

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la región factible definida por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 20 \quad x - y \geq 0 \quad 5x - 13y + 8 \leq 0.$$

- (1.5 puntos) Representela gráficamente y calcule sus vértices.
- (0.4 puntos) Razone si el punto (3, 2.5) está en la región factible.
- (0.6 puntos) Determine el valor máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = x - y + 6$ en esa región y los puntos en los que se alcanzan.

EJERCICIO 2

a) (1.2 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot (3x^3 + 5x)^3 \quad g(x) = \frac{\ln(3x)}{e^{2x}}$$

- (0.7 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{3x+6}{2x+1}$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- (0.6 puntos) Determine, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de la función $h(x)$.

EJERCICIO 3

En un centro de estudios que tiene 250 estudiantes, hay 50 que tienen problemas visuales y 20 que tienen problemas auditivos. Los sucesos “tener problemas visuales” y “tener problemas auditivos” son independientes.

Se elige un estudiante al azar, calcule las probabilidades de los sucesos siguientes:

- (0.75 puntos) Tener problemas visuales y auditivos.
- (0.75 puntos) No tener problemas visuales ni auditivos.
- (1 punto) Tener algún problema auditivo si no tiene problemas visuales.

EJERCICIO 4

Se sabe que el diámetro de las estrellas de mar de una región sigue una ley Normal con varianza 2.25 cm^2 . Se sospecha que, igual que ocurre en otras regiones, su diámetro no supera los 11.7 cm ($H_0: \mu \leq 11.7$). Para confirmarlo se extrae una muestra aleatoria de estrellas de mar de esa región, obteniéndose los siguientes diámetros:

12.5 11.8 13.1 14.3 11.7 12.6 12.7 12.1 13.5 11.5

- (1.75 puntos) Plantee un contraste de hipótesis, y para un nivel de significación del 5%, obtenga la región de rechazo del contraste. ¿Se puede confirmar la sospecha?
- (0.75 puntos) ¿Y para un nivel de significación del 3%, se puede confirmar la sospecha?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $X \cdot (B \cdot B^t) = \frac{1}{2}A - 2A^t$.

b) **(1 punto)** Razone cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse e indique, en su caso, la dimensión de la matriz resultante:

$$A \cdot B, \quad A \cdot B^t, \quad B \cdot A^{-1}, \quad B^t \cdot A + A^{-1}.$$

EJERCICIO 2

La función de costes de una fábrica, $f(x)$, en miles de euros, viene dada por la expresión:

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 200,$$

donde x es la cantidad fabricada del producto, en miles de kilogramos.

a) **(0.8 puntos)** Determine la cantidad a fabricar para minimizar el coste y calcule este coste mínimo.

b) **(0.8 puntos)** A partir del signo de $f'(7)$, ¿qué se puede decir del coste para una producción de siete mil kilogramos?

c) **(0.9 puntos)** Dibuje la gráfica de la función de costes. ¿Para qué cantidad o cantidades fabricadas el coste es de 200000 €?

EJERCICIO 3

En un aeropuerto internacional operaron 300000 vuelos en un determinado año, distribuidos de la siguiente forma: 150000 en la terminal A, 100000 en la B y 50000 en la C. En ese año se sabe que sufrieron retrasos el 10% de los vuelos de la terminal A, el 8% de la B y el 5% de la C. Determine, para un vuelo elegido al azar, las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(1.25 puntos)** Que no sufriera retraso.

b) **(1.25 puntos)** Que operase en la terminal A, sabiendo que tuvo retraso.

EJERCICIO 4

El peso de los paquetes de azúcar de una marca, medido en gramos, sigue una distribución Normal con desviación típica de 16 gramos. A partir de una muestra de 100 paquetes de azúcar de dicha marca, se obtuvo un peso medio de 247 gramos.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza para el peso medio de los paquetes de azúcar de esa marca, con un nivel de confianza del 97%.

b) **(1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el peso medio con un error máximo de 0.5 gramos, a un nivel de confianza del 95%.