I.E.S. Elviña
Departamento de
Física e Química

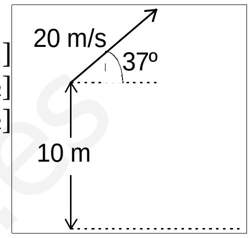
Física

Ondas *10/11/06*

Nombre____

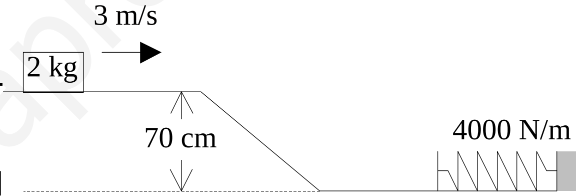
Problemas [5 Ptos.]

1. Para el proyectil de la figura, calcula:
   (a) El vector velocidad con que se incrusta en el suelo. [1]
   (b) El alcance. [½]
   (c) La altura máxima. [½]



2. Un péndulo simple de 250 g de masa oscila colgado de un hilo inextensible de 60 cm. Se aparta $\pi/12$ rad de la posición de equilibrio y se suelta. Tomando como instante inicial la posición de equilibrio cuando se mueve en sentido negativo:
   (a) Escribe su elongación *s* (en metros) en función del tiempo. [1]
   (b) Calcula la altura, respecto a la posición de equilibrio, que tiene cuando la velocidad es la mitad de la velocidad máxima. [1]

3. En el sistema de la figura, un cuerpo de 2,0 kg se mueve a 3,0 m/s sobre un plano horizontal que está elevado 70,0 cm respecto al suelo. Si no existe rozamiento en ningún tramo del movimiento, determina la velocidad del cuerpo cuando ha comprimido 5,0 cm el muelle, de constante k = 4,0 kN/m. [1]



Cuestiones [3 Ptos.]

1. ¿En qué consiste el fenómeno de difracción? [½]

2. Una onda unidimensional se propaga de acuerdo con la ecuación:
   $y = 2{,}00 \cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{4{,}00} - \dfrac{x}{1{,}60}\right)\right]$ donde las distancias «*x*» e «*y*» se miden en metros y el tiempo en segundos. Determina:
   (a) La velocidad de propagación de la onda. [½]
   (b) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 120 cm en la dirección de avance de la onda. [½]

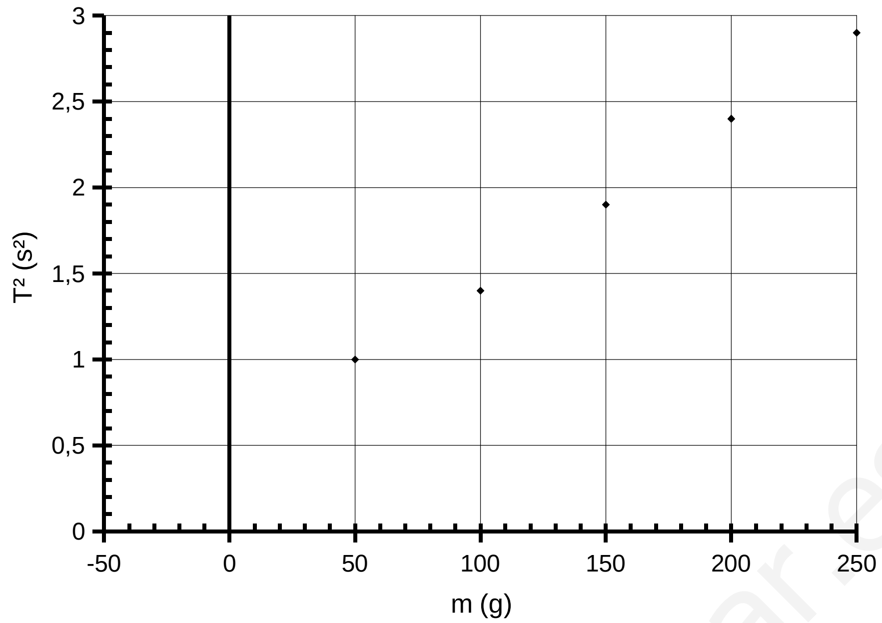
3. Dados los vectores $\vec{\mathbf{A}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} + 5\,\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} - a\,\vec{\mathbf{k}}$
   (a) Halla el valor de *a* para que los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ sean perpendiculares. [¼]
   (b) Halla un vector de módulo 6 que sea perpendicular a ambos. [¾]

4. Supón que una fuerza neta actúa sobre una partícula, pero no realiza trabajo ¿Puede la partícula moverse en línea recta? [½]

Laboratorio [2 Ptos.]

(a) Demuestra que la representación de los cuadrados de los períodos T^2 de oscilación del resorte en función de la masa que oscila *m* producirá una línea recta que pasa por el origen. [½]

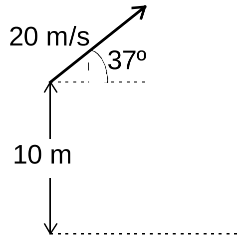
Unos estudiantes calcularon los períodos de oscilación y representaron sus cuadrados T^2 (en s^2) en función de las masas que oscilaban *m* (en g) como se muestra en la gráfica.



(b)	Traza la línea de ajuste óptimo a los puntos.	[¼]
(c)	Determina el valor de la abscisa en el origen sobre el eje de las masas.	[¼]
(d)	Calcula la pendiente de la recta.	[¼]
(e)	Los estudiantes observaron que su gráfica no parece pasar por el origen (0,0). Un estudiante expone que cabe la posibilidad de que haya un error sistemático en las lecturas o en el análisis. Indica la causa más probable del error sistemático que sugiere el estudiante. Explícala con referencia al valor numérico específico encontrado en la pregunta (c) de la abscisa en el origen.	[½]
(f)	Calcula la constante elástica del resorte.	[¼]

Soluciones

Problemas



1. Para el proyectil de la figura, calcula:
(a) El vector velocidad con que se incrusta en el suelo.
(b) El alcance.
(c) La altura máxima.

Solución:

a) Como la única fuerza que actúa sobre el proyectil es su peso, el vector aceleración es constante y la ecuación de movimiento es:
$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0\, t + ½\, \mathbf{a}\, t^2$
Tomando como origen el suelo en la vertical del punto de lanzamiento, eje X horizontal, positivo en el sentido de avance del proyectil (derecha) y eje Y vertical positiva hacia arriba, queda
$\mathbf{r} = 10\, \mathbf{j} + (20 \cos 37\, \mathbf{i} + 20 \operatorname{sen} 37\, \mathbf{j})\, t + ½\, (-9{,}8\, \mathbf{j})\, t^2 = 16\, t\, \mathbf{i} + (10 + 12\, t - 4{,}9\, t^2)\, \mathbf{j}$
Cuando llega al suelo, la componente vertical de su posición es nula:
$x\, \mathbf{i} = 16\, t\, \mathbf{i} + (10 + 12\, t - 4{,}9\, t^2)\, \mathbf{j} \quad \Rightarrow 10 + 12\, t_s - 4{,}9\, t_s^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_s = 3{,}1$ s
La velocidad es la derivada de la posición con respecto al tiempo.
$\mathbf{v} = d\, \mathbf{r} / dt = 16\, \mathbf{i} + (12 - 9{,}8\, t)\, \mathbf{j}$
Sustituyendo en t el tiempo que tarda en llegar al suelo t_s
$\mathbf{v}_s = (16\, \mathbf{i} - 18\, \mathbf{j})$ m/s

b) El alcance es el valor de a coordenada x cuando llega al suelo. Sustituyendo en el posición,
$x = 16 \cdot 3{,}1 = 50$ m

c) La altura es máxima cuando la componente vertical de la velocidad se anula, $v_y = 0$
$12 - 9{,}8\, t_h = 0 \quad \Rightarrow \quad t_h = 1{,}2$ s
Sustituyendo en la ecuación de movimiento:
$y = 10 + 12\, t_h - 4{,}9\, t_h^2 = 17$ m

2. Un péndulo simple de 250 g de masa oscila colgado de un hilo inextensible de 60 cm. Se aparta π/12 rad de la posición de equilibrio y se suelta. Tomando como instante inicial la posición de equilibrio cuando se mueve en sentido negativo:
(a) Escribe su elongación s (en metros) en función del tiempo.
(b) Calcula la altura, respecto a la posición de equilibrio, que tiene cuando la velocidad es la mitad de la velocidad máxima.

Datos	***Cifras significativas: 2***
amplitud angular (elongación angular máxima).	$\theta_0 = \pi/12$ rad $= 0{,}26$ rad
longitud del péndulo	$L = 60$ cm $= 0{,}60$ m
masa del péndulo	$m = 250$ g $= 0{,}25$ kg
elongación angular inicial	$\theta = 0$
velocidad angular inicial	$\omega < 0$
Incógnitas	
elongación lineal en función del tiempo	θ
altura que tiene cuando la velocidad es la mitad de la velocidad máxima	h
Otros símbolos	
pulsación (frecuencia angular)	$\omega = 2\, \pi / T$
fase inicial	φ_0

Ecuaciones

de movimiento en el M.A.S.	$\theta = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$ $s = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$
período del péndulo	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
relación entre el arco s y el ángulo central θ en una circunferencia	$s = \theta R$
energía potencial del peso	$E_P = m \cdot g \cdot h$
energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$

Solución:

a) Tomando el movimiento de péndulo como armónico simple porque θ_0 (=0,26) ≈ sen θ_0 (=0,26)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}60}{9{,}8}} = 1{,}6 \text{ s}$$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \text{ [rad]} / 1{,}6 \text{ [s]} = 1{,}25\,\pi \text{ rad/s} = 4{,}0 \text{ rad/s}$$

$$\theta = 0{,}26 \operatorname{sen}(4{,}0\, t + \varphi_0) \text{ [rad]}$$

Cuando $t = 0$, $\theta = 0$,

$$0 = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega\, 0 + \varphi_0)$$

$$\operatorname{sen}\varphi_0 = 0 \begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ \varphi_0 = \pi \end{cases}$$

La velocidad angular es la derivada de la posición angular

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 0{,}26 \cdot 4{,}0 \cos(4{,}0\, t + \varphi_0)$$

Como inicalmente se mueve en sentido negativo, la fase inicial debe ser

$$\varphi_0 = \pi$$

La ecuación de movimiento angular, queda

$$\theta = 0{,}26 \operatorname{sen}(4{,}0\, t + \pi/2) \text{ [rad]}$$

El radio de la trayectoria circular es la longitud del péndulo, por lo que

$$s = L \cdot \theta$$

$$A = L \cdot \theta_0 = 0{,}60 \cdot 0{,}26 = 0{,}16 \text{ m}$$

$$s = 0{,}16 \operatorname{sen}(4{,}0\, t + \pi/2) \text{ [m]}$$

b) La velocidad es la derivada de la elongación

$$v = \frac{ds}{dt} = 0{,}16 \cdot 4{,}0 \cos\left(4{,}0\, t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}63 \cos\left(4{,}0\, t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima para la fase 0, cuando el coseno vale 1.

$$v_{máx} = 0{,}63 \text{ m/s}$$

Como la tensión del hilo es una fuerza perpendicular al desplazamiento en todos los puntos de la trayectoria, el trabajo que realiza es nulo y la energía mecánica se conserva.

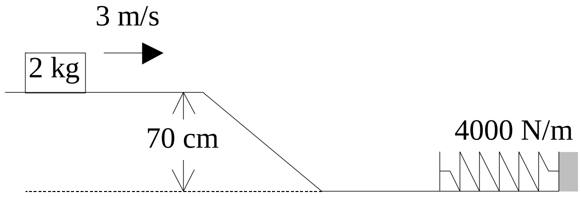
$$(E_C + E_{P\,peso})_{inicial} = (E_C + E_{P\,peso})_{final}$$

Tomando como origen de energías potenciales el punto más bajo

$$0{,}25 \cdot (0{,}63)^2 / 2 + 0{,}25 \cdot 9{,}8 \cdot 0 = 0{,}25 \cdot (0{,}63 / 2)^2 / 2 + 0{,}25 \cdot 9{,}8 \cdot h$$

$$h = 0{,}015 \text{ m} = 1{,}5 \text{ cm}$$

3. En el sistema de la figura, un cuerpo de 2,0 kg se mueve a 3,0 m/s sobre un plano horizontal que está elevado 70,0 cm respecto al suelo. Si no existe rozamiento en ningún tramo del movimiento, determina la velocidad del cuerpo cuando ha comprimido 5,0 cm el muelle, de constante k = 4,0 kN/m.



Solución:

a) Las únicas fuerzas no conservativas son las que ejercen las superficies sobre el cuerpo, que al ser normales al desplazamiento, no realizan trabajo. Por tanto, la energía se conserva entre la situación inicial (A) y la del momento en el que el cuerpo entra en contacto con el muelle (B).

$$(E_C + E_{P(\text{peso})} + E_{P(\text{elástica})})_A = (E_C + E_{P(\text{peso})} + E_{P(\text{elástica})})_B$$

$$½\, m\, v_A^2 + mgh_A + ½\, kx_A^2 = ½\, m\, v_B^2 + mgh_B + ½\, kx_B^2$$

$$½\; 2{,}0 \cdot 3{,}0^2 + 2{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}70 + 0 \quad = ½\; 2{,}0 \cdot v^2 + \quad 0 \quad + ½\; 4{,}0{\times}10^3 \cdot 0{,}050^2$$

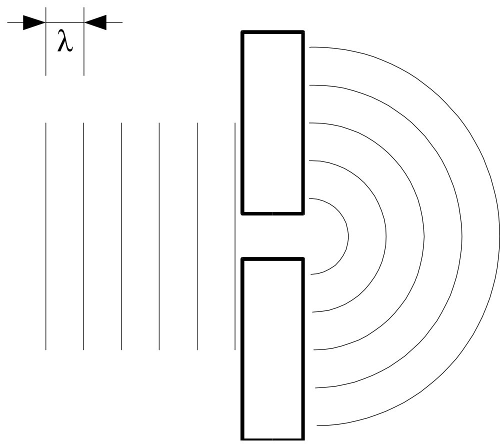
$$v = 4{,}2 \text{ m/s}$$

Cuestiones

1. ¿En qué consiste el fenómeno de difracción?

Solución:

Difracción es el fenómeno que se produce cuando una onda «rodea» un obstáculo o «se abre» cuando atraviesa un agujero de dimensiones parecidas a la longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas.



2. Una onda unidimensional se propaga de acuerdo con la ecuación: $y = 2{,}00 \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{4{,}00} - \frac{x}{1{,}60}\right)\right]$ donde las distancias «*x*» e «*y*» se miden en metros y el tiempo en segundos. Determina:

(a) La velocidad de propagación de la onda.

(b) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 120 cm en la dirección de avance de la onda.

Solución:

a) Comparando la ecuación de una onda con la del dato (suponiendo que no hay desfase en el foco):

$$y = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$y = 2{,}00 \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{4{,}00} - \frac{x}{1{,}60}\right)\right]$$

Período: $T = 4{,}00$ s
Longitud de onda: $\lambda = 1{,}60$ m
De las relaciones entre período, frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación de la onda
Frecuencia: $f = 1 / T = 1 / 4{,}00$ [s] $= 0{,}250$ Hz
Velocidad de propagación de la onda: $c = \lambda \cdot f = 1{,}60$ [m] $\cdot\ 0{,}250$ [s^{-1}] $= 0{,}400$ m/s

b) La diferencia de fase entre dos partículas que separadas una distancia Δx es

$$\Delta\varphi = \left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)\right] - \left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)\right] = \left[2\pi\left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda}\right)\right] = \frac{2\pi\,\Delta x}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 1{,}20 / 1{,}60 = 3\pi/2 = 4{,}71 \text{ rad}$$

3. Dados los vectores $\vec{\mathbf{A}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} + 5\,\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} - a\,\vec{\mathbf{k}}$
(a) Halla el valor de *a* para que los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ sean perpendiculares.
(b) Halla un vector de módulo 6 que sea perpendicular a ambos.

Solución:

a) Si dos vectores **A** y **B** son perpendiculares, su producto escalar da cero.

$$\mathbf{A} \perp \underline{\underline{\mathrm{B}}} \Rightarrow \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}| \cos\varphi = 0$$

Con los datos del ejercicio:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 1 \cdot (-a) = 7 - a = 0$$

$$a = 7$$

b) El vector $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ producto vectorial es un vector perpendicular a ambos:

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = (2\,\vec{\mathbf{i}} + 5\,\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}) \times (\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} - 7\vec{\mathbf{k}}) = (-35 - 1)\,\vec{\mathbf{i}} + (1 + 14)\,\vec{\mathbf{j}} + (2 - 5)\vec{\mathbf{k}} = -36\,\vec{\mathbf{i}} + 15\,\vec{\mathbf{j}} - 3\vec{\mathbf{k}}$$

Como el módulo del vector $\vec{\mathbf{C}}$ es

$$|\vec{\mathbf{C}}| = \sqrt{(-36)^2 + 15^2 + (-3)^2} = 39{,}12$$

El vector $\vec{\mathbf{D}}$ que piden es 6 veces mayor que el vector unitario de **C**

$$\vec{\mathbf{D}} = 6 \cdot \frac{\vec{\mathbf{C}}}{|\vec{\mathbf{C}}|} = 6\,\frac{-36\,\vec{\mathbf{i}} + 15\,\vec{\mathbf{j}} - 3\vec{\mathbf{k}}}{39{,}12} = -5{,}52\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}30\,\vec{\mathbf{j}} - 0{,}46\vec{\mathbf{k}}$$

4. Supón que una fuerza neta actúa sobre una partícula, pero no realiza trabajo ¿Puede la partícula moverse en línea recta?

Solución:

Falso. Si la fuerza resultante no realiza trabajo debe ser perpendicular al desplazamiento, por tanto es una fuerza normal que produce una aceleración normal y la trayectoria debe ser curva.

Laboratorio

(a) Demuestra que la representación de los cuadrados de los períodos T^2 de oscilación del resorte en función de la masa que oscila m producirá una línea recta que pasa por el origen.

Un M.A.S. es aquél en que la elongación x cumple que

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

donde A es la amplitud, ω la pulsación, t el tiempo y φ el desfase inicial.
Por la ley de Hooke, $F = -k \cdot x$
Por la 2ª Ley de Newton $F = m \cdot a$

Como v = dx / dt

$$v = d\,(A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)\,) / dt = A\,\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

y $a = dv / dt$

$$a = d\,(A\,\omega \cos(\omega t + \varphi)\,) / dt = -A\,\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

Si la fuerza resultante es la fuerza elástica

$$F = m\,a = m\,(-\omega^2 x) = -k\,x$$

$$k = m\omega^2$$

La relación entre el período T y la pulsación ω es

$$\omega = 2\,\pi / T$$

por lo que la relación $k = m \cdot \omega^2$ queda:

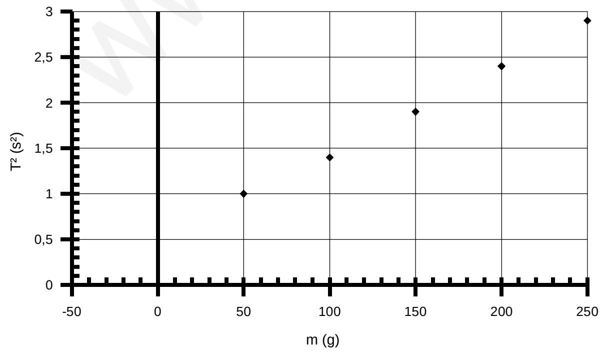
$$k = m(2\,\pi / T)^2$$

Despejando el cuadrado del período

$$T^2 = (4\,\pi^2 / k) \cdot m$$

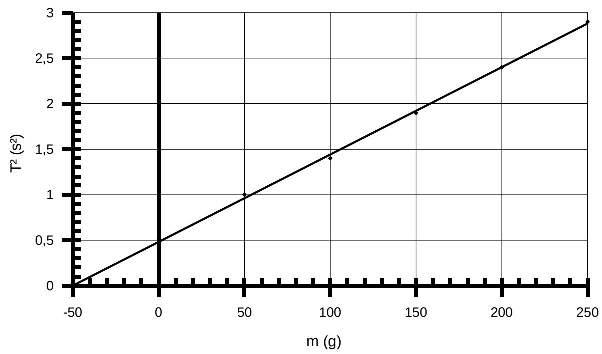
que es la ecuación de una recta (T^2 en las ordenadas y m en las abscisas) que pasa por el origen (para m = 0, T^2 = 0) de pendiente $4\,\pi^2 / k$

Unos estudiantes calcularon los períodos de oscilación y representaron sus cuadrados T^2 (en s^2) en función de las masas que oscilaban m (en g) como se muestra en la gráfica.



(b) Traza la línea de ajuste óptimo a los puntos.

(c) Determina el valor de la abscisa en el origen sobre el eje de las masas.



Aproximadamente

(d) Calcula la pendiente de la recta.

Tomando dos puntos de la recta (-50, 0) y (250, 2,8)

$$\text{pendiente} = \Delta T^2 / \Delta m = (2{,}8 - 0)\ (\ (250 - (-50)) = 0{,}0093\ \text{s}^2/\text{g} = 9{,}3\ \text{s}^2/\text{kg}$$

(e) Los estudiantes observaron que su gráfica no parece pasar por el origen (0,0). Un estudiante expone que cabe la posibilidad de que haya un error sistemático en las lecturas o en el análisis. Indica la causa más probable del error sistemático que sugiere el estudiante. Explícala con referencia al valor numérico específico encontrado en la pregunta (c) de la abscisa en el origen.

Al hacer la representación, probablemente no se tuvo en cuenta la masa del portapesas y del platillo, suponiendo que la masa del resorte es despreciable.
La masa que no se tuvo en cuenta, es 50 g, el valor del apartado (c) cambiado de signo. Esto se explica porque si se hubiese sumado esta masa (50 g) a las de las pesas (de 50, 100, 150, 200 y 250 g), los puntos de la gráfica tendrían de abscisa (100, 150,200,250 y 300 g) y la recta habría pasado por el origen, como se esperaba.

(f) Calcula la constante elástica del resorte.

De la pendiente

$$9{,}3 = 4\ \pi^2 / k$$

$$k = 4\ \pi^2 / 9{,}3 = 4{,}2\ \text{N/m}$$