) Al emerger el rayo de luz desde la fibra óptica al aire, cambia de medio, por lo que algunas características de la onda refractada serán diferentes de las de la onda incidente. La velocidad de propagación cambia, con lo que la longitud de onda también lo hará. La frecuencia se mantiene constante, ya que sólo depende del foco emisor. Calculamos la velocidad de propagación en el vidrio a partir de su índice de refracción.

$$n_{\text{vidrio}} = \frac{c}{v_{\text{vidrio}}} \rightarrow v_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1,38} = 2,17 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

La frecuencia de la luz, conociendo su longitud de onda en el vidrio

$$\nu = \frac{v_{\text{vidrio}}}{\lambda_{\text{vidrio}}} = \frac{2,17 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 7,23 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Calculamos finalmente la longitud de onda en el aire, sabiendo que la velocidad de propagación es c , y que la frecuencia no ha cambiado respecto al vidrio.

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{7,23 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 4,149 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 414,9 \text{ nm}$$

La longitud de onda es mayor en el aire que en el vidrio, ya que la velocidad de propagación es mayor.