Actividad 1

Sobre el extremo izquierdo de una cuerda tensa y horizontal se aplica un movimiento vibratorio armónico simple, perpendicular a la cuerda, que tiene una elongación máxima de 0,01 m y una frecuencia de 50 Hz. Como consecuencia, en la cuerda se produce una onda transversal que se propaga hacia la derecha con una velocidad de 40 m/s.

[a] Calcula la longitud de onda.
[b] Escribe la ecuación de la onda.
[c] ¿Cuánto vale la velocidad máxima que alcanza un punto cualquiera de la cuerda?.

Respuesta

[a] Se sabe que la velocidad está relacionada con la longitud de onda y con la frecuencia mediante: $v = \lambda f$, de donde se deduce que $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40\ (m/s)}{50\ (Hz)} = 0,8\ m$.

[b] La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx)$. La amplitud vale 0,01 m, la frecuencia angular es: $\omega = 2\pi f = 100\pi(\frac{rad}{s})$ y el número de onda se calcula a partir de la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,8\ (m)} = 2,5\pi\ (m^{-1})$. En consecuencia, la ecuación de la onda es: $y(x,t) = 0,01\ sen(100\pi t - 2,5\pi x)$.

[c] Todos los puntos de la cuerda están animados con un movimiento vibratorio armónico simple, por lo que la velocidad transversal máxima valdrá:
$|v_{max}| = \omega A = 100\pi(\frac{rad}{s}) \cdot 0,01(m) = \pi(\frac{m}{s})$.
Otra forma de hacerlo es calcular la expresión general de la velocidad y, a partir de ella, deducir el valor máximo de la velocidad. La velocidad es la derivada de la perturbación (en este caso, la posición) con respecto al tiempo:

$$v_{transv} = \frac{dy}{dt} = 0,01 \cdot \cos(100\pi t - 2,5\pi x) \cdot 100\pi = \pi\ \cos(100\pi t - 2,5\pi x)$$

Como la función coseno está acotada entre -1 y +1, el valor máximo de la velocidad transversal es $\pi(\frac{m}{s})$.

☙ Actividad 2

Sea un tubo de un metro de longitud, abierto por un extremo y cerrado por el otro. Produciendo mediante un sistema apropiado ondas estacionarias dentro del tubo, oímos un sonido de 84 Hz, que corresponde a la frecuencia fundamental, también llamada primer armónico.

[a] Calcula la velocidad del sonido.
[b] Determina la frecuencia del segundo armónico.
[c] Explica cómo se produce la propagación del sonido en el aire.

Respuesta

[a] Para el tubo citado, la frecuencia fundamental de las ondas estacionarias está dada por la expresión: $f_1 = \frac{v}{4L}$; de donde se deduce que $v = 4f_1L = 4 \cdot 84(Hz) \cdot 1(m) = 336(m/s)$.
[b] En este tubo sólo son posibles los armónicos impares, por lo que hay que suponer que la respuesta es: $3f_1 = 3 \cdot 84(Hz) = 252(Hz)$.
[c] Consulta un libro de Física.

Actividad 3

Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia uniformemente distribuida en todas las direcciones.

[a] Si nos vamos alejando de la fuente, la intensidad sonora que percibimos disminuye. Explica este fenómeno. ¿Cómo depende de la distancia a la fuente la amplitud de la onda? ¿Y la intensidad?

[b] Si la fuente sonora emite con 10 W de potencia, ¿a qué distancia tendrá la onda una intensidad de 0,1 W/m²?

Respuesta

[a] Consulta cualquier libro de Física.

[b] La intensidad de una onda se calcula mediante: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$, donde P es la potencia y r la distancia a la fuente sonora. De dicha ecuación se deduce que $r^2 = \frac{P}{4\pi I}$; $r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \frac{5}{\sqrt{\pi}} = 2,82$ m.

Actividad 4

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX y tiene las siguientes características: amplitud, 3 cm; longitud de onda, 2 cm; velocidad de propagación, 2 m/s; la elongación del punto x = 0 en el instante t = 0 es de 3 cm.

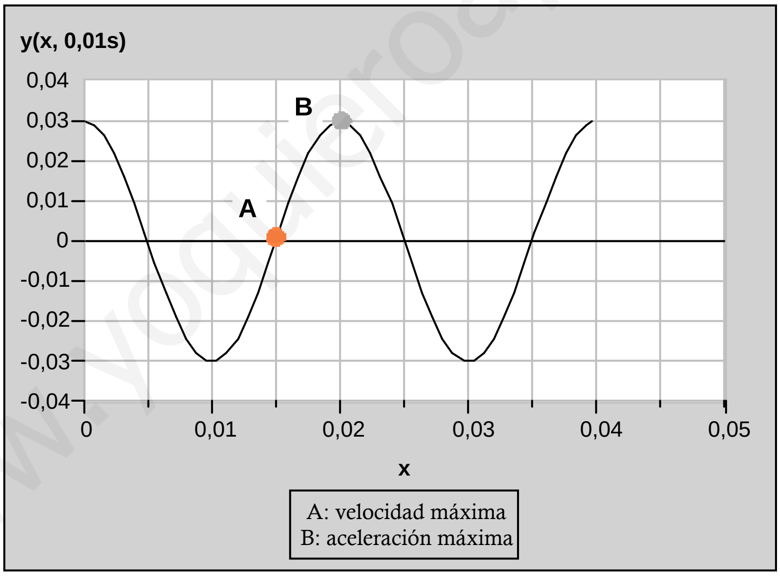
[a] Calcula el número de onda y la frecuencia angular de esta onda, y escribe su ecuación.

[b] Dibuja el perfil de la onda en t = 0,01 s. Indica un punto en el que sea máxima la velocidad de movimiento y otro en el que sea máxima la aceleración.

Respuesta

[a] El número de onda está relacionado con la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}02} = 100\pi(m^{-1})$. La frecuencia angular se puede obtener a partir de la velocidad y del número de onda: $\omega = vk = 2(\frac{m}{s}) \cdot 100\pi(m^{-1}) = 200\pi(\frac{rad}{s})$.
La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx + \varphi)$, ya que la onda se propaga hacia la derecha. Hay que calcular la fase inicial φ; por la condiciones iniciales, se debe cumplir que $0,03 = 0,03\ sen\ \varphi$; $sen\ \varphi = 1$ y $\varphi = \frac{\pi}{2}$. La ecuación de la onda es, entonces, $y(x,t) = 0,03\ sen(200\pi t - 100\pi x + \frac{\pi}{2})$. Teniendo en cuenta la relación trigonométrica: $sen(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos\alpha$, la ecuación de la onda también se puede escribir como sigue: $y(x,t) = 0,03\ \cos(200\pi t - 100\pi x)$.

[b] El perfil de onda en el instante t = 0,01 s corresponde a la función: $y(x, 0,01) = 0,03\ \cos(2\pi - 100\pi x) = 0,03\ \cos(-100\pi x) = 0,03\ \cos(100\pi x)$.
Su representación gráfica se muestra a continuación:



Actividad 5

El extremo izquierdo de una cuerda tensa se hace vibrar transversal y armónicamente con una amplitud de 2 cm y una frecuencia de 50 Hz, de forma que por la onda se propaga una onda transversal, en el sentido positivo del eje OX y con una velocidad de 25 m/s.

[a] Calcula la longitud de onda y escribe la ecuación de la onda.
[b] Calcula la velocidad máxima de movimiento de un punto cualquiera de la cuerda.

Respuesta

[a] Se sabe que la velocidad está relacionada con la longitud de onda y con la frecuencia mediante: $v = \lambda f$, de donde se deduce que $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25\ (m/s)}{50\ (Hz)} = 0,5\ m$.
La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx)$. La amplitud vale 0,02 m, la frecuencia angular es: $\omega = 2\pi f = 100\pi(\frac{rad}{s})$ y el número de onda se calcula a partir de la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,5\ (m)} = 4\pi\ (m^{-1})$. En consecuencia, la ecuación de la onda es: $y(x,t) = 0,02\ sen(100\pi t - 4\pi x)$.

[b] Todos los puntos de la cuerda están animados con un movimiento vibratorio armónico simple, por lo que la velocidad transversal máxima valdrá:
$|v_{\max}| = \omega A = 100\pi(\frac{rad}{s}) \cdot 0,02(m) = 2\pi(\frac{m}{s})$.
Otra forma de hacerlo es calcular la expresión general de la velocidad y, a partir de ella, deducir el valor máximo de la velocidad. La velocidad es la derivada de la perturbación (en este caso, la posición) con respecto al tiempo:

$$v_{transv} = \frac{dy}{dt} = 0,02 \cdot \cos(100\pi t - 4\pi x) \cdot 100\pi = 2\pi \cos(100\pi t - 4\pi x)$$

Como la función coseno está acotada entre -1 y +1, el valor máximo de la velocidad transversal es $2\pi(\frac{m}{s})$.

Actividad 6

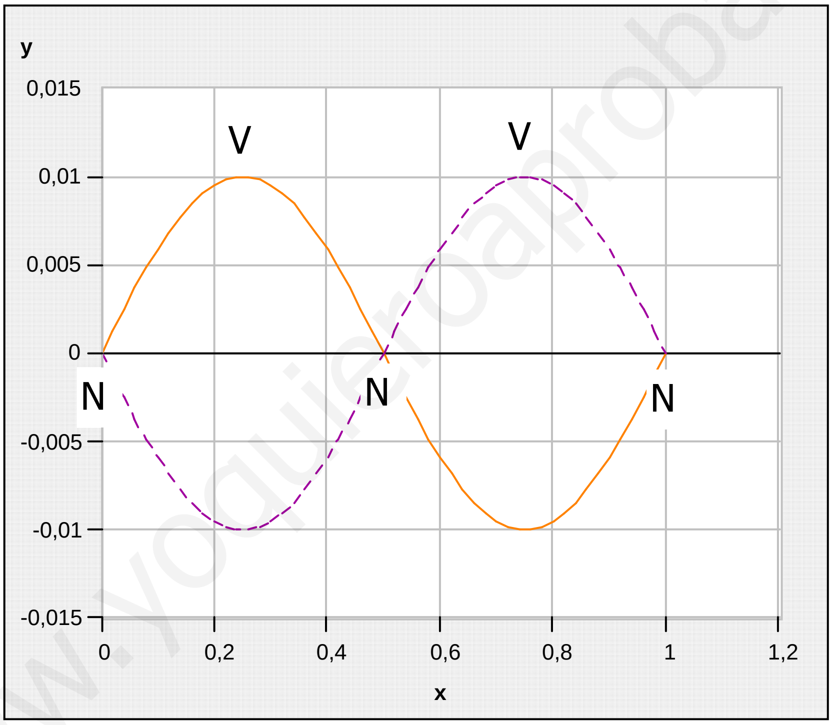
Una cuerda tensa de longitud L = 1 m, situada a lo largo del eje OX y fija por sus extremos, se excita transversalmente de modo que se produce un onda estacionaria de ecuación: $y = 0,01\ sen(2\pi x)\cos(200\pi t)$, donde todas las magnitudes se expresan en unidades del S.I. y el origen de coordenadas se ha tomado en el extremo izquierdo de la cuerda.

[a] Calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas que viajan por la cuerda.
[b] Representa la onda estacionaria, indicando la posición de nodos y vientres.

Respuesta

[a] De la ecuación de la onda estacionaria se deduce que el número de onda es $k = 2\pi(m^{-1})$ y que la frecuencia angular es $\omega = 200\pi(\frac{rad}{s})$. Por lo tanto, la longitud de onda será $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2\pi(m^{-1})} = 1(m)$, y la velocidad de propagación: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{200\pi(rad/s)}{2\pi(m^{-1})} = 100(\frac{m}{s})$.

[b] La longitud de onda coincide con la longitud de la cuerda, por lo que hay que representar el 2º armónico.



Actividad 7

Por una cuerda tensa situada a lo largo del eje OX se propaga, en el sentido positivo de dicho eje, una onda transversal armónica. En la figura 1 se muestra el perfil de la onda en t = 0, y en la figura 2 se representa, en función del tiempo, el desplazamiento transversal del punto de la cuerda situado en x = 0.

[a] Determina las siguientes magnitudes de la onda: amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación.

[b] Escribe la ecuación de la onda.

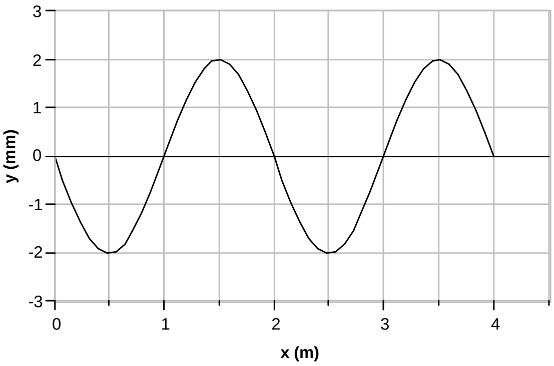


Fig. 1

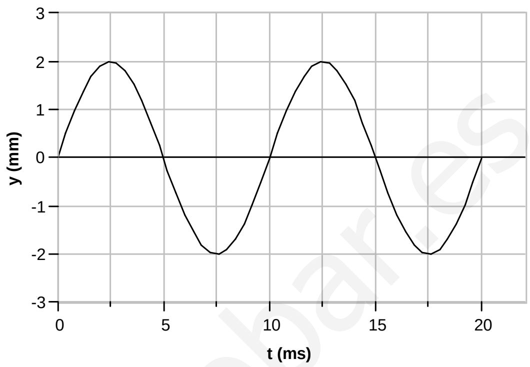


Fig. 2

Respuesta

[a] De cualquiera de las dos gráficas deducimos que la amplitud es de 0,002 m. En la figura 1 se observa que los puntos en fase están separados por una distancia de 2 m, que es la longitud de onda. En la figura 2 vemos que el movimiento se repite cada 10 ms; por lo tanto el periodo es de 0,01 s. La velocidad de propagación se calcula mediante: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\ (m)}{0{,}01\ (s)} = 200(\frac{m}{s})$.

[b] La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx)$. La amplitud vale 0,002 m, la frecuencia angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi(\frac{rad}{s})$ y el número de onda se calcula a partir de la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2\ (m)} = \pi\ (m^{-1})$. En consecuencia, la ecuación de la onda es: $y(x,t) = 0,002\ sen(200\pi t - \pi x)$.

Actividad 8

[a] Enuncia el *Principio de* Huygens y, a partir de él, demuestra las *leyes de reflexión y refracción* para una onda que incide sobre la superficie plana de separación entre dos medios, en los que la onda se propaga con velocidades diferentes v_1 y v_2.

[b] Una onda de frecuencia f = 4 Hz se propaga por un medio con velocidad v_1 = 2 m/s e incide sobre la frontera con otro medio diferente con un ángulo de incidencia ε = 30º. En el segundo medio la velocidad de propagación de la onda es v_2 = 2,5 m/s. Calcula el ángulo de refracción y la longitud de onda en este segundo medio.

Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.

[b] De acuerdo con la ley de Snell de la refracción, se cumple que $v_2 \, sen\, \theta_i = v_1 \, sen\, \theta_r$, de donde se deduce: $sen\, \theta_r = \frac{v_2 \text{sen}\, \theta_i}{v_1} = \frac{2{,}5 \cdot sen\, 30}{2} = 0,625$; el ángulo de refracción es, entonces, $\theta_r = 38,7°$.

La longitud de onda se relaciona con al velocidad y la frecuencia mediante: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2{,}5\ (m/s)}{4\ (Hz)} = 0,625(m)$.

Actividad 9

Considera dos tubos de la misma longitud, L = 0,68 m, el primero con sus dos extremos abiertos a la atmósfera y el segundo con uno abierto y el otro cerrado.

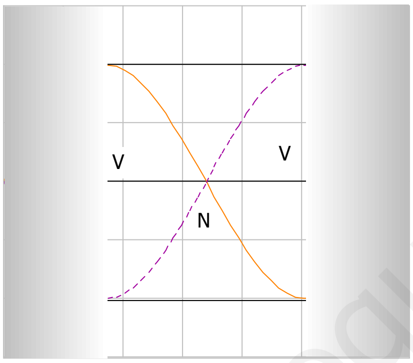
[a] Calcula, para cada tubo, la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formarán ondas estacionarias en su interior. Calcula la longitud de onda correspondiente en cada caso.
La velocidad de propagación del sonido en el aire es v = 340 m/s.

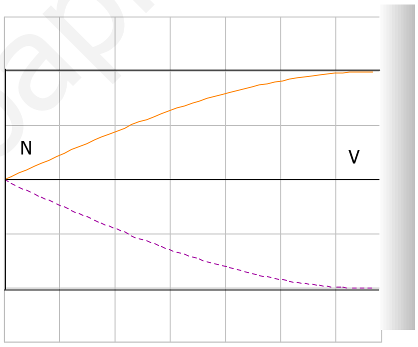
[b] Representa la onda estacionaria que se forma dentro de cada tubo, indicando la posición de nodos y vientres.

Respuesta

[a] Para un tubo abierto la menor frecuencia corresponde a la frecuencia fundamental, dada por $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340(m/s)}{2{\cdot}0,68(m)} = 250(Hz)$. La longitud de onda es, entonces, $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340(m/s)}{250(Hz)} = 1,36(m)$
Para un tubo cerrado por un extremo la menor frecuencia, que coincide con la frecuencia fundamental, es $f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{340(m/s)}{4{\cdot}0,68(m)} = 125(Hz)$. La correspondiente longitud de onda está dada por $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340(m/s)}{125(Hz)} = 2,72(m)$.

[b] En el tubo abierto los extremos son vientres y la longitud del tubo es media longitud de onda. La onda estacionaria se muestra a continuación.





En el tubo cerrado por un extremo, éste se comporta como un nodo; además, la longitud del tubo es la cuarta parte de la longitud de onda. La onda estacionaria aparece sobre este párrafo, a la derecha.

Actividad 10

[a] Explica en qué consiste y cuándo ocurre el fenómeno de *reflexión total* de una onda. Define el *ángulo límite* (o *crítico*).
[b] Una onda viaja por un medio con velocidad *v* e incide sobre la frontera de separación con otro medio, donde la velocidad de propagación es *v′ = 2v*. Si el ángulo de incidencia es $\varphi = 10$º, calcula el ángulo de refracción, φ'. ¿Para qué ángulos de incidencia se producirá reflexión total?

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.
[b] De acuerdo con la ley de Snell de la refracción, se cumple que $2v \; sen \; \varphi = v \; sen \; \varphi'$, de donde se deduce: $sen \; \varphi' = \frac{2v \text{ sen } \varphi}{v} = 2 \; sen \; 10 = 0,347$; el ángulo de refracción es, entonces, $\varphi' = 20,3$º.
El ángulo límite verifica la condición: $sen \; \varphi_{\text{lim}} = \frac{v}{2v} = 0,5$, por lo que $\varphi_{\text{lim}} = 30$º. Se producirá reflexión total para ángulos de incidencia superiores a 30º.

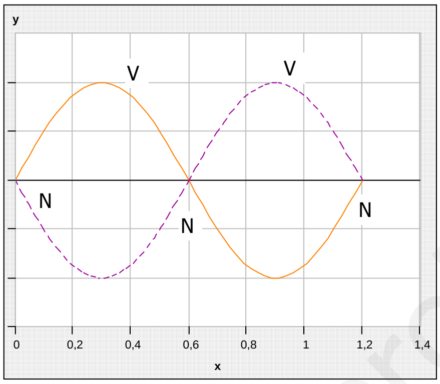
Actividad 11

Una cuerda tensa, fija por sus dos extremos, tiene una longitud L = 1,2 m. Cuando esta cuerda se excita transversalmente a una frecuencia f = 80 Hz, se forma una onda estacionaria con dos vientres.

[a] Calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas en esta cuerda.
[b] ¿Para qué frecuencia inferior a la dada se formará otra onda estacionaria en la cuerda?

Respuesta

[a] La onda estacionaria es como la representada seguidamente, con dos vientres:



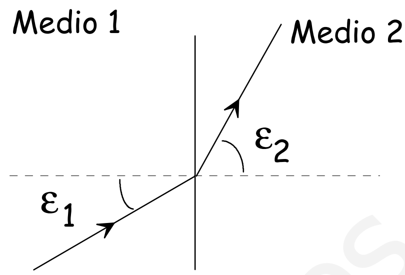
Se deduce de la misma que la longitud de onda coincide con la longitud de la cuerda: $\lambda = 1,2(m)$. La velocidad de propagación es, entonces, $v = \lambda f = 1,2(m) \cdot 80(Hz) = 96(\frac{m}{s})$.

[b] La forma de la onda estacionaria nos indica que se trata del 2º armónico. En consecuencia, se formará otra onda estacionaria para la frecuencia fundamental: $f_1 = \frac{f_2}{2} = \frac{80(Hz)}{2} = 40(Hz)$.

Actividad 12

[a] Enuncia el *Principio de* Huygens y, a partir de él, demuestra las *leyes de la reflexión y la refracción* para una onda que incide sobre la superficie plana de separación entre dos medios, en los que la onda se propaga con velocidades diferentes v_1 y v_2.

[b] Una onda que viaja por un medio con velocidad v_1 = 10 m/s incide sobre la frontera con otro medio diferente con ángulo de incidencia $\varepsilon_1 = 30$º. Se observa que la onda refractada viaja en el segundo medio en una dirección dada por $\varepsilon_2 = 60$º. Calcula la velocidad de propagación de la onda en el segundo medio. Si la frecuencia de la onda es f = 100 Hz, calcula su longitud de onda en cada medio.



Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.

[b] De acuerdo con la ley de Snell de la refracción, se cumple que $v_2\ sen\ \varepsilon_1 = v_1\ sen\ \varepsilon_2$, de donde se deduce: $v_2 = \frac{v_1 \text{sen}\ \varepsilon_2}{sen\ \varepsilon_1} = \frac{10 \cdot sen\ 60}{sen\ 30} = 17,3\frac{m}{s}$.
La longitud de onda se relaciona con al velocidad y la frecuencia mediante: $\lambda = \frac{v}{f}$; por lo que, en el primer medio, $\lambda_1 = \frac{10(m/s)}{100(Hz)} = 0,1(m)$, mientras que en el segundo medio, $\lambda_2 = \frac{17,3\ (m/s)}{100\ (Hz)} = 0,173(m)$.

Actividad 13

[a] El *nivel de intensidad* de un sonido se mide en decibelios (dB). Explica cómo y por qué se define esta escala de medida de intensidad acústica.
[b] Una pequeña fuente de sonido emite con una potencia de 30 W uniformemente distribuida en todas las direcciones del espacio (onda esférica). Calcula los niveles de intensidad (en dB) a 1 m y a 100 m de la fuente. ¿Puede alguno de estos niveles considerarse molesto, por su alta intensidad?

Intensidad umbral del oído humano: $I_o = 10^{-12}\ W/m^2$.

Respuesta

[a] Véase cualquier libro de Física.
[b] Calculamos, en primer lugar, la intensidad del sonido a las distancias dadas. A 1 m de la fuente, la intensidad es $I_1 = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{30(W)}{4\pi(m^2)} = 2,39\left(\frac{W}{m^2}\right)$; a 100 m de la fuente, la intensidad de la onda sonora es $I_2 = \frac{30(W)}{4\pi \cdot 10^4(m^2)} = 2,39 \cdot 10^{-4}\left(\frac{W}{m^2}\right)$. Los niveles de intensidad sonora son, entonces, $\beta_1 = 10 \cdot \log \frac{2,39}{10^{-12}} = 124(dB)$ y $\beta_2 = 10 \cdot \log \frac{2,39 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} = 84(dB)$, respectivamente. El umbral del dolor está en 120 dB, por lo que el primer nivel de intensidad sonora puede considerarse muy molesto.

Actividad 14

[a] ¿En qué consiste el fenómeno de *reflexión total* de una onda? ¿Qué circunstancias deben cumplirse para que ocurra? Define el *ángulo límite*.
[b] Cuando una onda sonora que se propaga en aire incide sobre la superficie de una piscina llena de agua en calma, se observa que se produce reflexión total del sonido para ángulos de incidencia superiores a 13º. Calcula la velocidad de propagación del sonido en el agua.
[c] Calcula las longitudes de onda en el aire y en el agua de un sonido de 1 kHz de frecuencia.

La velocidad del sonido en el aire es v = 340 m/s.

Respuesta

[a] Véase cualquier manual de Física.
[b] Como se produce reflexión total para ángulos superiores a 13º, el ángulo límite vale 13º. El ángulo límite verifica la condición: $sen\,\theta_{\lim} = \frac{v_1}{v_2}$, por lo que $v_2 = \frac{v_1}{sen\,\theta_{\lim}} = \frac{340(m/s)}{sen\ 13} = 1511(\frac{m}{s})$.
La longitud de onda se relaciona con al velocidad y la frecuencia mediante: $\lambda = \frac{v}{f}$; por lo que, en el primer medio, $\lambda_{aire} = \frac{340(m/s)}{1000(Hz)} = 0,34(m)$, mientras que en el segundo medio, $\lambda_{agua} = \frac{1511\ (m/s)}{1000\ (Hz)} = 1,511(m)$.

Actividad 15

[a] Escribe la ecuación de una onda armónica y comenta el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación.

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX con velocidad v = 50 m/s. La amplitud de la onda es A = 0,15 m y su frecuencia es f = 100 Hz. La elongación del punto situado en x = 0 es nula en el instante t = 0.

[b] Calcula la longitud de onda.

[c] Calcula la elongación y la velocidad transversal del punto situado en x = 5 m, en el instante t = 0,1 s.

Respuesta

[a] Véase cualquier manual de Física.
La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx)$, pues la fase inicial, por las condiciones iniciales, es nula. La amplitud vale 0,15 m, la frecuencia angular es: $\omega = 2\pi f = 200\pi(\frac{rad}{s})$ y el número de onda se calcula a partir de la frecuencia angular y la velocidad: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{200\pi(rad/s)}{50\ (m(s)} = 4\pi\ (m^{-1})$. En consecuencia, la ecuación de la onda es: $y(x,t) = 0,15\ sen(200\pi t - 4\pi x)$.

[b] La longitud de onda se puede calcular de dos maneras: una, a partir del número de onda: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi(m^{-1})} = 0,5(m)$; otra, mediante la frecuencia y la velocidad: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{50(m/s)}{100(Hz)} = 0,5(m)$.

[c] La elongación es: $y(5m, 0,1s) = 0,15 \cdot sen(20\pi - 20\pi) = 0,15 \cdot sen0 = 0$.
La velocidad es la derivada de la elongación con respecto al tiempo:

$$v_{transv} = \frac{dy}{dt} = 0,15 \cdot \cos(200\pi t - 4\pi x) \cdot 200\pi = 30\pi\ \cos(200\pi t - 4\pi x)$$

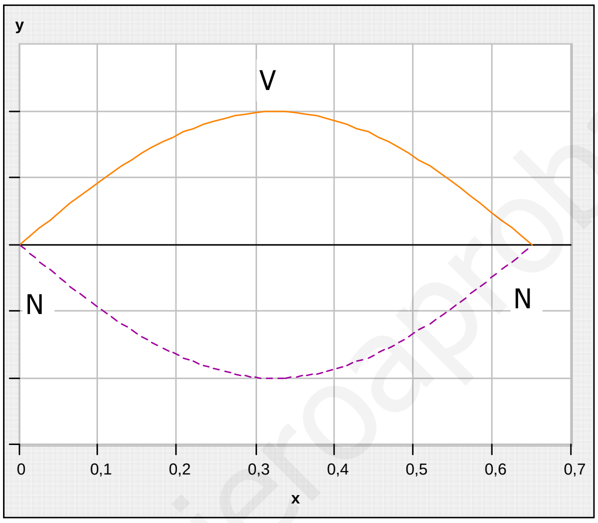
Por lo tanto, $v_{transv}(5m, 0,1s) = 30\pi \cdot \cos(20\pi - 20\pi) = 30\pi \cdot \cos 0 = 30\pi(m/s)$.

Actividad 16

[a] ¿Qué es una onda estacionaria? Explica qué condiciones debe cumplirse para que se forme una onda estacionaria en una cuerda tensa y fija por sus dos extremos.
[b] Una cuerda de guitarra de longitud L = 65 cm vibra estacionariamente en su modo fundamental a una frecuencia f = 440 Hz. Representa gráficamente el perfil de esta onda, indicando la posición de nodos y vientres, y calcula la velocidad de propagación de ondas transversales en esta cuerda.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.
[b] En el modo fundamental se cumple que la longitud de la cuerda es igual a media longitud de onda. El perfil de la onda estacionaria se muestra seguidamente.

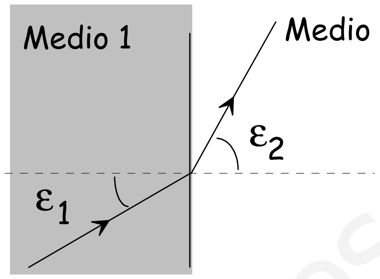


La longitud de onda es $\lambda = 1,3(m)$; como la frecuencia es f = 440 (Hz), la velocidad de propagación se calcula mediante: $v = \lambda f = 1,3(m) \cdot 440(Hz) = 572(\frac{m}{s})$.

Actividad 17

[a] Enuncia el *Principio de* Huygens y, a partir de él, demuestra las *leyes de la reflexión y la refracción* para una onda que incide sobre la superficie plana de separación entre dos medios, en los que la onda se propaga con velocidades diferentes v_1 y v_2.

[b] Una onda que viaja por un medio con velocidad v_1 = 10 m/s incide sobre la frontera con otro medio diferente con ángulo de incidencia $\varepsilon_1 = 30$º. La velocidad de propagación de la onda en el segundo medio es v_2 = 17 m/s. Calcula el ángulo de refracción, ε_2. Si la frecuencia de la onda es f = 10 Hz, calcula su longitud de onda en cada medio.



Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.

[b] De acuerdo con la ley de Snell de la refracción, se cumple que $v_2\ sen\ \varepsilon_1 = v_1\ sen\ \varepsilon_2$, de donde se deduce: $sen\ \varepsilon_2 = \frac{v_2 \text{sen}\ \varepsilon_1}{v_1} = \frac{17 \cdot sen\ 30}{10} = 0,85$; el ángulo de refracción es, entonces, $\varepsilon_2 = 58^o$.

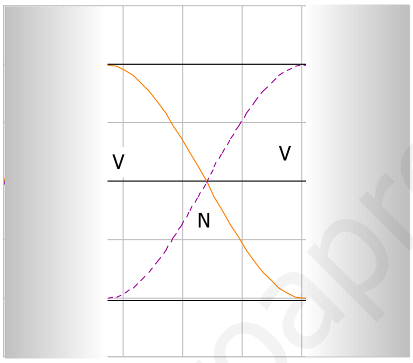
La longitud de onda se relaciona con al velocidad y la frecuencia mediante: $\lambda = \frac{v}{f}$; por lo que, en el primer medio, $\lambda_1 = \frac{10(m/s)}{10(Hz)} = 1(m)$, mientras que en el segundo medio, $\lambda_2 = \frac{17\ (m/s)}{10\ (Hz)} = 1,7(m)$.

Actividad 18

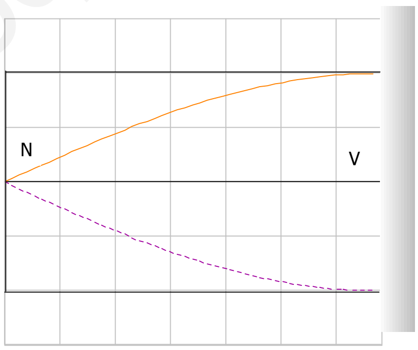
[a] Un tubo de longitud L = 34 cm tiene sus dos extremos abiertos a la atmósfera, donde el sonido se propaga con una velocidad v = 340 m/s. Calcula la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formará una onda estacionaria en el interior del tubo. Representa esta onda estacionaria, indicando la posición de nodos y vientres.
[b] Contesta a las mismas cuestiones del apartado anterior, suponiendo ahora que el tubo tiene un extremo abierto y el otro cerrado.

Respuesta

[a] Para un tubo abierto la menor frecuencia corresponde a la frecuencia fundamental, dada por $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340(m/s)}{2{\cdot}0{,}34(m)} = 500(Hz)$. La longitud de onda es, entonces, $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340(m/s)}{500(Hz)} = 0,68(m)$ En el tubo abierto los extremos son vientres y la longitud del tubo es media longitud de onda. La onda estacionaria se muestra a continuación.



[b] Para un tubo cerrado por un extremo la menor frecuencia, que coincide con la frecuencia fundamental, es $f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{340(m/s)}{4{\cdot}0{,}34(m)} = 250(Hz)$. La correspondiente longitud de onda está dada por $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340(m/s)}{250(Hz)} = 1,36(m)$.En el tubo cerrado por un extremo, éste se comporta como un nodo; además, la longitud del tubo es la cuarta parte de la longitud de onda. La onda estacionaria aparece seguidamente.



Actividad 19

Una onda transversal armónica puede expresarse en la forma: $y = A\ sen(kx - \omega t + \delta)$.

[a] Explica el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en esta expresión.

[b] Si A = 0,01 m, $\omega = 100\pi(rad/s)$, $\delta = 0$ y la velocidad de propagación de la onda es de 300 m/s, representa el perfil de la onda, y(x), en el instante t = 0,02 s.

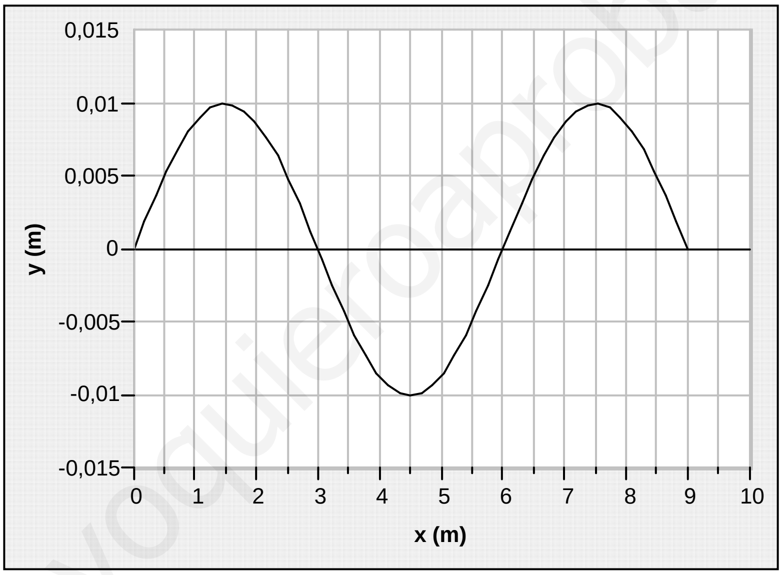
Respuesta

[a] Consulta un libro de Física.

[b] En primer lugar, vamos a escribir la ecuación de la onda con los valores dados. Sólo nos falta conocer el número de onda, que se puede calcular a partir de la frecuencia angular y la velocidad: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi\ (rad/s)}{300\ (m/s)} = \frac{\pi}{3}\ (m^{-1})$. La ecuación de la onda resulta ser, entonces, $y(x,t) = 0,01\ sen(\frac{\pi}{3}x - 100\pi t)$.

El perfil de onda, para t = 0,02 s, tiene por ecuación:

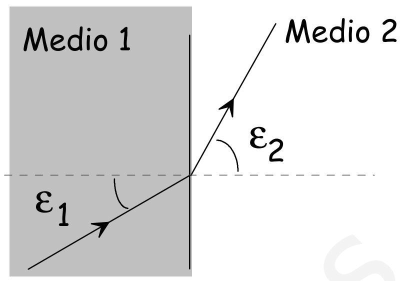
$y(x, 0,02s) = 0,01\ sen(\frac{\pi}{3}x - 2\pi) = 0,01\ sen(\frac{\pi}{3}x)$; su representación gráfica se muestra a continuación.



☙ Actividad 20

[a] Enuncia y comenta las leyes de la reflexión y de la refracción de una onda. ¿Cuándo ocurre el fenómeno de la reflexión total? (Ilustra gráficamente las repuestas).

[b] Una onda, de frecuencia f = 50 Hz, viaja por el medio 1 con una velocidad de 340 m/s e incide sobre el medio 2 con un ángulo ε_1 de 40º. El ángulo de transmisión, ε_2, es de 25º. Calcula la velocidad de propagación en el medio 2 y la longitud de onda en cada medio.



Respuesta

[a] Véase cualquier texto de Física.

[b] De acuerdo con la ley de Snell de la refracción, se cumple que $v_2\ sen\ \varepsilon_1 = v_1\ sen\ \varepsilon_2$, de donde se deduce: $v_2 = \frac{v_1 \text{sen}\ \varepsilon_2}{sen\ \varepsilon_1} = \frac{340 \cdot sen\ 25}{sen\ 40} = 224 \frac{m}{s}$.

La longitud de onda se relaciona con al velocidad y la frecuencia mediante: $\lambda = \frac{v}{f}$; por lo que, en el primer medio, $\lambda_1 = \frac{340(m/s)}{50(Hz)} = 6,8(m)$, mientras que en el segundo medio, $\lambda_2 = \frac{224\ (m/s)}{50\ (Hz)} = 4,48(m)$.

Actividad 21

[a] Explica el concepto de *interferencia* entre dos ondas.
[b] Por una cuerda tensa situada a lo largo del eje OX se propagan dos ondas armónicas transversales: $y_1 = A\ sen(kx - \omega t)$ e $y_2 = A\ sen(kx - \omega t + \delta)$, con A = 1 mm. ¿Para qué valores del desfase δ interfieren constructivamente estas dos ondas? ¿Cuál será en este caso la amplitud de la onda resultante? Si $\delta = \pi$, ¿cuál es la amplitud de la onda resultante?

Respuesta

[a] Consulta cualquier manual de Física.
[b] La onda resultante es $y = A[sen(kx - \omega t) + sen(kx - \omega t + \delta)] = 2A\ sen(kx - \omega t + \frac{\delta}{2})\cos(-\frac{\delta}{2})$. Como $\cos(-\frac{\delta}{2}) = \cos(\frac{\delta}{2})$, la onda resultante se escribe: $y = 2A\cos(\frac{\delta}{2}) sen(kx - \omega t + \frac{\delta}{2})$. La amplitud de la onda resultante es: $A_T = 2A\cos(\frac{\delta}{2})$.
Si $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...,\ \cos(\frac{\delta}{2}) = 1$ y A_T = 2A; las ondas interfieren constructivamente.
Si $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, ...,\ \cos(\frac{\delta}{2}) = 0$ y A_T = 0; las ondas interfieren destructivamente.

Actividad 22

Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia de 10 W, uniformemente distribuida en todas las direcciones (onda esférica).

[a] Calcula la intensidad del sonido a 10 m de dicha fuente, en unidades del S.I.
[b] La intensidad de un sonido también puede medirse en decibelios (dB). Explica en qué consiste la escala decibélica de medida de intensidad acústica.
[c] ¿Cuál es la intensidad acústica, en dB, producida por nuestra fuente a 10 m de distancia?
La intensidad umbral del oído humano es $I_o = 10^{-12}$ W/m².

Respuesta

[a] La intensidad de una onda en un punto es la potencia que atraviesa la unidad de superficie, colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda, en dicho punto. Como se trata de una onda esférica, la superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda es una superficie esférica de 10 m de radio. La intensidad de la onda sonora se calcula mediante: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{10(W)}{4\pi \cdot 10^2 (m^2)} = 8,0 \cdot 10^{-3} \left(\frac{W}{m^2}\right)$.

[b] Esta escala está relacionada con la percepción humana del sonido y la magnitud asociada es el llamado "nivel de intensidad sonora". Consulta el libro de Física.

[c] El nivel de intensidad sonora β está dado por la expresión: $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_o}$. En nuestro caso, $\beta = 10 \cdot \log \frac{8 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log(8 \cdot 10^9) = 10 \cdot (\log 8 + 9) = 99(dB)$.

Actividad 23

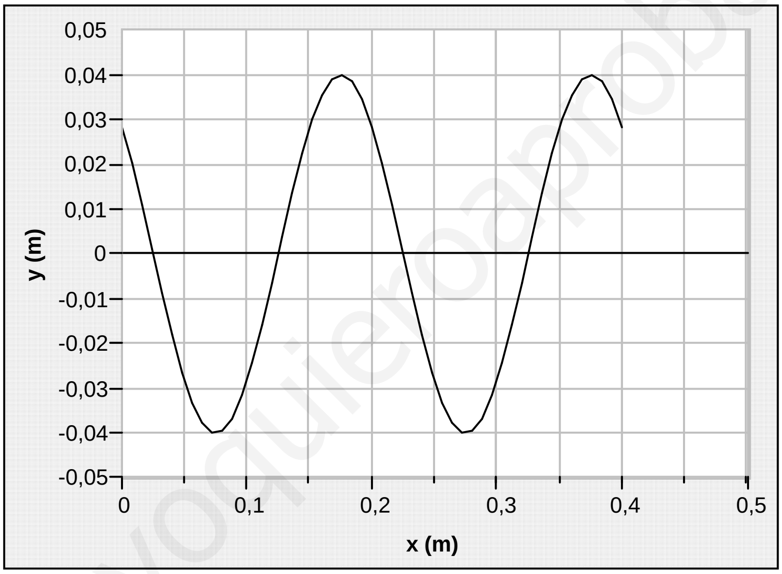
Una onda armónica transversal de frecuencia f = 2 Hz, longitud de onda λ= 20 cm y amplitud A = 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje OX. En el instante t = 0, la elongación en el punto x = 0 es y = $2\sqrt{2}$ cm.

[a] Expresa matemáticamente la onda y represéntala gráficamente en (t = 0; $0 \le x \le 40\ cm$).

[b] Calcula la velocidad de propagación de la onda y determina, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en x = 5 cm.

Respuesta

[a] La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx + \varphi)$. La amplitud vale 0,04 m, la frecuencia angular es: $\omega = 2\pi f = 4\pi(\frac{rad}{s})$ y el número de onda se calcula a partir de la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2\ (m)} = 10\pi\ (m^{-1})$. La fase inicial se obtiene de las condiciones iniciales: $2\sqrt{2} = 4\ sen\ \varphi$; $sen\ \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\varphi = \frac{\pi}{4}$. En consecuencia, la ecuación de la onda es: $y(x,t) = 0,04\ sen(4\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{4})$. El perfil de onda, para t = 0, se muestra seguidamente.



[b] La velocidad de propagación de la onda es: $v = \lambda f = 0,2(m) \cdot 2(Hz) = 0,4(\frac{m}{s})$. También es el cociente entre los coeficientes de t y de x en la ecuación de la onda: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{4\pi}{10\pi} = 0,4(\frac{m}{s})$.

La velocidad es la derivada de la elongación con respecto al tiempo:

$$v_{transv} = \frac{dy}{dt} = 0,04 \cdot \cos(4\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{4}) \cdot 4\pi = 0,16\pi\ \cos(4\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{4})$$

Por lo tanto, $v_{transv}(0,05m, t) = 0,16\pi \cdot \cos(4\pi t - 0,5\pi + \frac{\pi}{4}) = 0,16\pi \cdot \cos(4\pi t - \frac{\pi}{4})$.

ᐅ Actividad 24

Una fuente puntual sonora emite al espacio con una potencia P = 0,2 W, distribuida uniformemente en todas las direcciones (onda esférica).

[a] Explca la relación entre la potencia emitida por la fuente sonora y la intensidad del sonido a una distancia *r*.
[b] Calcula, en unidades del S.I., la intensidad del sonido a 5 m de dicha fuente.
[c] ¿A qué distancia de la fuente el nivel de intensidad (*sonoridad*) es de 50 dB?
DATO: La intensidad umbral del oído humano es $I_o = 10^{-12}$ W/m².

Respuesta

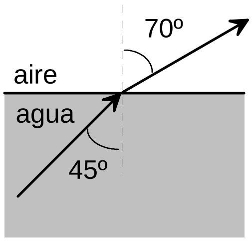
[a] La intensidad de una onda en un punto es la potencia que atraviesa la unidad de superficie, colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda, en dicho punto. Como se trata de una onda esférica, la superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda es una superficie esférica de radio *r*. La intensidad de la onda sonora se calcula mediante: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$.

[b] De acuerdo con la expresión anterior, $I = \frac{0{,}2\ W}{4\pi \cdot 25^2 (m^2)} = 6,4 \cdot 10^{-4} \left(\frac{W}{m^2}\right)$.

[c] El nivel de intensidad sonora β está dado por la expresión: $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_o}$; de esta expresión se deduce que: $\beta/10 = \log \frac{I}{I_o}$; $\frac{I}{I_o} = 10^{\beta/10}$; $I = I_o \cdot 10^{\beta/10}$. En nuestro caso, $I = 10^{-12} \cdot 10^5 = 10^{-7} \left(\frac{W}{m^2}\right)$. Por otro lado, de la expresión de la intensidad de la onda sonora, se obtiene que: $r^2 = \frac{P}{4\pi I} = \frac{0{,}2\ W}{4\pi \cdot 10^{-7} (W/m^2)} = 1,6 \cdot 10^5\ m^2$; $r = 400\ m$.

Actividad 25

[a] Enuncia y explica las leyes de la reflexión y de la refracción para las ondas armónicas.
[b] Un haz de luz roja, de frecuencia f = $4\cdot10^{14}$ Hz, viaja por el agua con una velocidad v = $2,26\cdot10^{8}$ m/s, e incide, con un ángulo $\alpha_1 = 45^o$, sobre la superficie de separación agua/aire. La onda refractada emerge formando un ángulo $\alpha_2 = 70^o$ con la normal a la superficie de separación. Calcula la velocidad de propagación de la onda en el aire y la longitud de onda en ambos medios.



Respuesta

[a] Consulta el libro de Física en lo realtivo al principio de Huygens.

[b] La ley de la refracción establece que: $n_1 \cdot sen\ \alpha_1 = n_2 \cdot sen\ \alpha_2$; pero el índice de refracción de un medio es: n = c/v, siendo *c* la velocidad de la onda en el medio patrón. Llevando esta definición a la primera ecuación queda: $\frac{c}{v_1} \cdot sen\ \alpha_1 = \frac{c}{v_2} \cdot sen\ \alpha_2$, es decir, $\frac{sen\ \alpha_1}{v_1} = \frac{sen\ \alpha_2}{v_2}$; de donde se deduce que: $v_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{sen\ \alpha_1} \cdot v_1 = \frac{sen\ 70}{sen\ 45} \cdot 2,26 \cdot 10^8 = 3,00 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$. Se confirma que el resultado es correcto, ya que coincide con la velocidad de una onda electromagnética en el aire.
La frecuencia de la onda es la misma en ambos medios; así que la longitud de onda en el agua es: $\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{2,26\cdot10^8 (m/s)}{4\cdot10^{14} (Hz)} = 5,65 \cdot 10^{-7}\ m$; mientras que la longitud de onda en el aire vale: $\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{3,00\cdot10^8 (m/s)}{4\cdot10^{14} (Hz)} = 7,50 \cdot 10^{-7}\ m$.

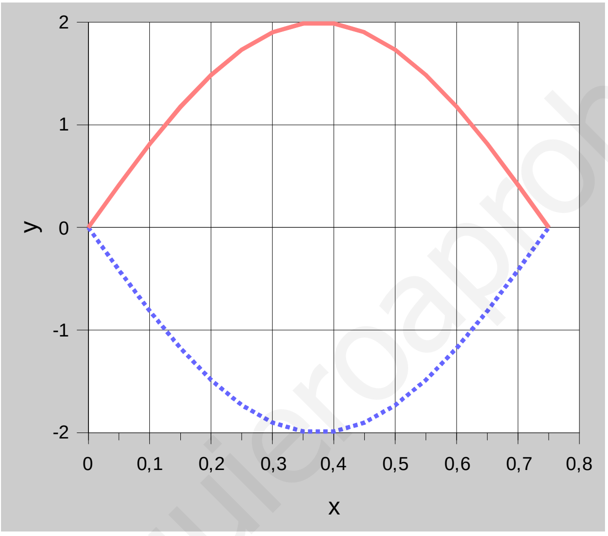
☙ Actividad 26

La sexta cuerda de una guitarra (Mi) vibra a 329,63 Hz en el modo fundamental. La cuerda tiene una longitud L = 75 cm.

[a] Obtén el periodo de la nota *Mi* y la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda.
[b] ¿En qué posición, referida a un extremo, se debe presionar la cuerda para producir la nota *Fa*, de frecuencia 349,23 Hz.
[c] Si producimos con la guitarra un sonido de 0,1 mW de potencia, ¿a qué distancia deberemos situarnos para escucharlo con un nivel de intensidad de 40 dB?
La intensidad umbral del oído humano es $I_o = 10^{-12}$ W/m²; 1 mW = 10^{-3} W.

Respuesta

[a] En el modo fundamental se cumple que la longitud de la cuerda es igual a media longitud de onda. El perfil de la onda estacionaria se muestra seguidamente.



La longitud de onda es $\lambda = 1,5(m)$; como la frecuencia es f = 329,63 (Hz), la velocidad de propagación se calcula mediante: $v = \lambda f = 1,5(m) \cdot 329,63(Hz) = 494(\frac{m}{s})$.

[b] La longitud de onda asociada a la nueva frecuencia es: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{494(m/s)}{349,23(Hz)} = 1,41(m)$, ya que la velocidad de la onda estacionaria es la misma por serlo la cuerda. Como la longitud de la cuerda es igual a media longitud de onda: $L = \frac{\lambda}{2} = \frac{1,41(m)}{2} = 0,71(m)$. Se debe presionar a: 75 cm - 71 cm = 4 cm de un extremo.

[c] El nivel de intensidad sonora β está dado por la expresión: $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_o}$; de esta expresión se deduce que: $\beta/10 = \log \frac{I}{I_o}$; $\frac{I}{I_o} = 10^{\beta/10}$; $I = I_o \cdot 10^{\beta/10}$. En nuestro caso, $I = 10^{-12} \cdot 10^{4} = 10^{-8} \left(\frac{W}{m^2}\right)$. Por otro lado, de la expresión de la intensidad de la onda sonora, se obtiene que: $r^2 = \frac{P}{4\pi I} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}\ W}{4\pi \cdot 10^{-8}(W/m^2)} = 796\ m^2$; $r = 28,2\ m$.