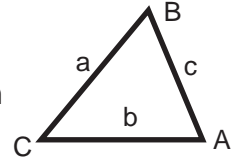


TRIÁNGULO: Superficie plana limitada por tres segmentos o lados que se cortan dos a dos en tres vértices.

NOMENCLATURA: Los vértices se nombran con letras minúsculas y los lados con letras mayúsculas empleando la misma letra que el vértice opuesto.



CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS:

Según sus lados

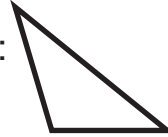
Equilátero:
los tres lados iguales



Isósceles:
dos lados iguales

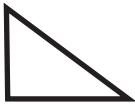


Escaleno:
tres lados desiguales



Según sus ángulos

Recto:
un ángulo recto (90°)



Acutángulo:
tres ángulos agudos



Obtusángulo:
un ángulo obtuso



TEOREMAS FUNDAMENTALES O PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS

1º-La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es de 180°

2º- Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.

3º-La suma de los tres ángulos exteriores de un triángulo es igual a 360° .

4º-En todo triángulo isósceles, a lados iguales se oponen ángulos iguales.

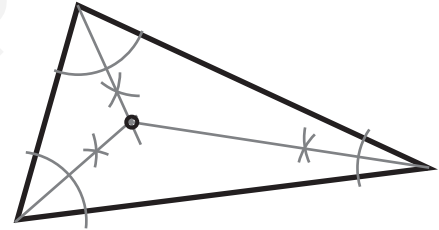
5º-En todo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo

6º-En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos, pero menor que su diferencia.

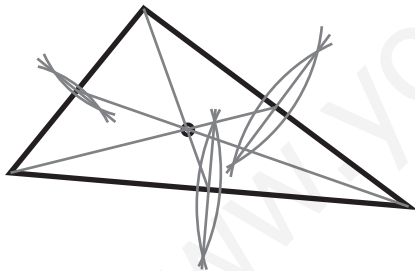
PUNTOS Y RECTAS NOTABLES

INCENTRO: Intersección de las bisectrices, centro de la circunferencia inscrita

BISECTRIZ: Es la recta que divide los ángulos o vértices del triángulo en dos mitades iguales. También es la recta cuyos puntos equidistan de los lados de un ángulo. Por lo tanto el incentro está a la misma distancia de los tres lados del triángulo.



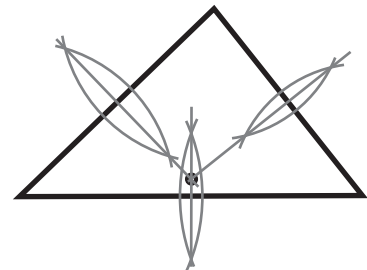
BARICENTRO: Intersección de las medianas, centro de gravedad del triángulo



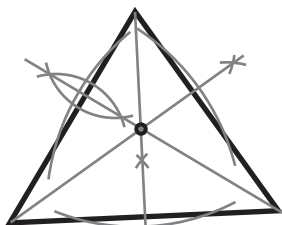
MEDIANA: Es la recta de un triángulo que parte de un vértice al punto medio del lado opuesto.

CIRCUNCENTRO: Pto de corte de mediatrices, centro de circunferencia circunscrita

MEDIATRIZ: es la recta que divide los lados del triángulo en dos mitades iguales, también equidista de los vértices. Por lo tanto el circuncentro equidista de los tres vértices del triángulo.

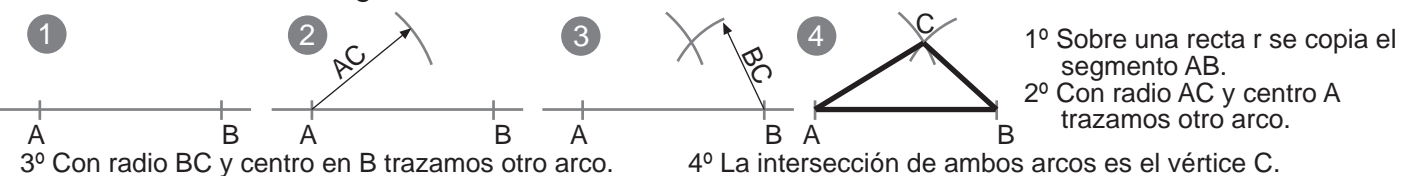


ORTOCENTRO: Intersección de las alturas



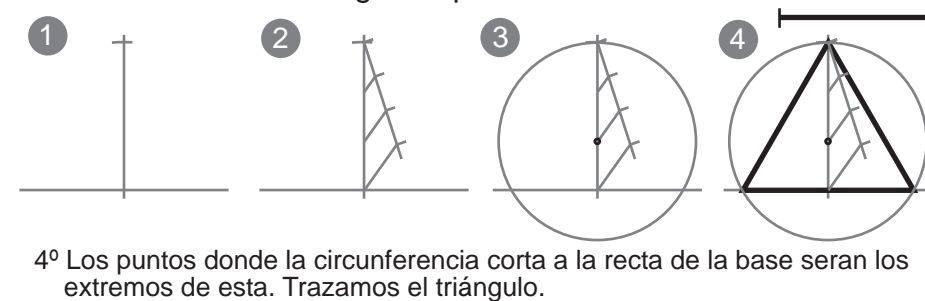
ALTURA: La altura en un triángulo (y en cualquier polígono) es la recta que parte de un vértice perpendicular al lado opuesto

Construcción de un triángulo conocidos sus tres lados:



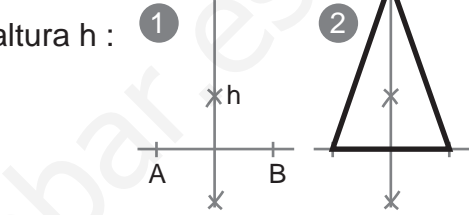
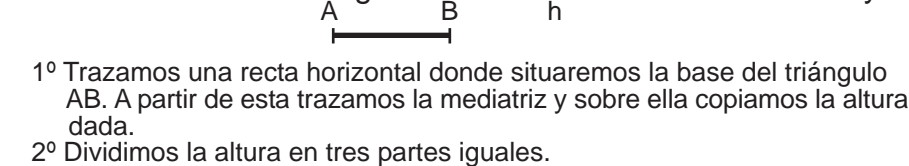
- 1º Sobre una recta r se copia el segmento AB .
- 2º Con radio AC y centro A trazamos otro arco.
- 3º Con radio BC y centro en B trazamos otro arco.
- 4º La intersección de ambos arcos es el vértice C .

Construcción de un triángulo equilátero conocida la altura:



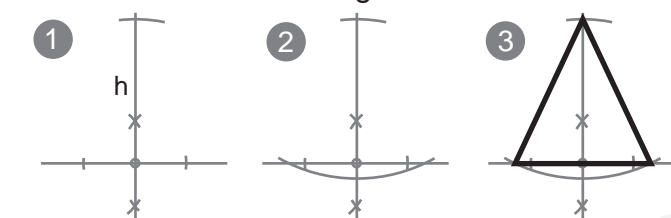
- 1º Trazamos una recta horizontal donde situaremos la base del triángulo. A partir de esta trazamos una perpendicular y sobre ella copiamos la altura dada.
- 2º Dividimos la altura en tres partes iguales.
- 3º Haciendo centro en la primera división de la altura, con radio hasta el extremo superior de esta trazamos una circunferencia.
- 4º Los puntos donde la circunferencia corta a la recta de la base serán los extremos de esta. Trazamos el triángulo.

Construcción de un triángulo isósceles conocida la base AB y la altura h :



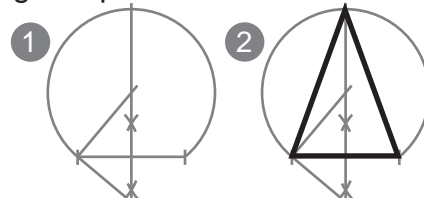
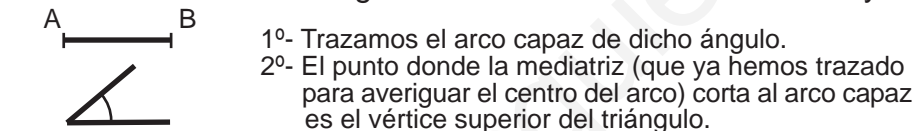
- 1º Trazamos una recta horizontal donde situaremos la base del triángulo AB . A partir de esta trazamos la mediatriz y sobre ella copiamos la altura dada.
- 2º Dividimos la altura en tres partes iguales.

Construcción de un triángulo isósceles conocidos los lados iguales BC y la altura h :



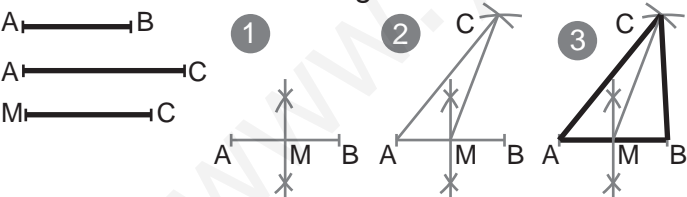
- 1º Trazamos una recta horizontal donde situaremos la base. A partir de esta trazamos una perpendicular y sobre ella copiamos la altura dada.
- 2º Con centro en el extremo superior de la altura y radio igual al lado dado trazamos un arco que corta a la primera recta en dos puntos que serán los extremos de la base.
- 3º Trazamos el triángulo.

Construcción de un triángulo isósceles conocida la base AB y el ángulo opuesto:



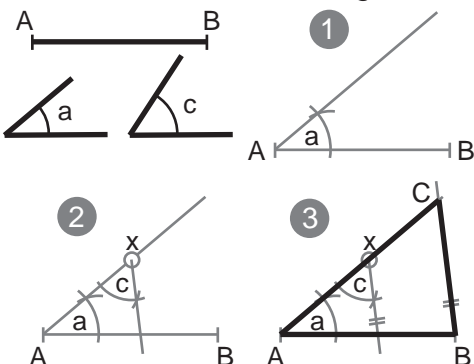
- 1º- Trazamos el arco capaz de dicho ángulo.
- 2º- El punto donde la mediatriz (que ya hemos trazado para averiguar el centro del arco) corta al arco capaz es el vértice superior del triángulo.

Construcción de un triángulo conocidos dos lados AB y BC y la mediana correspondiente a AB :

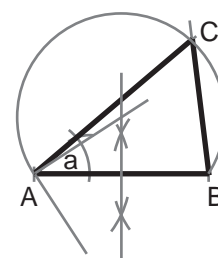


- 1º- Trazamos la mediatriz de AB encontrando el punto M .
- 2º- A partir del segmento AM , empleando las magnitudes del lado AC y mediana MC , trazamos el triángulo AMC .
- 3º- Trazamos el triángulo ABC .

Construcción de un triángulo conocido el lado AB el ángulo adyacente a y el ángulo opuesto c :



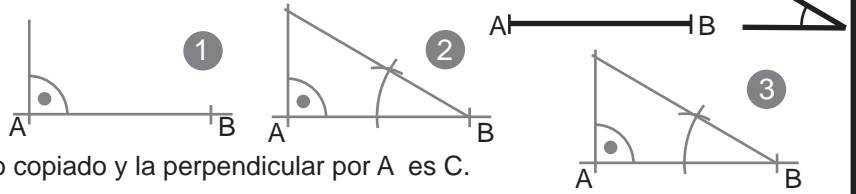
- 1º- A partir con vértice en el extremo A del lado dado copiamos el ángulo a .
- 2º- Sobre un punto cualquiera (x) del lado del ángulo copiado, copiamos el ángulo c .
- 3º- Trazamos una paralela a ese tercer lado pasando por B para obtener el punto C y trazamos el triángulo.



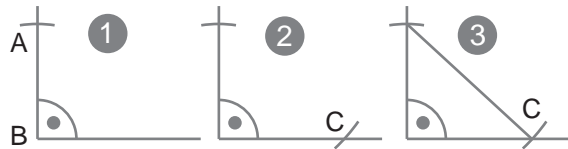
NOTA: Podemos sustituir el 2º y 3er pasos de este método por la construcción del arco capaz del ángulo c del segmento AB . donde este corta a la recta oblicua encontraremos C . (Dibujo a la derecha).

Construcción de un triángulo rectángulo conocido un cateto y el ángulo adyacente no recto:

- 1º-Copiamos el segmento AB sobre una recta horizontal. Desde el extremo A levantamos una perpendicular.
- 2º-A partir del extremo B copiamos el ángulo dado.
- 3º-El punto intersección entre el lado del ángulo copiado y la perpendicular por A es C. Trazamos el triángulo.

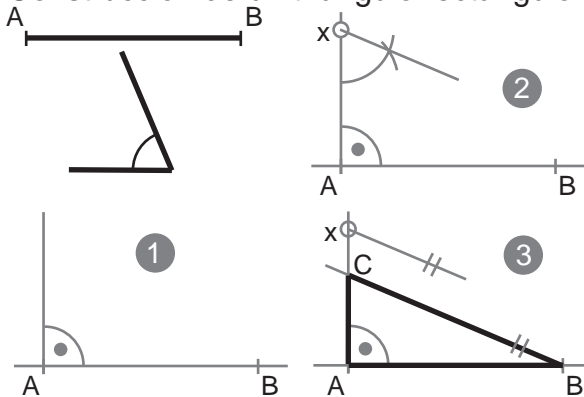


Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa h y un cateto AB:

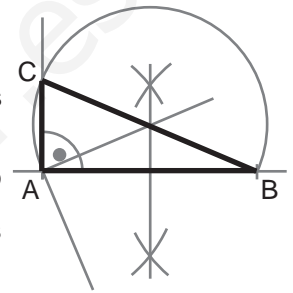


- 1º- Trazamos una semirecta y por su extremo levantamos una perpendicular. Sobre esta copiamos la medida del cateto AB.
- 2º- Con centro en B (extremo superior del cateto) y radio h trazamos un arco que corta a la semirecta en C, tercer vértice del triángulo.
- 3º- Trazamos el triángulo.

Construcción de un triángulo rectángulo conocido el cateto AB y el ángulo opuesto:



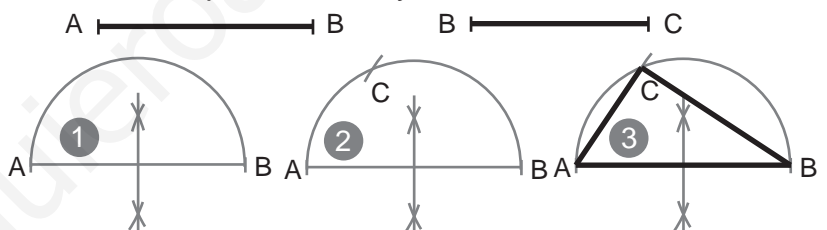
- 1º-Copiamos el segmento AB sobre una recta horizontal. Desde el extremo A levantamos una perpendicular.
- 2º- Sobre esa perpendicular elegimos un punto x y con este como vértice copiamos el ángulo dado.
- 3º- Trazamos una paralela al lado oblicuo del ángulo copiado pasando por el punto B. En la intersección de esta paralela con la primera perpendicular encontramos el punto C y ya podemos trazar el triángulo.



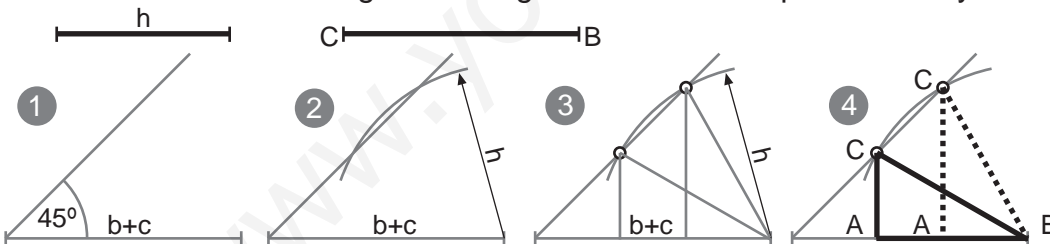
OTRO MÉTODO: Podemos sustituir los pasos 2º y 3º por el trazado del ARCO CAPAZ del ángulo dado sobre el segmento AB.

Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa AB y el cateto BC:

- El ángulo opuesto a la hipotenusa en un ángulo recto es siempre recto. El arco capaz de 90° de cualquier segmento es la semicircunferencia.
- 1º- Hayamos el punto Medio y trazamos la semicircunferencia del segmento AB.
 - 2º- Con centro en B y radio BC trazamos un arco que corta a la semicircunferencia en el pto C.
 - 3º- Trazamos el triángulo ABC.



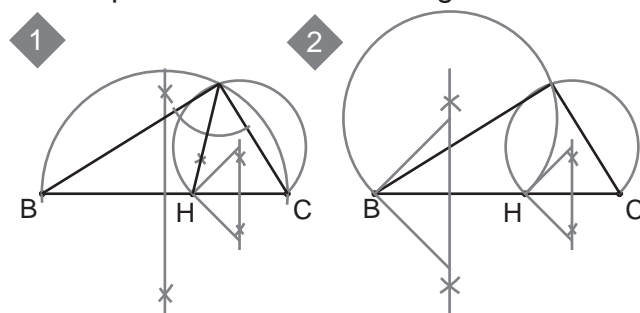
Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa h y la suma de los catetos b+c :



- 1º- A partir de un extremo del segmento b+c trazamos una recta a 45° .
- 2º- Con centro el otro extremo y radio h trazamos un arco que corta a la recta 45° en dos puntos que son dos soluciones (dos posibles vértices C)

- 3º- A partir de los puntos C (o uno de ellos) trazamos una perpendicular con el segmento b+c. el punto donde esta lo corte tendremos el tercer vértice (A) del triángulo. (obtenemos dos soluciones que cumplen los datos del enunciado).

Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa BC y sobre esta el punto H por donde pasa la bisectriz del ángulo recto del triángulo (selectividad Valencia, 2010):



Podemos sospechar que necesitaremos hayar el arco capaz de 90° o de 45° ya que sabemos que el vértice buscado será de 90° . Con esto podemos resolver el problema de dos formas:

- 1º- Trazamos el arco capaz de 90° del segmento BC y el de 45° de HC (donde ambos se cortan se encuentra la solución).
- 2º- Trazamos dos arcos capaces de 45° uno para el segmento BH y el otro para el HC.

CUADRILÁTERO: Es un polígono que tiene cuatro lados, cuatro vértices y dos diagonales.

-La suma de sus ángulos interiores es igual a 360° .

-Las suma de sus ángulos exteriores es igual a 360° .

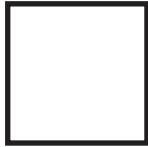
CLASIFICACIÓN:

PARALELOGRAMO: Es un tipo especial de cuadriláteros los cuales tiene los lados paralelos dos a dos.

PROPIEDADES DE LOS PARALELOGRAMOS:

- En todo paralelogramo los ángulos y lados opuestos son paralelos (igual medida).
- Tienen dos pares de lados opuestos paralelos.
- Las diagonales se cortan en su punto médio.
- Dos ángulos contiguos son suplementarios (suman 180°).

CUADRADO:
cuatro ángulos
cuatro lados iguales



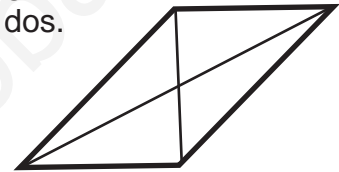
RECTÁNGULO:
cuatro ángulos
rectos(90°).lados
iguales dos a dos.



ROMBO:
Lados iguales
ángulos iguales dos a dos.
Diagonal mayor y otra
menor se cortan en putos.
medios formando 90° .

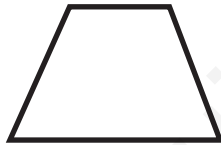


ROMBOIDE:
Lados iguales dos a dos
ángulos iguales dos a dos.
lados iguales y
paralelos dos a dos



TRAPECIO: Cuadrilátero que tiene dos lados opuestos paralelos

TRAPECIO ISOSCELES:
dos lados paralelos
dos lados iguales
dos diagonales iguales



TRAPECIO RECTÁNGULO:
Dos ángulos rectos
Dos ladosparalelos



TRAPECIO ESCALENO:
dos lados paralelos
lados y ángulos desiguales



TRAPEZOIDE:
ángulos desiguales
lados desiguales y
no paralelos



CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE:

Un cuadrilátero si todos sus vértices puede pasar una circunferencia.

Un cuadrilátero es inscriptible si sus ángulos internos opuestos son suplementarios:

$$A+C=B+D=180^\circ$$

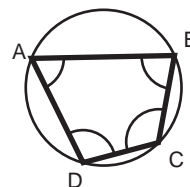
CUADRILÁTERO CIRCUNSCRIBIBLE:

Un cuadrilátero es circunscritable si puede conterener una circunferencia tangente a todos sus lados.

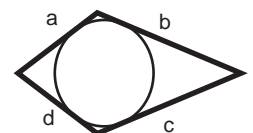
Un cuadrilátero es circunscritable si la suma de sus lados opuestos es igual

$$a+c=b+d$$

**POLÍGONO
INSCRITO**



**POLÍGONO
CIRCUNSCRITO**



Construcción de un rectángulo conocidos sus lados:

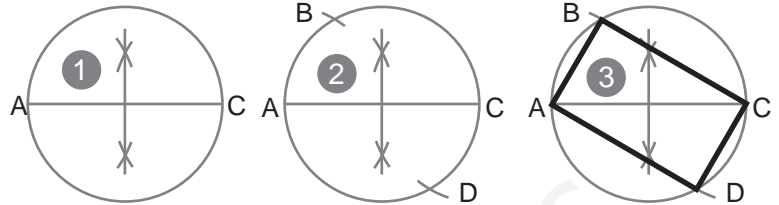


- 1º- Por un extremo del segmento AB trazamos una perpendicular y copiamos sobre ella el segmento AD.
- 2º- Con centro en B trazamos un arco de radio AD.
- 3º- Con centro en A trazamos un arco de radio AB. Encontrando el punto C. Trazamos el rectángulo.

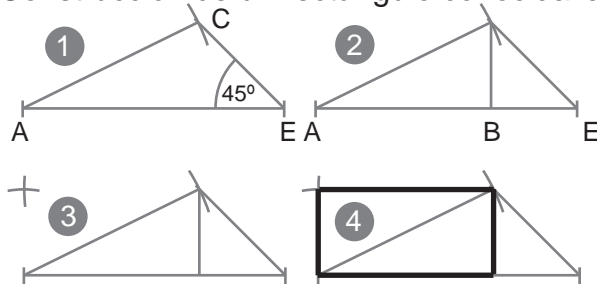
Construcción de un rectángulo conocido un lado AB y la diagonal AC:



- 1º- Trazamos la mediatriz de la diagonal Ab y desde el punto medio trazamos la circunferencia de la cual es diámetro.
- 2º- Con radio AB y centros A y C trazamos dos arcos que cortan a la circunferencia en B y D
- 3º- Trazamos el rectángulo.



Construcción de un rectángulo conocida la suma de dos lados AE y la diagonal AC:

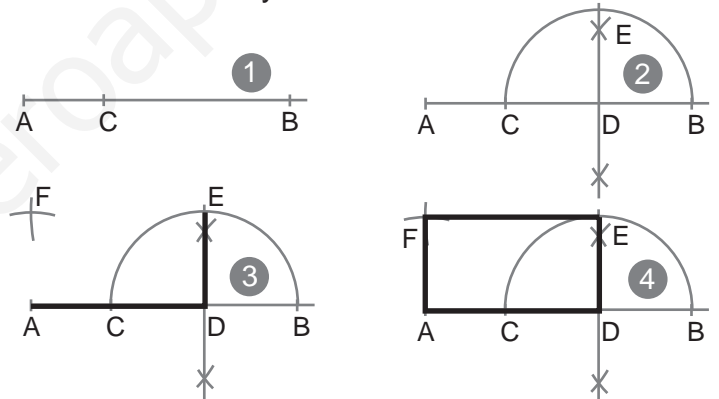


- 1º- Trazamos desde el extremo E una recta que forma 45° con el segmento AE. Con centro en el extremo A y radio AC trazamos un arco que corta a la recta con 45° en el punto C.
- 2º- Desde C trazamos una perpendicular a AE, cortándolo en B.
- 3º- Con centro en A y radio BC trazamos un arco. Trazamos otro con centro en C y radio AB. Obtenemos el punto D.
- 4º- Unimos AB, BC, CD y DA para dibujar el rectángulo.

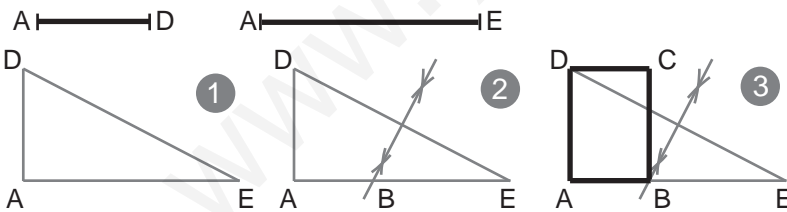
Construcción de un rectángulo conocida la suma de dos lados AB y la diferencia de estos AC:



- 1º- Trazamos una semirecta, situando el punto A y a partir de este los segmentos AB y AC superpuestos.
- 2º- Trazamos la mediatriz de CB, encontrando el p.to D, con centro en este trazamos la semicircunferencia de diámetro CD encontrando el pto. E sobre la mediatriz trazada.
- 3º- Con radio DE y centro en A trazamos un arco, otro con centro en E y radio AD, donde se cortan encontramos el punto F, cuarto vértice.
- 4º- Unimos A-D-E-F.

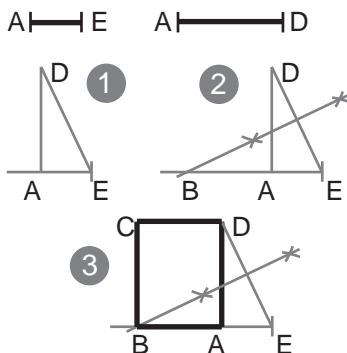


Construcción de un rectángulo dados el lado AB y la suma del otro lado y la diagonal ,AE:



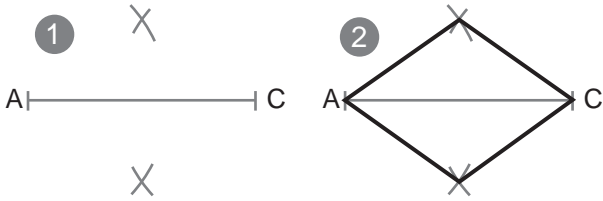
- 1º- Trazamos un triángulo rectángulo con los segmentos dados como catetos. La suma del lado con la diagonal será la base.
- 2º- Trazamos la mediatriz de la hipotenusa, el punto de corte de esta con la base será el tercer vértice del rectángulo pedido.
- 3º- Por D trazamos paralela a AE y por B paralela a AD.

Construcción de un rectángulo conocida la diferencia entre la diagonal y la base, AE, y la altura, AD:



- 1º- Construimos un triángulo rectángulo con los catetos formados por los segmentos conocidos. AE sera la base y AD (la altura) quedara en vertical.
- 2º- Trazamos la mediatriz de la hipotenusa con lo que encontraremos el punto B en la intersección con la prolongación de AE.
- 3º- Trazamos una paralela a AD por B y trazamos otra paralela a BA por D.

Construcción de un rombo conocidos el lado AB y una diagonal AC:

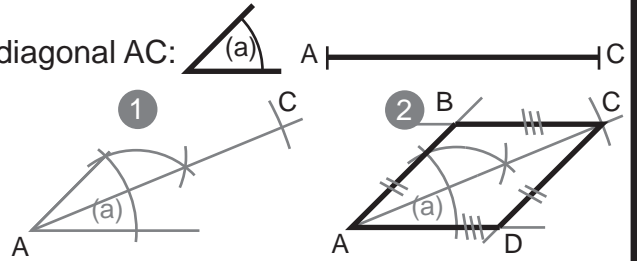


- 1º- Tomamos como radio el lado AB y con centro en los extremos de la diagonal trazamos cuatro arcos. Obtenemos los pts. A y B.
- 2º- Unimos A-B-C-D para trazar el rombo.

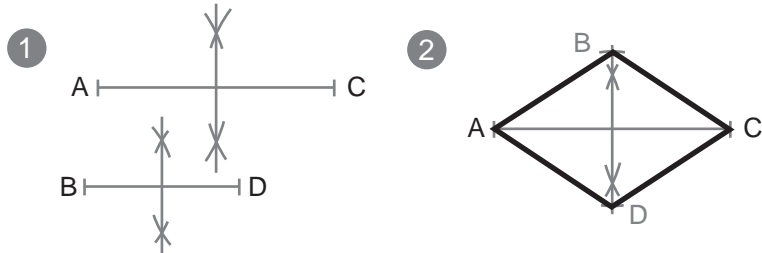


Construcción de un rombo conocido un ángulo (a) y la diagonal AC:

- 1º- Copiamos el ángulo (a), trazamos su bisectriz y sobre ella, a partir del vértice, copiamos la diagonal AC.
- 2º- A partir de C trazamos paralelas al los lados del ángulo y prolongamos estos (si es necesario). Así obtenemos los puntos B y D. Trazamos el rombo A-B-C-D.



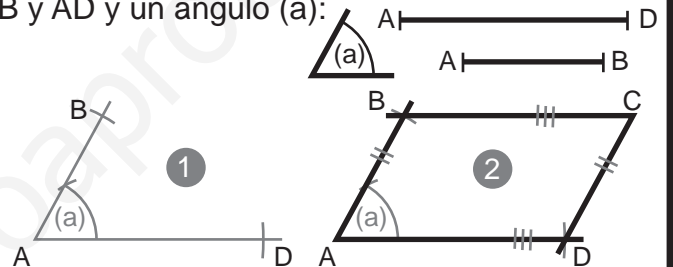
Construcción de un rombo conocidas las diagonales AC y BD:



- 1º- Trazamos las mediatrices de ambas diagonales.
- 2º- Sobre la mediatriz de AC y a partir del punto medio de la diagonal copiamos las dos mitades de la diagonal menor, obteniendo los puntos B y D sobre esta. Trazamos el rombo ABCD.

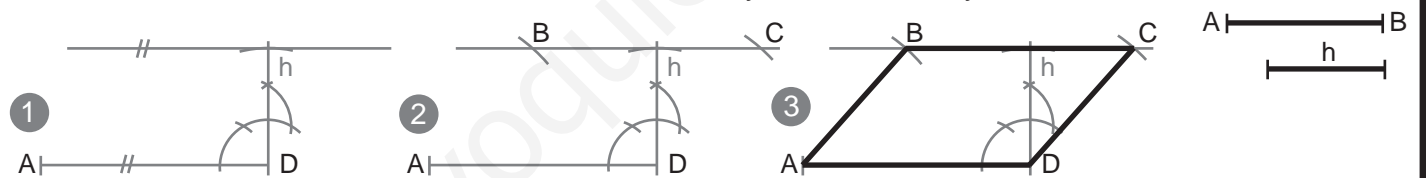
Construcción de un romboide conocidos sus lados AB y AD y un ángulo (a):

- 1º- Copiamos el ángulo (a) y sobre sus lados, a partir de A, copiamos los lados dados AB y AD.
- 2º- A partir de B y D trazamos paralelas a los lados del ángulo. Donde Ambas se cortan tenemos el punto C. Trazamos el romboide ABCD.



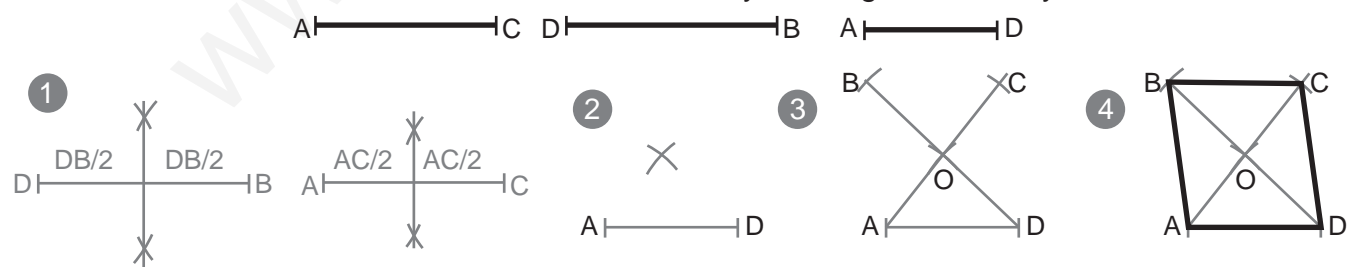
EL PROCEDIMIENTO DE ESTE PROBLEMA ES EL MISMO PARA UN ROMBO DADO EL ÁNGULO Y SU LADO.

Construcción de un romboide conocida sus altura h y sus lados AB y AD:



- 1º- Situamos el lado AC y trazamos una paralela a este a una distancia h.
- 2º- Tomamos como radio de compás el otro lado, AB, y con centro en A y en D trazamos dos arcos que cortan a la paralela en B y C.
- 3º- Trazamos el trapezoide ABCD.

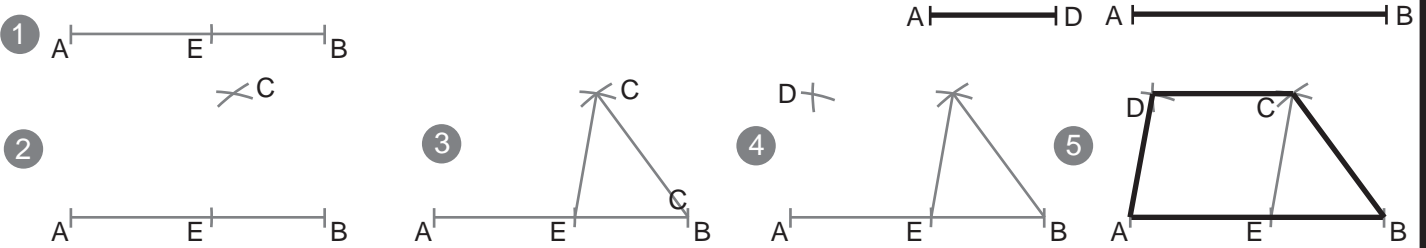
Construcción de un romboide conocida la base AD y las diagonales AC y DB:



SABEMOSQUE EN CUALQUIER PARALELOGRAMO LAS DIAGONALES SE CORTAN EN SUS PUNTOS MEDIOS

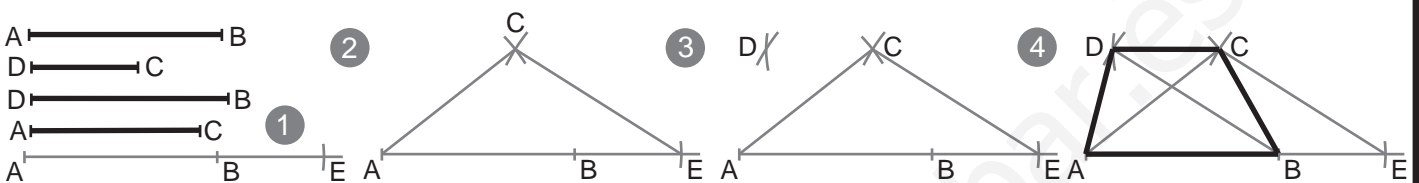
- 1º- Situamos la base AB. Trazamos las mediatrices de las diagonales AC y BD para conocer sus mitades.
- 2º- Con centro en un extremo A de la base AB y radio AC/2 un arco. Con centro en D y radio DB/2 trazamos otro arco que corta al primero en O.
- 3º- A partir de O copiamos el resto de las diagonales DB/2 y AC/2 para encontrar los puntos B y C.
- 4º- Trazamos el romboide ABCD.

Construcción de un trapecio escaleno conociendo los cuatro lados:



- 1º- Situamos el segmento AB como base, sobre el y a partir de A copiamos el lado opuesto (paralelo) DC cortando la base en E.
- 2º- Tomamos con el compás la medida del lado AD y con centro en E trazamos un arco. Tomamos la medida del lado BC y con centro en B trazamos un arco. obtenemos el punto C.
- 3º- Trazamos el lado BC. el segmento EC es paralelo e igual al segmento A.
- 4º Con centro en C y radio DC trazamos un arco. Con centro en A y radio AD trazamos otro arco para obtener D.
- 5º- Trazamos el trapecio escaleno ABCD.

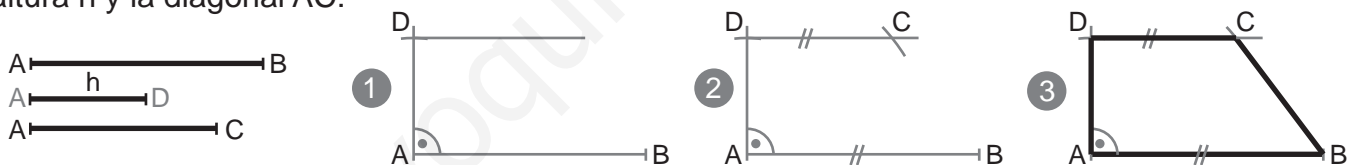
Construcción de un trapecio escaleno conociendo sus bases (AB y DC) y sus diagonales (AC y BD):



- 1º- Situamos el segmento AB como base, lo prolongamos y a partir de B copiamos el lado opuesto (paralelo) DC cortando la prolongación en E.
- 2º- Tomamos con el comás la medida de la diagonal AC y con centro en A trazamos un arco. Tomamos la medida de la diagonal BD y con centro en E trazamos un arco. Obtenemos el punto C.
- 3º- Con centro en B trazamos un arco de radio igual a la diagonal BD. Y con centro en C trazamos otro arco con radio igual a la base superior DC. Obtenemos el punto D
- 4º- Trazamos el trapedio ABCD.

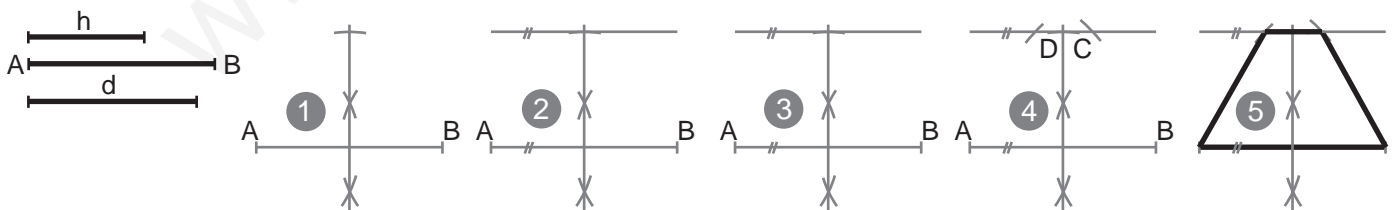
EN AMBOS PROBLEMAS HEMOS REDUCIDO (SUMANDO LA BASE MENOR A LA MAYOR O RESTANDOLA) EL PROBLEMA A UN PROBLEMA SENCILLO DE TRIÁNGULOS. AL VOLVER AL PROBLEMA ORIGINAL ENCONTRAMOS LA SOLUCIÓN CONVIRTIENDO UN LADO DEL TRIÁNGULO INICIAL EN LA DIAGONAL (O EL LADO EN EL PRIMER PROBLEMA) DE LA SOLUCIÓN.

Construcción de un trapecio rectángulo a partir de A (vértice recto) conociendo la base mayor AB, la altura h y la diagonal AC:



- 1º- Situamos el segmento AB como base. Por el extremo A levantamos una perpendicular y sobre esta copiamos h obteniendo de esta manera el punto D.
- 2º- Por el punto D trazamos una recta paralela al segmento AB. Con centro en A y radio AC trazamos un arco que corta a la paralela (base superior) en C.
- 3º- Trazamos el trapecio ABCD.

Construcción de un trapecio Isosceles conociendo la base mayor AB, la altura h, y la diagonal d:



- 1º- Situamos el segmento AB como base. Trazamos una perpendicular, por ejemplo la mediatriz.
- 2º- A partir del punto medio del segmento AB copiamos h.
- 3º- Por el extremo superior de h trazamos una paralela al segmento AB.
- 4º- Con radio igual a la diagonal dada y con centros en los extremos del segmento AB trazamos dos arcos que cortan a la paralela de la base, obteniendo los puntos C y D
- 5º- Trazamos el trapecio ABCD.