

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos(x) & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

es continua.

- a) [1,5 puntos] Determina a y b .
- b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f .

Ejercicio 2.- Considera la función dada por $f(x) = \sqrt{3 + |x|}$ para $x \in [-3, 3]$.

- a) [0,5 puntos] Expresa la función f definida a trozos.
- b) [2 puntos] Halla $\int_{-3}^3 f(x) dx$

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) [1,25 puntos] Calcula la matriz inversa de $(A + B)$.
- b) [1,25 puntos] Calcula el determinante de $2A^{-1}(A + B)^t$, siendo $(A + B)^t$ la matriz traspuesta de $A + B$.

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (2, 3, 4)$, $\vec{v} = (-1, -1, -1)$ y $\vec{w} = (-1, \lambda, -5)$ siendo λ un número real.

- a) [1,25 puntos] Halla los valores de λ para los que el paralelepípedo determinado por \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} tiene volumen 6 unidades cúbicas.
- b) [1,25 puntos] Determina el valor de λ para el que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} son linealmente dependientes.

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x \arctan(x)$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, \pi)$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $ABX - 2C = CX$.

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por $A(4, 3, 6)$ y $B(-2, 0, 0)$ y sea s la recta dada por
$$\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$$

a) **[1,25 puntos]** Determina la posición relativa de r y s .

b) **[1,25 puntos]** Calcula, si existen, los puntos C de s tales que los vectores \vec{CA} y \vec{CB} son ortogonales.