

CUESTIÓN 1

A.- Explica cómo se modifica la energía mecánica de un oscilador en los siguientes casos:

- a) **Se duplica la frecuencia.**
- b) **Se duplica la masa.**
- c) **Se duplica el periodo.**
- d) **Se duplica la amplitud.**

(0,5 puntos)

La energía del oscilador armónico es

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2\pi f^2 \cdot A^2$$

$$E = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$$

a) Si se duplica la frecuencia, la energía aumenta en un factor $(2f)^2$; es decir, se multiplica por 4.

b) Si se duplica la masa se duplica la energía, en lugar de m sería $2m$.

c) Como el periodo cumple $f = \frac{1}{T}$; si se duplica el periodo la frecuencia se reduce a la mitad. Como la frecuencia está elevada al cuadrado, la energía se reduce en un factor 4, es decir, queda dividida por 4.

d) La energía depende del cuadrado de la amplitud, luego si se duplica A la energía aumenta en un factor 4.

B.- Un astronauta ha instalado en la Luna un péndulo simple de 0,86 m de longitud y comprueba que oscila con un periodo de 4,6 s. Halla la aceleración de la gravedad en la Luna. (0,5 puntos)

Datos: $L=0,86 \text{ m}$; $T=4,6 \text{ s}$

El periodo del péndulo es:

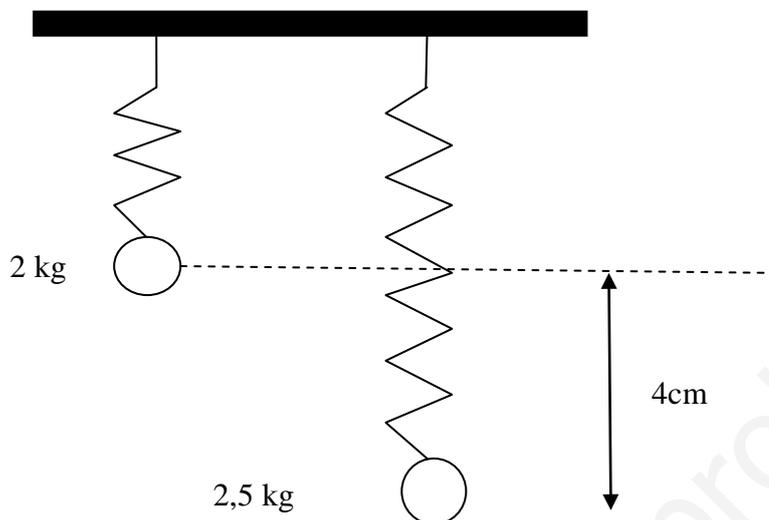
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot 0,86}{4,6^2} = 1,60 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

CUESTIÓN 2

A.- Una masa de 2 kg cuelga de un resorte. Si añadimos a la masa otra de 0,5 kg, el resorte se alarga 4,0 cm. Al retirar la segunda masa, la primera empieza a oscilar. Halla la frecuencia y el periodo con que oscilará en un lugar en que $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

(0,5 puntos)



Al añadir 0,5 kg, la masa se estira 4 cm. Luego el peso de esos 0,5 kg es lo que provoca un estiramiento de 4 cm.

Fuerza que provoca el estiramiento = $mg=(0,5).(9,8)=4,9 \text{ N}$

Ley de Hooke: $F=k.x$, siendo $x=4\text{cm}=0,04 \text{ m}$

$$4,9=k.(0,04) \quad k=122,5 \text{ N}$$

Y dado que luego, la masa inicial $m=2 \text{ kg}$ sufre un MAS, se cumple que:

$$k = m.\omega^2 \Rightarrow 122,5 = 2.\omega$$

$$\omega = 7,82 \text{ rad / s}$$

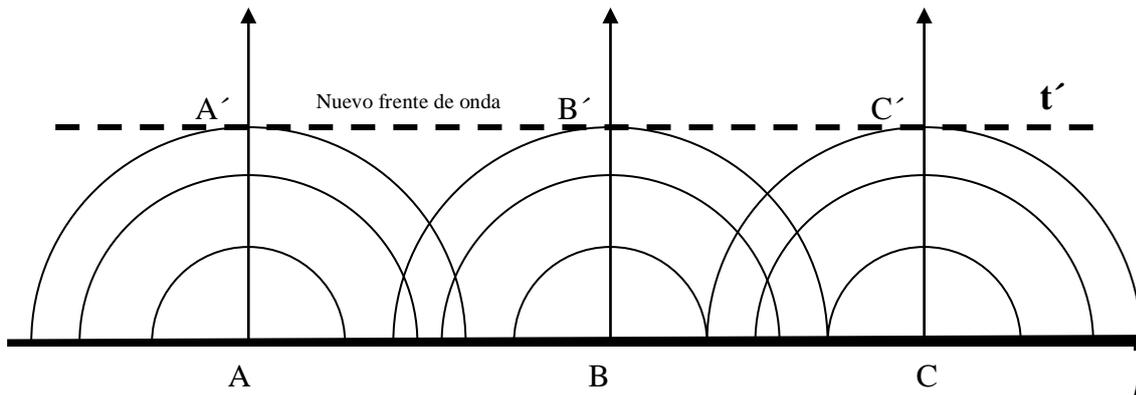
Conocida la pulsación ω , se puede calcular el periodo y la frecuencia:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{7,82}{\pi} = 1,24 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,24} = 0,8$$

B.- Enuncia el principio de Huygens y explica el fenómeno de la difracción de ondas.
(0,5 puntos)

Si tenemos un frente de ondas en un instante t , cada punto del frente se convierte en un foco secundario de emisión que emite ondas de características idénticas a la original.



Se ha originado un frente de ondas en el instante t , dado por la recta que une los puntos A , B y C . Al cabo de un tiempo t' , estas ondas alcanzan los puntos A' , B' y C' . Uniendo los puntos, tenemos un nuevo frente de ondas en los que cada punto actúa como generador de nuevas ondas.

Los puntos A' , B' y C' actúan de nuevos focos de emisión. El nuevo frente de ondas es la envolvente de todas las ondas elementales.

La construcción de frentes de onda se ha realizado para frentes de onda plano, la construcción de frentes de ondas esféricas se realiza de la misma manera.

El principio de Huygens dice:

Todo punto de un frente de ondas se convierte en un centro puntual productor de ondas elementales secundarias, de igual velocidad y frecuencia que la onda inicial, cuya superficie envolvente constituye un nuevo frente de onda.

En la figura 1 se muestra un frente de ondas plano y de longitud de onda λ que se encuentra con un obstáculo que tiene un orificio. Si la abertura del orificio es de un tamaño comparable a la longitud de onda, los rayos cambian su dirección al llegar a dicha abertura. Este fenómeno recibe el nombre de difracción.

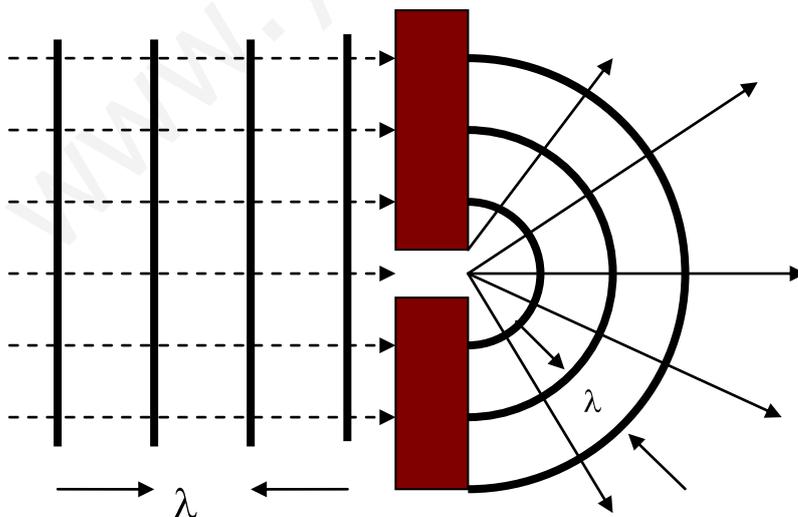


Figura 1. Difracción.

La explicación de este fenómeno se basa en el principio de Huygens: el orificio se convierte en un centro emisor de ondas lo que permite a la onda propagarse detrás del obstáculo.

La difracción también se produce si las ondas son interceptadas por algún obstáculo siempre que su tamaño sea igual o inferior a la longitud de onda.

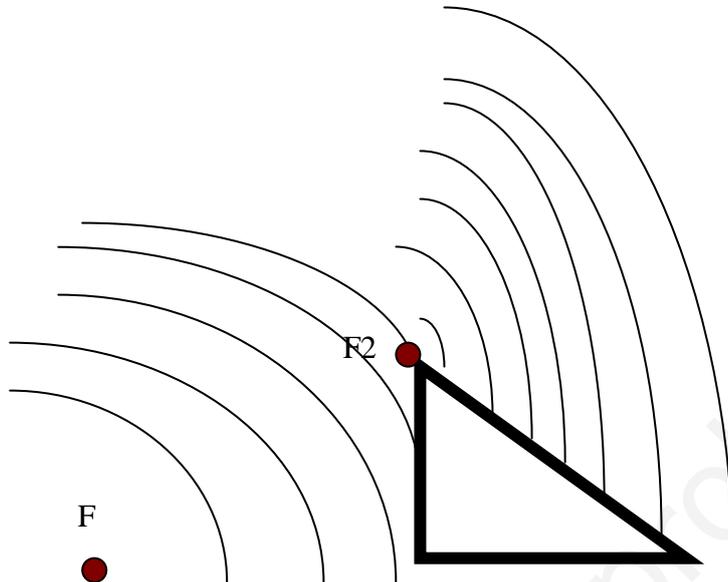


Figura 19. Onda bordeando obstáculo: difracción.

La onda se origina en un foco F. Se encuentra con el obstáculo, el pico del obstáculo actúa en F2 como centro emisor de nuevas ondas de la misma longitud de onda que la onda original. Esto explica porque podemos oír conversaciones de personas a las que ni siquiera podemos ver. La condición para que el sonido pueda bordear obstáculos es que el tamaño del objeto sea comparable (del mismo orden) que la longitud de la onda. Es por ello, que el sonido no puede bordear una montaña o un edificio.

Se observa a diario fenómenos de difracción en el sonido, pero no en la luz. La razón estriba en que la longitud de onda de la luz es del orden de 10^{-7} m en el visible. Sólo objetos de este tamaño producirán difracción de la luz.

Finalmente, la difracción en un fenómeno típicamente ondulatorio: sólo las ondas sufren difracción.

CUESTIÓN 3.

A.- Explica los conceptos de tono y timbre. (0,5 puntos)

- Tono: tiene que ver con la frecuencia de las ondas.

Permite distinguir los sonidos graves de los agudos. Los sonidos graves son de baja frecuencia y los agudos de alta frecuencia. Gracias a esta cualidad del sonido se pueden distinguir las diferentes notas de un instrumento musical.

- Timbre: tiene que ver con la forma de las ondas.

Permite distinguir dos sonidos de igual intensidad y tono emitidos por dos focos diferentes. Es decir, podemos distinguir si un sonido procede de una guitarra o de un violín, o reconocer a las personas por su voz aunque no las veamos. Los sonidos no son puros, vienen dados por ondas de diferentes frecuencias que se llaman armónicos. Cada sonido de un instrumento, persona o foco sonoro es una onda compuesta con unas características que lo distinguen de los demás.

B.- Una onda armónica esférica tiene de intensidad $6 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$ a 20 m del foco emisor. Si no hay absorción calcula:

- Energía emitida por el foco emisor en un minuto.**
- Amplitud de la onda a los 40 m, si a los 20 m es de 4 mm. (0,5 puntos)**

Datos: $I = 6 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$; $R = 20 \text{ m}$

- a) La intensidad de las ondas se relaciona con la potencia de la onda por:

$$I = \frac{P}{4\pi R^2} \Rightarrow P = I \cdot 4\pi R^2 ; P = 6 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot 20^2$$

$$P = 3,01 \cdot 10^{-4} = 3,01 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

La potencia calculada está en Watios (W), es decir, son Julios por segundo. Luego en un minuto la energía será:

$$E = P \cdot t = 3,01 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 0,01806 \text{ J}$$

- b) La amplitud en un punto y la distancia de dicho punto al foco de la onda se relacionan por la expresión:

$$\frac{1}{A_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

Siendo: $A_1 = 4 \text{ mm}$ y $R_1 = 20 \text{ m}$

El punto (2) es $R_2 = 40 \text{ m}$; por lo que puede calcularse A_2 :

$$\frac{4^2}{A_2} = \frac{40^2}{20^2} \Rightarrow A_2 = 2 \text{ mm}$$

CUESTIÓN 4

A.- Un punto está sometido a la acción de dos ondas idénticas que parten de focos situados a 26 cm y a 25,8 cm del punto. Si la velocidad de propagación de las ondas es de 1200 m/s, determina cuál debería ser la frecuencia para que el punto considerado corresponda al primer mínimo de la amplitud. (0,5 puntos)

El primer mínimo de amplitud es el primer NODO: es una interferencia destructiva cuya condición viene dada por:

$$x_2 - x_1 = 2n + \frac{\lambda}{2}$$

El primer nodo se obtiene para $n=0$: $x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$

Dado que $x_2 = 26\text{cm}$; $x_1 = 25,8\text{cm}$, la longitud de onda de onda será:

$$26 - 25,8 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,4\text{cm} = 4 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

Y la frecuencia será:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 1200 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot f$$
$$f = 300.000 = 3 \cdot 10^5\text{ Hz}$$

B.- Una ambulancia que emite un sonido de 520 Hz se acerca con una velocidad de 72 km/h hacia un observador en reposo situado en el arcén de la carretera. Halla la longitud de onda que percibe el observador. Explica el fenómeno descrito.

Dato: $v_{\text{sonido}} = 340\text{ m/s}$. (0,5 puntos)

Cuando una fuente de ondas y un receptor están en movimiento relativo respecto al medio material en el que se propaga la onda, la frecuencia de las ondas observadas es diferente a la frecuencia de las ondas emitidas por la fuente. Este fenómeno recibe el nombre de efecto Doppler en honor al físico Ch. J. Doppler (1803 – 1853) quien lo observó por primera vez en las ondas sonoras.

Consideremos una ambulancia en reposo, emite ondas con una frecuencia determinada y con la misma frecuencia las percibe el observador en reposo.

Si la ambulancia pasa velozmente frente a nosotros, el sonido de su sirena nos parece agudo cuando la ambulancia se aproxima y grave cuando se aleja.

Observador



$-V_F$



Fuente



$$b) \quad k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow 400 = m \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \Rightarrow m = 162,1 \text{ kg}$$

c) La ecuación del MAS es: $x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$. La amplitud es $A = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

$$\text{La pulsación es } \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}$$

Para completar la ecuación del MAS es necesario determinar el valor de la fase inicial φ .

En el instante inicial, $t=0$, cuando se suelta el muelle, éste se encuentra estirado. Por lo tanto, en $t=0$, $x=5 \text{ cm}$.

$$0,05 = 0,05 \text{sen}(\varphi) \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{La ecuación del MAS es: } x = 0,05 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

d) La energía acumulada en el muelle, energía mecánica es:

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0,05^2 = 0,5 \text{ J}$$

La energía potencial cuando $x=2 \text{ cm}$ es:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0,02^2 = 0,08 \text{ J}$$

Y dado que $E_{\text{TOTAL}} = E_c + E_p$

$$E_c = E_{\text{Total}} - E_p$$

$$E_c = 0,5 - 0,08 = 0,42 \text{ J}$$

PROBLEMA 2

Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación $y(x,t)=0,2 \cos(200t -0,1 x)$, expresada en unidades del S.I. Calcula:

- Onda estacionaria resultante de la interferencia de la onda anterior y otra igual que se propaga en sentido contrario. ¿Transmite energía la onda estacionaria?
- Define lo que son nodos, halla la ecuación nodal y halla la distancia entre dos nodos consecutivos.

Ayuda: $\cos A + \cos B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$ (2 puntos)

a) $y_1(x,t)=0,2 \cos(200t -0,1 x)$ onda incidente

$y_2(x,t)=0,2 \cos(200t +0,1 x)$ onda reflejada

$$y = y_1 + y_2 = 2 \cdot (0,2) \cdot \cos \frac{200t - 0,1x + 200t + 0,1x}{2} \cdot \cos \frac{200t - 0,1x - 200t - 0,1x}{2} =$$
$$= 0,4 \cdot \cos(200t) \cdot \cos(0,1 x)$$

SE TRATA DE UNA ONDA ESTACIONARIA: Los nodos están siempre en reposo por lo que parece como si la onda permaneciera fija, no viaja; y entonces no transporta energía. Por ello, no se comportan como ondas en el sentido estricto.

- b) Los nodos son los puntos de la onda en que la amplitud resultante es cero. Por tanto:

$$A_R = 0,4 \cdot \cos(0,1 x) = 0$$

$$0,1x = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n+1)5\pi \text{ ECUACION NODAL}$$

$$\text{Si } n = 0 \quad x = 5\pi \text{ m}$$

$$\text{Si } n = 1 \quad x = 15\pi \text{ m}$$

***La distancia entre dos nodos consecutivos es 10π metros.**

Por otra parte, el número de onda es $k = 0,1 \text{ m}^{-1}$. Por ello, la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{0,1} = 20\pi \text{ m}$$

***POR TANTO, LA DISTANCIA ENTRE DOS NODOS ES $\frac{\lambda}{2}$.**

PROBLEMA 3

Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación (en unidades del S.I.)

$$y(x,t) = 0,2 \text{sen}(6\pi t + \pi x + \pi/4)$$

Calcula:

- La frecuencia, el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación.
- El estado de vibración, velocidad y aceleración de una partícula situada en $x=0,2$ m en el instante $t=0,3$ s.
- Diferencia de fase entre dos puntos separados $0,3$ m en el mismo instante de tiempo.

(UCLM SEPTIEMBRE 2010)

(2 puntos)

a)

$$\text{Pulsación: } w = 6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Frecuencia: } f = \frac{w}{2\pi} = \frac{6\pi}{\pi} = 6 \text{ Hz}$$

$$\text{Nº onda: } k = \pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{\pi} = 2 \text{ m (longitud onda)}$$

$$\text{Velocidad propagación: } v = \lambda \cdot f = (2) \cdot (6) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Sustituimos en la ecuación de la onda $x=0,2$ m y $t=0,3$ s.

$$y = 0,2 \text{sen}\left(6\pi \cdot 0,3 + \pi \cdot 0,2 + \frac{\pi}{4}\right) = 0,2 \text{sen}\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 0,141 \text{ m}$$

La ecuación de velocidad se obtiene por derivación de la ecuación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,2 \cdot 6\pi \cdot \cos\left(6\pi t + \pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Sustituyendo $x=0,2$ m y $t=0,3$ s:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,2 \cdot 6\pi \cdot \cos\left(6\pi \cdot 0,3 + \pi \cdot 0,2 + \frac{\pi}{4}\right) = (0,2) \cdot 6\pi \cdot \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 2,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y la aceleración será:

$$a = -w^2 \cdot y = -6\pi^2 \cdot (0,141) = -50,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) Llamando φ_1 y φ a la fase de los puntos x_1 y x_2 .

$$\varphi_1 = 6\pi t + \pi x_1 + \frac{\pi}{4}$$

$$\varphi_2 = 6\pi t + \pi x_2 + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi(x_1 - x_2)$$

$$\varphi_1 - \varphi = 0,3 \cdot \pi \text{ radianes}$$