

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

- a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
- b) [1'5 puntos] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] De la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ae^x - bx$, donde $a, b \in \mathbb{R}$ se sabe que su gráfica tiene tangente horizontal en $x = 0$ y que $\int_0^1 f(x)dx = e - \frac{3}{2}$. Halla los valores de a y b .

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

- a) [1'75 puntos] Estudia, según los valores de λ , el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

- b) [0'75 puntos] Resuelve el sistema dado por $(A - 2I) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Sea r la recta dada por $\begin{cases} x + z = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$

- a) [1'75 puntos] Comprueba que las rectas r y s se cruzan y halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia entre r y s .

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a, b, c sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto de abscisa $x = 1$ y un punto de inflexión en $(-1, 5)$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{3x(2m-x)}{m^3}$, con $m > 0$. Calcula el área del recinto encerrado por la gráfica de f y el eje OX .

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x + (\lambda + 1)y + z = 1 \\ \lambda y + z = 0 \\ \lambda y + \lambda z = \lambda \end{cases}$$

- a) [1 punto] Discútelo según los valores de λ .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $\lambda = 0$.
- c) [0'75 puntos] Determina, si existe, el valor de λ para el que hay una solución en la que $z = 2$. Calcula esa solución.

Ejercicio 4.- Considera un rectángulo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo $A(1, 1, 0)$ y $B(2, 2, 1)$. Sabiendo que la recta r que contiene a los puntos C y D pasa por el origen de coordenadas se pide:

- a) [0'75 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas de r .
- b) [1 punto] Calcula el área del triángulo ABC .
- c) [0'75 puntos] Determina las coordenadas del punto D .