FÍSICA - 2º BACHILLERATO

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE - HOJA 1

1. En un movimiento oscilatorio, ¿Qué se entiende por periodo? ¿Y por frecuencia? ¿Qué relación existe entre ambas magnitudes?

2. Una partícula oscila con movimiento armónico simple con un periodo T. ¿Qué tiempo tarda en desplazarse desde uno de los extremos de oscilación hasta el otro?

3. Una partícula vibra con una frecuencia de 5 Hz. ¿Cuánto tiempo tarda en desplazarse desde un extremo hasta la posición de equilibrio?

4. Escribe la ecuación general del movimiento armónico simple. Identifica todos sus términos.

5. Una partícula oscila con m.a.s. de modo que su ecuación es:

$$x = 5\, sen(6\pi t + \frac{\pi}{4})$$

   Indica los valores de su amplitud, su fase inicial, su frecuencia angular, su periodo y su frecuencia.

6. Una partícula realiza 40 vibraciones en 2 segundos. Calcula su frecuencia, su periodo y su frecuencia angular.

7. Un oscilador armónico tarda 5 s en realizar 30 vibraciones completas. ¿Cuál es el valor de su frecuencia angular?

8. Una partícula oscila con m.a.s. de modo que inicia su movimiento en el extremo positivo de su trayectoria y 0,5 s después pasa por la posición de equilibrio. La distancia entre el extremo y la posición de equilibrio es de 2 m. Halla:
   a) El periodo y la frecuencia de su movimiento.
   b) El número de oscilaciones completas que realizará la partícula en un minuto.
   c) Las constantes del movimiento (A, ω, φ).
   d) La ecuación del movimiento.
   e) La posición de la partícula un segundo después de iniciado el movimiento.

9. Una partícula se mueve con m.a.s. entre dos puntos separados por una distancia de 3 m. Realiza 8 vibraciones en 2 segundos. Si la partícula en t = 0 se encuentra en el punto central de su trayectoria y se dirige hacia el extremo positivo, calcula:
   a) La frecuencia y el periodo del movimiento.
   b) El número de oscilaciones completas que realizará la partícula en medio minuto.
   c) Las constantes del movimiento (A, ω, φ).
   d) La ecuación del movimiento.
   e) La posición de la partícula 1/16 s después de iniciado el movimiento.

10. Una partícula vibra de modo que tarda 0,5 s en ir desde un extremo a la posición de equilibrio, que están separadas por una distancia de 8 cm. Si en t = 0 la posición de la partícula es x = 4 cm, halla su ecuación del movimiento.

11. Una partícula se mueve con m.a.s.. Si su frecuencia es 25 Hz y su amplitud 8 cm, calcula:
    a) Su periodo
    b) La frecuencia angular
    c) Su ecuación del movimiento, sabiendo que en el instante inicial se encuentra en x = -8 cm.
    d) Su posición al cabo de 4 s.

12. Un cuerpo tiene un m.a.s. con una frecuencia de 5 Hz, una amplitud de 0,1 m e inicia su movimiento en el extremo positivo de su trayectoria. Calcula su posición al cabo de 2 s.

FÍSICA - M.A.S. - HOJA 1

(2) $T/2$

(3) $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{5} = 0{,}2\ s \Rightarrow t = T/4 = 0{,}05\ s$

(5) $A = 5\ m$ $\quad \phi = \frac{\pi}{4}\ rad$ $\quad \omega = 6\pi\ rad/s$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}\ s$ $\quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3\ Hz$

(6) $\nu = \frac{40}{2} = 20\ Hz$ $\quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{20}\ s$ $\quad \omega = 2\pi\nu = 40\pi\ rad/s$

(7) $\nu = \frac{30}{5} = 6\ Hz$ $\quad \omega = 2\pi\nu = 12\pi\ rad/s$

(8) a) $T = 4 \cdot 0{,}5 = 2\ s$ $\quad \nu = \frac{1}{T} = 0{,}5\ Hz$

b) $N = \nu \cdot t = 0{,}5 \cdot 60 = 30$ oscilacions

c) $A = 2\ m$ (enunciado)

$\omega = 2\pi\nu = \pi\ rad/s$

$X_0 = A\,\text{sen}\,\phi \Rightarrow A = A\,\text{sen}\,\phi \Rightarrow \text{sen}\,\phi = 1 \Rightarrow \phi = \text{sen}^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}\ rad$

d) $X(t) = 2 \cdot \text{sen}(\pi t + \frac{\pi}{2})$

e) $X(1) = 2\ \text{sen}(\pi + \frac{\pi}{2}) = 2\ \text{sen}(\frac{3\pi}{2}) = -2\ m$ ($\Rightarrow X(1) = -A$)

(9) a) $\nu = \frac{8}{2} = 4\ Hz$ $\quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{4} = 0{,}25\ s$

b) $N = \nu t = 4 \cdot 30 = 120$ oscilacions

c) enunciado: $2A = 3 \Rightarrow A = \frac{3}{2} = 1{,}5\ m$

$\omega = 2\pi\nu = 8\pi\ rad/s$

$X_0 = A\,\text{sen}\,\phi \Rightarrow 0 = A\,\text{sen}\,\phi \Rightarrow \text{sen}\,\phi = 0 \Rightarrow \underline{\phi = 0\ rad}$

d) $x(t) = 1{,}5 \text{ sen } (8\pi t)$

e) $x(1/16) = 1{,}5 \text{ sen } \left(\frac{8\pi \cdot}{16}\right) = 1{,}5 \text{ sen } \frac{\pi}{2} = 1{,}5 \text{ m}$

$\left(\Rightarrow x\left(\frac{1}{16}\right) = A \right)$

(10) $A = 8 \text{ cm} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$T = 4 \cdot 0{,}5 = 2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$

$x_0 = A \text{ sen } \phi \Rightarrow 4 \cdot 10^{-2} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ sen } \phi$

$\text{sen } \phi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \pi/6 \text{ rad}$

$$\boxed{x(t) = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \text{ sen } \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

(11) a) $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{25} = 0{,}04 \text{ s}$

b) $\omega = 2\pi\nu = 50\pi \text{ rad/s}$

c) $x_0 = A \text{ sen } \phi \Rightarrow -8 \cdot 10^{-2} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ sen } \phi \Rightarrow \text{sen } \phi = -1$

$\phi = \text{sen}^{-1}(-1) = 3\pi/2 \text{ rad.}$

$$\boxed{x(t) = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \text{ sen} \left(50\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)}$$

d) $x(4) = 8 \cdot 10^{-2} \text{ sen } \left(50\pi \cdot 4 + \frac{3\pi}{2}\right) =$

$= 8 \cdot 10^{-2} \text{ sen } \left(\frac{403\pi}{2}\right) = -8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$(x(4) = -A)$

(12) Hay que encontrar la ec. del movimiento.

$\omega = 2\pi\nu = 10\pi \text{ rad/s}$

$A = 0{,}1 \text{ m}$

$X_0 = A \operatorname{sen}\phi \Rightarrow A = A \operatorname{sen}\phi \Rightarrow \operatorname{sen}\phi = 1 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$

$X(t) = 0{,}1 \cdot \operatorname{sen}\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

$X(2) = 0{,}1 \cdot \operatorname{sen}\left(10\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}1 \operatorname{sen}\left(\frac{41\pi}{2}\right) = 0{,}1 \text{ m}.$

$X(2) = A$

FÍSICA - 2º BACHILLERATO

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE - HOJA 2

1. La ecuación general del m.a.s es: $x = A\,sen(\omega t + \varphi)$
   a) Escribe la ecuación general de la velocidad.
   b) Escribe la ecuación de la velocidad expresada en función de la posición.
   c) ¿Cuál es su valor máximo? ¿En qué punto de la trayectoria alcanza su valor máximo la velocidad de un oscilador armónico?
   d) ¿Se anula en algún punto? ¿Dónde?

2. La ecuación de un m.a.s. es: $x = 2\,sen\,(\pi t)$ donde todas las magnitudes están en unidades del SI.
   a) Escribe la ecuación de la velocidad.
   b) ¿Qué valor máximo alcanza dicha velocidad?

3. Un oscilador armónico vibra de modo que, en el instante inicial se encuentra a 10 cm de la posición de equilibrio con una velocidad de 109 cm/s. Sabiendo que la frecuencia del movimiento es de 1 Hz, calcula:
   a) La fase inicial y la amplitud.
   b) La posición en el instante t = 1,5 s.
   c) La velocidad en t = 1,5 s.
   d) El valor máximo de la velocidad.

4. La velocidad instantánea de un oscilador armónico, ¿depende de la fase inicial? ¿Y la velocidad máxima?

5. Una partícula vibra con una velocidad máxima de 25 m/s y una amplitud de 0,05 m. Calcula la frecuencia con la que vibra.

6. La ecuación general del m.a.s es: $x = A\,sen(\omega t + \varphi)$
   a) Escribe la ecuación de la aceleración en función del tiempo.
   b) Escribe la ecuación dela aceleración en función de la posición.
   c) ¿Cuál es su valor máximo? ¿En qué puntos de la trayectoria alcanza su valor máximo la aceleración de un oscilador armónico?
   d) ¿Se anula en algún punto? ¿Dónde?

7. Un oscilador armónico tiene una amplitud de 15 cm y alcanza una velocidad máxima de 8 m/s.
   a) ¿Cuánto vale su aceleración máxima?
   b) ¿Qué velocidad tiene el oscilador cuando se encuentra a 5 cm de la posición de equilibrio?
   c) ¿Cuánto vale su aceleración en ese mismo punto?

8. La ecuación de un m.a.s. es $x = 0{,}5\,sen\,(20t + \frac{\pi}{2})$ donde todas las magnitudes están en unidades SI.
   a) Escribe la ecuación de la aceleración.
   b) ¿Qué valor máximo alcanza la aceleración?

9. Un oscilador vibra de manera que la aceleración máxima es 20 veces mayor que la velocidad máxima. ¿Cuánto vale la frecuencia?

10. Una partícula vibra con una frecuencia de 30 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula la velocidad máxima y la aceleración máxima con que se mueve.

11. Una partícula vibra de acuerdo con la ecuación $x = 0{,}08\,sen\,(100t)$ en unidades del SI. Calcula:
    a) La frecuencia y la velocidad máxima de vibración.
    b) La velocidad de la partícula cuando se encuentra a 5 cm de la posición de equilibrio.

12. Una partícula que se mueve con m.a.s. tiene una aceleración de 8 m/s^2 cuando se encuentra a 0,15 m de la posición de equilibrio. Calcula su periodo.

Física - M.A.S. - HOJA 2

(2) a) $v = 2\pi \cos(\pi t)$

b) $v_{max} = 2\pi \ m/s$

(3) $x_0 = 10 \ cm$ $\quad v_0 = 109 \ cm/s$ $\quad \nu = 1 \ Hz$ $\quad \omega = 2\pi \ rad/s$

a) $\left.\begin{array}{l} x_0 = A \operatorname{sen} \phi \\ v_0 = \omega A \cos \phi \end{array}\right\} \quad \dfrac{x_0}{v_0} = \dfrac{\tan \phi}{\omega} \Rightarrow \tan \phi = \dfrac{\omega x_0}{v_0}$

$\tan \phi = \dfrac{2\pi \cdot 10}{109} = \dfrac{20\pi}{109} \Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{20\pi}{109}\right) = 0{,}52 \ rad$

$\phi \simeq \pi/6 \ rad$

$A = \dfrac{x_0}{\operatorname{sen} \phi} = \dfrac{10}{\operatorname{sen} \pi/6} = 20 \ cm = 0{,}2 \ m$

b) $x(t) = 0{,}2 \cdot \operatorname{sen}\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

$x(1{,}5) = 0{,}2 \cdot \operatorname{sen}\left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 0{,}2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{19\pi}{6}\right) = -0{,}1 \ m$

c) $v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi) = 2\pi \cdot 0{,}2 \cdot \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

$v(t) = 0{,}4\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

$v(1{,}5) = 0{,}4\pi \cos\left(3\pi + \pi/6\right) = 0{,}4\pi \cdot \cos\left(\frac{19\pi}{6}\right) = -1{,}1 \ m/s$

d) $v_{max} = \omega A = 2\pi \cdot 0{,}2 = 0{,}4\pi = 1{,}26 \ m/s$

(6) $v_{máx} = \omega A \Rightarrow \omega = \frac{v_{máx}}{A} = \frac{25}{0{,}05} = 500 \text{ rad/s}$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = 79{,}6 \text{ Hz}$

(7) a) $v_{máx} = \omega A \Rightarrow \omega = \frac{v_{máx}}{A} = \frac{8}{0{,}15} = 53{,}3 \text{ rad/s}$

$a_{máx} = \omega^2 A = 53{,}3^2 \cdot 0{,}15 = 427 \text{ m/s}^2$

b) $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 53{,}3 \sqrt{0{,}15^2 - 0{,}05^2} = 7{,}5 \text{ m/s}$

c) $a = -\omega^2 x = -53{,}3^2 \cdot 0{,}05 = -142 \text{ m/s}^2$

(8) a) $a = -20^2 \cdot 0{,}5 \operatorname{sen}(20t + \frac{\pi}{2}) = -200 \operatorname{sen}(20t + \frac{\pi}{2})$

b) $a_{máx} = \omega^2 A = 20^2 \cdot 0{,}5 = 200 \text{ m/s}^2$

(9) $\frac{a_{máx}}{v_{máx}} = \frac{\omega^2 A}{\omega A} = \omega$; $\frac{a_{máx}}{v_{máx}} = 20 \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20}{2\pi} = 3{,}18 \text{ Hz}$

(10) $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 30 = 60\pi \text{ rad/s}$ $A = 0{,}05 \text{ m}$

$v_{máx} = \omega A = 60\pi \cdot 0{,}05 = 9{,}4 \text{ m/s}$

$a_{máx} = \omega^2 A = 1777 \text{ m/s}^2$

(11) a) $\omega = 100$ rad/s

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100}{2\pi} = 15{,}9 \text{ Hz}$$

$$v_{máx} = \omega A = 100 \cdot 0{,}08 = 8 \text{ m/s}$$

b) $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$$v = 100\sqrt{0{,}08^2 - 0{,}05^2} = 6{,}24 \text{ m/s}$$

(12) $a = \omega^2 x$ → en valor absoluto.

$$\omega^2 = \frac{a}{x} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{8}{0{,}15}} = 7{,}3 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7{,}3} = 0{,}86 \text{ s}$$

FÍSICA - 2º BACHILLERATO

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE - HOJA 3

1. Una partícula de 5 g de masa realiza un m.a.s. con un periodo de 1 s. Sabiendo que en el instante inicial su posición es 0,7 cm y su velocidad 4,39 cm/s, calcula:
   a) La amplitud y la fase inicial.
   b) La aceleración máxima de la partícula.
   c) La constante elástica.
   d) La fuerza recuperadora para cualquier posición de la partícula.
   e) La fuerza recuperadora máxima.
   f) La posición de la partícula cuando su velocidad es de 6 cm/s.

2. Una masa de 1 kg cuelga de un resorte cuya constante elástica es k = 100 N/m. La masa oscila libremente y sin rozamiento. Desplazamos la masa 10 cm de su posición de equilibrio y la soltamos para que empiece a oscilar. Calcula:
   a) La ecuación del movimiento de la masa.
   b) El periodo de oscilación.
   c) La velocidad y la aceleración máximas.
   d) La fuerza recuperadora cuando la partícula se encuentra 5 cm por encima de la posición de equilibrio.

3. Una masa de 5 kg cuelga de un resorte cuya constante elástica es $k = 2{,}7\cdot10^2$ N/m. Producimos un alargamiento de 7,5 cm y soltamos para que el sistema comience a oscilar. Calcula:
   a) La amplitud y el periodo del movimiento.
   b) La energía potencial elástica del muelle en el instante inicial.

4. Una masa de 2 kg sujeta a un resorte oscila con un periodo de 0,25 s. Si la energía mecánica del sistema es 2 J, calcula la constante elástica y la amplitud del movimiento.

5. Analiza cómo se modifica la energía mecánica de un oscilador si se duplica:
   a) la frecuencia b) la masa c) el periodo d) la amplitud.

6. Una partícula de 5 g de masa animada de un m.a.s. vibra con una amplitud de 0,2 cm y una velocidad máxima de 8 m/s. ¿Con qué frecuencia vibra la partícula? ¿Cuánto vale la constante recuperadora?

7. Una masa de 0,5 kg cuelga de un resorte cuya k = 50 N/m. Si la desplazamos 5 cm y la soltamos, calcula:
   a) la frecuencia.
   b) la velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio.

8. Una partícula de 250 g tiene un periodo de vibración de 0,04 s. Calcula la constante recuperadora.

9. Una partícula de 250 g vibra con una amplitud de 15 cm y una energía mecánica de 12 J. Calcula:
   a) La constante recuperadora. y la frecuencia de vibración.
   b) La energía cinética de la partícula cuando se encuentra a 5 cm de su posición de equilibrio.

10. Una masa de 0,2 kg unida a un resorte oscila con un periodo de 0,5 s. Si la energía potencial máxima del sistema es 5 J, calcula la constante elástica y la amplitud del movimiento.

11. Una partícula de 250 g oscila de modo que en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio en sentido positivo. Si tarda 1 min y 40 s en realizar 125 oscilaciones completas y el valor máximo de la fuerza recuperadora es 25 N, calcula:
    a) Las constantes del movimiento (A, ω, φ).
    b) La ecuación del movimiento.

12. Una masa de 100 g está unida a un resorte de k = 80 N/m. Se separa 20 cm de su posición de equilibrio y se deja en libertad para que oscile con m.a.s. Calcula:
    a) La frecuencia de oscilación y la energía mecánica inicial.
    b) La velocidad cuando se encuentra a 15 cm de la posición de equilibrio.
    c) La ecuación del movimiento.

FÍSICA - MAS - HOJA 3

(1.) $x = A\,\text{sen}(\omega t + \phi) \rightarrow x_0 = A\,\text{sen}\phi$

a) $v = \omega A \cos(\omega t + \phi) \rightarrow v_0 = \omega A \cos\phi$ $\quad \Big| \quad \frac{x_0}{v_0} = \frac{\text{sen}\phi}{\omega \cos\phi}$

$$\frac{x_0}{v_0} = \frac{\tan\phi}{\omega} \rightarrow \tan\phi = \frac{x_0 \omega}{v_0} \rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{x_0\omega}{v_0}\right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}7 \cdot 2\pi}{4{,}39}\right) = 0{,}786 \text{ rad} \simeq \underline{\frac{\pi}{4} \text{ rad}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$x_0 = A\,\text{sen}\,\phi \rightarrow A = \frac{x_0}{\text{sen}\,\phi} = \frac{0{,}7}{\text{sen}\,\pi/4} = 0{,}99 \simeq \underline{1 \text{ cm}} = \underline{10^{-2} \text{ m}}$$

b) $a_{máx} = \omega^2 A = (2\pi)^2 \cdot 1 = (2\pi)^2 = \underline{39{,}5} \text{ cm/s}^2$

c) $k = m\omega^2 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot (2\pi)^2 = \underline{0{,}197} \text{ N/m}$

d) $F = -kx = \underline{-0{,}197 \cdot x} \text{ N}$

e) $F_{máx} = kA = 0{,}197 \cdot 10^{-2} = 1{,}97 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

f) $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \rightarrow v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$

$$\frac{v^2}{\omega^2} = A^2 - x^2 \rightarrow -x^2 = \frac{v^2}{\omega^2} - A^2$$

$$x^2 = A^2 - \frac{v^2}{\omega^2} \rightarrow x = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{1^2 - \frac{6^2}{(2\pi)^2}} = \underline{0{,}3 \text{ cm}}$$

(2) $A = 10\ cm = 0{,}1\ m$ $\quad k = 100\ N/m$ $\quad m = 1\ kg$

a) $x_0 = A\ \text{sen}\phi \rightarrow \phi = \text{sen}^{-1}\left(\frac{x_0}{A}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{A}{A}\right) = \frac{\pi}{2}\ rad.$

$x_0 = A$ $\rightarrow$

$k = m\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\ rad/s$

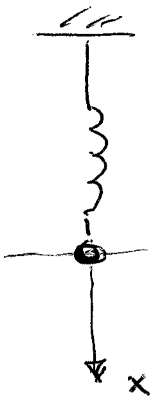
$$\boxed{x(t) = 0{,}1 \cdot \text{sen}\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)}$$ En unidades SI.

b) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0{,}63\ s$

c) $v_{máx} = \omega A = 10 \cdot 0{,}1 = 1\ m/s$

$a_{máx} = \omega^2 A = 10^2 \cdot 0{,}1 = 10\ m/s^2$

d) $x = -5\ cm = -0{,}05\ m$ (por encima del punto de eq.)



$F = -kx = -100(-0{,}05)$

$F = 5\ N$

(3) $x_0 = A = 7{,}5\ cm$ $\quad m = 5\ kg$ $\quad k = 2{,}7 \cdot 10^2\ N/m$

a) $A = 7{,}5\ cm = 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ m$

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}\right\} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{2{,}7 \cdot 10^2}} = 0{,}9\ s$$

b) $E_p = \frac{1}{2} k A^2$, en $t=0$ $E_p = \frac{1}{2} k x_0^2 \rightarrow$

$\rightarrow E_p = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}7 \cdot 10^2 \cdot (7{,}5 \cdot 10^{-2})^2 = \underline{0{,}76 \text{ J}}$

(4) $m = 2 \text{ kg}$ $T = 0{,}25 \text{ s}$ $E_m = 2 \text{ J}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}25} = 25{,}13 \text{ rad/s}$

$k = m\omega^2 = 2 \cdot 25{,}13^2 = \underline{1263} \text{ N/m}$

$E_m = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_m}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1263}} = \underline{0{,}06 \text{ m}}$

(5) a) $E_m = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m (2\pi\nu)^2 A^2 =$

$= \frac{1}{2} m \cdot 4\pi^2 \nu^2 A^2 = 2\pi^2 m A^2 \nu^2$

Si $\nu \rightarrow 2\nu \Rightarrow E_m' = 2\pi^2 m A^2 (2\nu)^2 = \underbrace{2\pi^2 m A^2 \nu^2}_{E_m} \cdot 4$

$\underline{E_m' = 4 E_m}$ Al duplicar ν, se cuadruplica E_m

b) $E_m = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

Si $m \rightarrow 2m \Rightarrow \underline{E_m'} = \frac{1}{2}(2m)\omega^2 A^2 = \underline{2E_m}$

Al duplicar m, se duplica Em

c) $E_m = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A^2$

Si $T \rightarrow 2T \Rightarrow \underline{E_m'} = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{2T}\right)^2 A^2 = \underline{\frac{1}{4} E_m}$

Al duplicar T, la Em se hace cuatro veces menor.

d) $E_m = \frac{1}{2}kA^2$, si $A \to 2A \Rightarrow E_m' = \frac{1}{2}k(2A)^2$

$\underline{E_m' = 4\,E_m} \to$ Al duplicar A, se cuadruplica E_m.

(6) $m = 5\,g$ $\quad A = 0{,}2\,m$ $\quad v_{máx} = 8\,m/s$

$v_{máx} = \omega A \to \omega = \frac{v_{máx}}{A} = \frac{8}{0{,}2 \cdot 10^{-2}} = 4000\ rad/s$

$k = m\omega^2 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot (4000)^2 = \underline{8 \cdot 10^4}\ N/m$ $\quad\Big\|\quad$ $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4000}{2\pi}$ $\quad \underline{\nu = 637\ Hz}$

(7) $m = 0{,}5\,kg$ $\quad k = 50\,N/m$ $\quad x_0 = A = 5\,cm = 5 \cdot 10^{-2}\,m$

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0{,}5}} = 10\ rad/s$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = \underline{1{,}6}\ Hz$

b) En $x = 0$, $v = v_{máx} = \omega A = 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = \underline{0{,}5}\ m/s$

(8) $k = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}25}{(0{,}04)^2} = \underline{6{,}2 \cdot 10^3}\ N/m$

(9) a) $E_m = \frac{1}{2}kA^2 \to k = \frac{2E_m}{A^2} = \frac{2 \cdot 12}{0{,}15^2} = \underline{1{,}07 \cdot 10^3}\ N/m$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1{,}07 \cdot 10^3}{0{,}25}} = \underline{65{,}4}\ rad/s$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{65{,}4}{2\pi} = \underline{10{,}4}\ Hz$

b) $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25 \cdot 65{,}4^2(0{,}15^2 - 0{,}05^2)$

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ $\qquad E_c = \underline{10{,}7\ J}$

(10) $m = 0{,}2\ kg$ $\quad T = 0{,}5\ s$ $\quad E_{p\,máx} = 5\ J$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}5} = 12{,}57\ rad/s$$

$$k = m\omega^2 = 0{,}2 \cdot 12{,}57^2 = \underline{31{,}6\ N/m}$$

$$E_{p\,máx} = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_{p\,máx}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{31{,}6}} = \underline{0{,}6\ m}$$

(11) $m = 0{,}25\ kg$ $\quad t = 100\ s$ $\quad 125\ osc.$ $\quad F_{máx} = 25\ N$

a) $$\nu = \frac{125}{100} = 1{,}25\ Hz$$

$$\underline{\omega} = 2\pi\nu = 2{,}5\pi = \underline{\frac{5\pi}{2}}\ rad/s$$

$$x_0 = A\ sen\phi \Rightarrow \underline{\phi} = sen^{-1}\left(\frac{x_0}{A}\right) = sen^{-1}\left(\frac{0}{A}\right) = \underline{0\ rad}$$

$$F_{máx} = kA \rightarrow A = \frac{F_{máx}}{k} = \frac{F_{máx}}{m\omega^2} = \frac{25}{0{,}25 \cdot (5\pi/2)^2}$$

$$\underline{A = 1{,}62}\ m$$

b) $$\boxed{x(t) = 1{,}62 \cdot sen\left(\frac{5\pi}{2}t\right)}$$

(12) $m = 100\ g = 0{,}1\ kg$ $\quad k = 80\ N/m$ $\quad x_0 = A = 20\ cm = 0{,}2\ m$

a) $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{80}{0{,}1}} = 28{,}3\ rad/s \simeq \underline{9\pi\ rad/s}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9\pi}{2 \cdot \pi} = \underline{4{,}5\ Hz}$$

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$t=0$, $v=0$ $\quad x=A$

$$(E_m)_{inicial} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 0{,}2^2 = \underline{\underline{1{,}6\ J}}$$

b) $$v = \omega\sqrt{A^2-x^2} = 9\pi\sqrt{0{,}2^2-0{,}15^2} = \underline{\underline{3{,}74}}\ m/s$$

c) $$x_0 = A\,\text{sen}\,\phi \rightarrow \phi = \text{sen}^{-1}\left(\frac{x_0}{A}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{A}{A}\right) \Rightarrow$$

$$\phi = \text{sen}^{-1}(1) = \underline{\underline{\pi/2}}\ rad$$

$$\boxed{x(t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\left(9\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

FÍSICA - 2º BACHILLERATO

MOVIMIENTOS VIBRATORIOS - HOJA 4

1. Una masa de 10 kg cuelga de un hilo de 1 m de longitud. Desplazamos la masa hasta que el hilo forma un ángulo de 12º con la vertical y soltamos para que el péndulo comience a oscilar.
   a) Demuestra que el péndulo oscila con movimiento armónico simple.
   b) Calcula su periodo de oscilación y su frecuencia angular.
   c) Halla la velocidad máxima.
   d) Calcula la amplitud.
   e) Halla la aceleración máxima.
   f) Calcula la energía mecánica del oscilador.
   g) Escribe la ecuación del movimiento.

   Sol. b) T = 2 s ω = 3,14 rad/s c) 0,65 m/s d) 0,21 m
   e) 2 m/s^2 f) 2,1 J

2. Un muelle se alarga 25 cm cuando se cuelga de él una masa de 2 kg. Sabiendo que la amplitud del movimiento es 5 cm, calcula la frecuencia y la velocidad máxima de oscilación de la masa.
   Sol. 1 Hz b) 0,31 m/s

3. Un niño de 30 kg se columpia con una amplitud de 0,5 m en un columpio de 3 m de longitud. ¿Con qué periodo y frecuencia se columpia? ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanza?
   Sol. 3,4 s 0,29 Hz 0,91 m/s

4. Un astronauta ha instalado en la Luna un péndulo simple de 0,86 m de longitud y comprueba que oscila con un periodo de 4,6 s. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en la Luna?
   Sol. 1,6 m/s^2

5. Al colgar de un resorte una masa de 5 kg, se produce un alargamiento de 18 cm.
   a) Calcula la constante elástica del muelle y el periodo del movimiento.
   b) Si estiramos el muelle 7,5 cm y lo soltamos, ¿cuánto vale la energía mecánica del oscilador?

   Sol. a) $2{,}7 \cdot 10^2$ N/m 0,86 s b) 0,76 J

6. En general, ¿el movimiento de un péndulo es armónico? ¿Bajo qué condiciones podemos decir que un péndulo simple oscila de forma armónica?

7. Plantearon a Galileo el siguiente problema: una cuerda cuelga de una torre alta de modo que el extremo superior es invisible e inaccesible, pero el extremo inferior sí se ve y se puede tocar. ¿Cómo averiguarías la longitud de la cuerda?

8. ¿Qué longitud debe tener el hilo de un péndulo para que su periodo de oscilación sea de 1 s?
   Sol. 0,25 m

9. Imagina que dispones de un péndulo simple. Diseña un experimento que te permita medir el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar de la Tierra en el que te encuentras.

10. Un péndulo de 4 m oscila de modo que el ángulo máximo que forma con la vertical es de 10º. Sabiendo que la masa que cuelga del hilo es de 5 kg, calcula:
    a) Su periodo de oscilación.
    b) La velocidad máxima.
    c) La aceleración máxima.
    d) La energía mecánica del oscilador.

    Sol. a) 4 s b) 1,09 m/s c) 1,7 m/s^2 d) 3,02 J

FÍSICA - MAS - - HOJA 4

① $m = 10\ kg$ $\quad l = 1m$ $\quad \theta = 12^\circ \cdot \frac{2\pi\ rad}{360^\circ} = 0{,}21\ rad$

a) $\left.\begin{array}{l} \alpha = 0{,}21\ rad \\ sen\,\alpha = 0{,}21\ rad \end{array}\right\}$ $\alpha \simeq sen\,\alpha \rightarrow$ MAS.

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9{,}8}} = \underline{2\ s}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \underline{\pi}\ rad/s$

c) $v_{máx} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 1\,(1-\cos 12^\circ)} = \underline{0{,}65\ m/s}$

d) $A = l\cdot\theta = 1\cdot 0{,}21 = \underline{0{,}21\ m}$

e) $a_{máx} = \omega^2 A = \pi^2\cdot 0{,}21 = \underline{2\ m/s^2}$

f) $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot\pi^2\cdot 0{,}21^2 = \underline{2{,}18\ J}$

g) $x_0 = A \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}\ rad$

$x(t) = 0{,}21\cdot sen\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

② $l = 25\ cm = 0{,}25\ m$ $\quad m = 2\ kg$ $\quad A = 5\ cm = 5\cdot 10^{-2}\ m$

a) $k = \frac{mg}{l} = \frac{2\cdot 9{,}8}{0{,}25} = 78{,}4\ N/m$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{78{,}4}{2}} = 6{,}26\ rad/s$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6{,}26}{2\pi} \simeq 1\ Hz$

b) $v_{máx} = \omega A = 6{,}26\cdot 5\cdot 10^{-2} = 0{,}31\ m/s$

(3) $m = 30\ kg \qquad A = 0{,}5\ m \qquad l = 3\ m$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{9{,}8}} = \underline{\underline{3{,}48\ s}}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \underline{\underline{0{,}29\ Hz}}$$

$$v_{máx} = \omega A = 2\pi\nu A = 2\pi \cdot 0{,}29 \cdot 0{,}5 = \underline{\underline{0{,}91\ m/s}}$$

(4) $l = 0{,}86\ m \qquad T = 4{,}6\ s$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{l}{g} \rightarrow$$

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l = \left(\frac{2\pi}{4{,}6}\right)^2 \cdot 0{,}86 = 1{,}6\ m/s^2$$

(5) $m = 5\ kg \qquad l = 18\ cm = 0{,}18\ m$

a) $$k = \frac{mg}{l} = \frac{5 \cdot 9{,}8}{0{,}18} = 272\ N/m = 2{,}7 \cdot 10^2\ N/m$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}18}{9{,}8}} = 0{,}86\ s$$

b) $$E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 272 \cdot (7{,}5 \cdot 10^{-2})^2 = 0{,}76\ J$$

(6) En general, un péndulo <u>no</u> es un oscilador armónico. Tan solo para pequeñas oscilaciones, cuando $\operatorname{sen}\theta \simeq \theta$

(7) Podemos convertir la cuerda en un péndulo colgando una masa de su extremo inferior. Lo ponemos a oscilar y medimos el período. Después,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow l = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g$$

(8) $$l = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \cdot 9{,}8 = \underline{0{,}25\ m}$$

(9) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l$$

Midiendo l y T, obtenemos una medida de g. Para medir T con cierta precisión es necesario contar unas 50 oscilaciones.

(10) $l = 4\ m \qquad \theta = 10° \cdot \frac{2\pi\ rad}{360°} = \frac{\pi}{18}\ rad \qquad m = 5\ kg$

a) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{4}{9{,}8}} = \underline{4\ s}$$

b) $$v_{máx} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 4\left(1-\cos\frac{\pi}{18}\right)} = \underline{1{,}09\ m/s}$$

c) $$a_{máx} = \omega^2 A \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \underline{\frac{\pi}{2}\ rad/s}$$

$$A = l \cdot \theta = 4 \cdot \frac{\pi}{18} = \frac{2\pi}{9} = \underline{0{,}7\ m}$$

$$a_{máx} = \omega A = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot 0{,}7 = \underline{1{,}7\ m/s^2}$$

d) $$E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot 0{,}7^2 = \underline{3{,}02\ J}$$

FÍSICA - 2º BACHILLERATO
MOVIMIENTOS VIBRATORIOS - HOJA 5

1. Una partícula de 30 g de masa, unida a un muelle horizontal, oscila sin rozamiento con una frecuencia de 0,35 Hz. El muelle se estira 5 cm desde la posición de equilibrio y se deja en libertad. Determina:
   a) La constante elástica y la energía mecánica de la partícula.
   b) La expresión de la posición de la partícula en función del tiempo.
   c) Los módulos de la velocidad y de la aceleración de la partícula en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio.

   Sol. a) k = 0,15 N/m $E_m = 1{,}9 \cdot 10^{-4}$ J b) $x(t) = 0{,}05\, sen\,(2{,}2\,t + \pi/2)$
   c) v = 0,1 m/s a = 0,1 m/s^2

2. Una partícula oscila con una velocidad máxima v_m y una aceleración máxima a_m. Expresa la amplitud y la frecuencia angular del movimiento en función de v_m y a_m.

   Sol. $A = v_m^2/a_m$ $\omega = a_m/v_m$

3. Un bloque conectado a un muelle oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con un periodo de 0,25 s y una amplitud de 4 cm. Calcula:
   a) La velocidad máxima del bloque.
   b) Su aceleración máxima.
   c) La velocidad y la aceleración del bloque cuando se encuentra a 2 cm de su posición de equilibrio, alejándose de ella en sentido positivo.

   Sol. a) 1 m/s b) 25,3 m/s^2 c) v = 0,87 m/s a = -12,6 m/s^2

4. Un péndulo de 12 m oscila de modo que el ángulo máximo que forma con la vertical es de 6º. Sabiendo que la masa que cuelga del hilo es de 5 kg, calcula:
   a) Su periodo de oscilación.
   b) La velocidad máxima.
   c) La aceleración máxima.
   d) La energía mecánica del oscilador.

   Sol. a) 7 s b) 1,13 m/s c) 1,02 m/s^2 d) 3,2 J

5. Una partícula oscila de modo que en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio en sentido positivo con una velocidad de 3,8 m/s. Sabiendo que la partícula realiza 45 oscilaciones en 15 s, calcula:
   a) Las constantes del movimiento (A, ω, φ).
   b) La ecuación del movimiento.
   c) La posición de la partícula 5 s después de iniciado el movimiento.
   d) Su velocidad y la aceleración en ese mismo instante.

   Sol. a) A = 0,2 m ω = 6π rad/s φ = 0 rad b) $x(t) = 0{,}2\, sen\,(6\pi\, t)$
   c) x(t = 5 s) = 0 m d) v (t = 5 s) = 3,8 m/s a (t = 5 s) = 0 m/s^2

FÍSICA - MAS - HOJA 5

① $m = 30\,g = 3 \cdot 10^{-2}\,kg$ $\quad \nu = 0{,}35\,Hz$ $\quad x_0 = A = 5 \cdot 10^{-2}\,m$

a) $k = m\omega^2 = m(2\pi\nu)^2 = 4\pi^2 m \nu^2 = 4\pi^2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}35^2 = \underline{\underline{0{,}15\,N/m}}$

$E_m = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}15 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = \underline{\underline{1{,}9 \cdot 10^{-4}\,J}}$

b) $x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$ $\quad A = \underline{\underline{5 \cdot 10^{-2}\,m}}$ $\quad \omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 0{,}35$

$\omega = \underline{\underline{2{,}2\ rad/s}}$

$x_0 = A \operatorname{sen}\phi \rightarrow \phi = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x_0}{A}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{A}{A}\right) = \underline{\underline{\frac{\pi}{2}}}\ rad.$

$\underbrace{x(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \operatorname{sen}\left(2{,}2t + \frac{\pi}{2}\right)}$ en unidades SI

c) $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 2{,}2 \cdot \sqrt{0{,}05^2 - 0{,}02^2} = \underline{\underline{0{,}1\,m/s}}$

$a = +\omega^2 x = 2{,}2^2 \cdot 0{,}02 = 0{,}097 \simeq \underline{\underline{0{,}1\,m/s^2}}$

② $\left.\begin{array}{l} v_m = \omega A \\ a_m = \omega^2 A \end{array}\right|$ $\quad v_m^2 = \omega^2 A^2$

$\frac{v_m^2}{a_m} = \frac{\cancel{\omega^2} A^2}{\cancel{\omega^2} A} = A \rightarrow \boxed{A = \frac{v_m^2}{a_m}}$

$\frac{a_m}{v_m} = \frac{\omega^2 \cancel{A}}{\omega \cancel{A}} = \omega \rightarrow \boxed{\omega = \frac{a_m}{v_m}}$

(3) $T = 0{,}25\ s$ $\qquad A = 4\,cm = 0{,}04\ m$

a) $v_m = \omega A \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \underline{v_m} = \frac{2\pi}{T} \cdot A = \frac{2\pi}{0{,}25} \cdot 0{,}04 = \underline{\underline{1\ m/s}}$

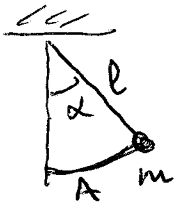
b) $a_m = \omega^2 A \rightarrow \underline{\underline{a_m}} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot A = \left(\frac{2\pi}{0{,}25}\right)^2 \cdot 0{,}04 = \underline{\underline{25{,}3\ m/s^2}}$

c) $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{0{,}25}\sqrt{0{,}04^2 - 0{,}02^2}$

$\underline{\underline{v = 0{,}87\ m/s}}$

$\underline{a} = -\omega^2 x = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot x = -\left(\frac{2\pi}{0{,}25}\right)^2 \cdot 0{,}02 = \underline{\underline{-12{,}6\ m/s^2}}$

(4)



$\alpha = 6° = \frac{6° \cdot 2\pi\ rad}{360°} = 0{,}105\ rad$

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{12}{9{,}8}} = \underline{\underline{7\ s}}$

b) $v_m = \omega A \qquad A = l \cdot \alpha = 12 \cdot 0{,}105 = 1{,}26\ m$

$\underline{v_m} = \frac{2\pi}{T} \cdot A = \frac{2\pi}{7} \cdot 1{,}26 = \underline{\underline{1{,}13\ m/s}}$

c) $\underline{a_m} = \omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot A = \left(\frac{2\pi}{7}\right)^2 \cdot 1{,}26 = \underline{\underline{1{,}02\ m/s^2}}$

d) $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot A^2 =$

$= \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot \left(\frac{2\pi}{7}\right)^2 \cdot 1{,}26^2 = \underline{\underline{3{,}2\ J}}$

(5) $x_0 = 0$ m $\quad v_0 = 3{,}8$ m/s $= v_{máx}$ (v en $x=0$)

a) $\omega = 2\pi\nu$

$$\nu = \frac{45 \text{ oscilaciones}}{15 \text{ s}} = 3 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 3 = 6\pi \text{ rad/s}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_0 = A \operatorname{sen}\phi \\ v_0 = \omega A \cos\phi \end{array}\right\} \quad \frac{x_0}{v_0} = \frac{\operatorname{sen}\phi}{\omega\cos\phi} = \frac{\tan\phi}{\omega} \rightarrow \tan\phi = \frac{\omega x_0}{v_0}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega x_0}{v_0}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6\pi \cdot 0}{3{,}8}\right) = \tan^{-1}(0) = 0 \text{ rad}$$

$$v_0 = v_{máx} = \omega A \rightarrow A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{3{,}8}{6\pi} = 0{,}2 \text{ m}$$

b) $x(t) = 0{,}2 \cdot \operatorname{sen}(6\pi t)$, unidades SI.

c) $x(5) = 0{,}2 \cdot \operatorname{sen}(6\pi \cdot 5) = 0{,}2 \operatorname{sen}(30\pi) = 0$ m

d) $v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$

$v(t) = 6\pi \cdot 0{,}2 \cdot \cos(6\pi t)$

$v(5) = 6\pi \cdot 0{,}2 \cdot \cos(30\pi) = 3{,}8$ m/s

$a(t) = -\omega^2 A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$

$a(5) = -(6\pi)^2 \cdot 0{,}2 \cdot \operatorname{sen}(30\pi) = 0$ m/s²