CAMPO ELÉCTRICO

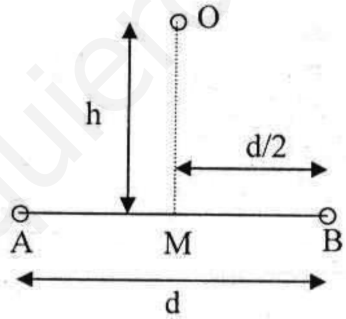
5.1. Dos cargas puntuales fijas A y B de valor +q cada una, están separadas 2d m y actúan sobre otra carga –q y de masa m situada en la mediatriz del segmento AB a una distancia d m sobre AB. Teniendo en cuenta los efectos de la gravedad, calcular:

a) La aceleración de la carga –q en el momento inicial.

b) La aceleración que tiene la carga –q en el momento en que pasa por el punto medio del segmento AB.

Sol: a) $\vec{a} = \left(-\frac{kq^2\sqrt{2}}{2md^2} - g\right)\vec{j}$; **b)** $\vec{a} = -g\,\vec{j}$

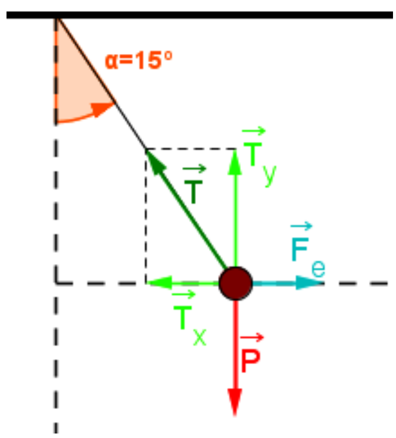
5.2. Dos cargas puntuales positivas e iguales, de valor q = 3 μC y de masa m = $5\cdot10^{-3}$ kg se fijan en los puntos A y B respectivamente, a una distancia d = 6 cm. Desde el punto O, situado a una altura h = 4 cm, se lanza verticalmente hacia el punto medio del segmento AB una tercera carga Q = 1 μC y de masa igual a las anteriores, m.



a) Si al llegar al punto M la velocidad de la partícula es cero, ¿con qué velocidad inicial v_0 fue lanzada desde O?

b) Si cuando llega la tercera partícula a M con velocidad cero, se liberan simultáneamente las cargas situadas en A y B y la superficie es completamente lisa, describe el movimiento de las tres cargas. ¿Cuál sería la velocidad final de cada una de ellas pasado un tiempo muy largo?

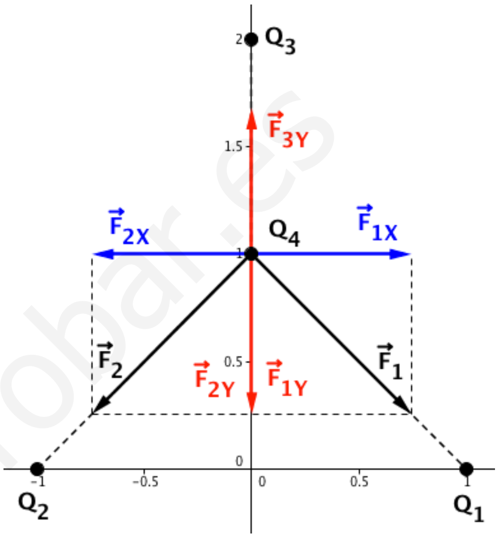
Sol: a) $v_0 = 16'95\,\frac{m}{s}$



5.3. Una bola de caucho de 2 g de masa está suspendida de una cuerda de 20 cm de longitud y de masa despreciable en un campo eléctrico cuyo valor es $\vec{E} = 10^3 \cdot \vec{\imath}\ N/C$. Si la bola está en equilibrio cuando la cuerda forma un ángulo de 15º con la vertical, ¿cuál es la carga neta de la bola?

Sol: $Q = 5'23 \cdot 10^{-6}\ C$

5.4. **Tres partículas cargadas $Q_1 = 2\ \mu C$, $Q_2 = 2\ \mu C$ y Q_3 de valor desconocido están situadas en el plano XY. Las coordenadas de los puntos en que se encuentran son Q_1: $(1, 0)$, Q_2: $(-1, 0)$ y Q_3: $(0, 2)$. Todas las coordenadas están expresadas en metros. ¿Qué valor debe tener la carga Q_3 para que una carga situada en el punto $(0, 1)$ no experimente ninguna fuerza neta?**



Para calcular la fuerza neta que actúa sobre la cuarta carga aplicamos el principio de superposición, en este caso queremos que la suma se anule:

$$\vec{F}_T = \sum_{n=1}^{3} \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

En el esquema hemos considerado que Q_4 es negativa, lo cual implicaría que Q_3 tiene que se positiva. En realidad es irrelevante, si hubiésemos tomado Q_4 positiva, el esquema sería muy parecido. Simplemente cambiarían de sentido todas las componentes de todos los vectores, ya que cambiaría el signo en todos los términos donde aparece Q_4 pero el problema puede estudiarse de la misma manera. Además, Q_3 seguiría siendo positiva.

Podemos ver claramente en el esquema que, debido a la simetría del problema ($Q_1 = Q_2$ y Q_4 se encuentra a la misma distancia de las dos cargas anteriores) las componentes horizontales $\vec{F}_{1x}\ y\ \vec{F}_{2x}$ son iguales en módulo y de sentidos opuestos. Por lo tanto:

$$\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = 0$$

Este hecho simplifica el problema, ya que no tendremos que tener en cuenta las componentes horizontales. Calculamos primero las distancias desde las cargas a la carga central:

$$d_1 = d_2 = \sqrt{(1\ m)^2 + (1\ m)^2} = \sqrt{2} \qquad y \qquad d_3 = 1\ m$$

Con estas distancias ya podemos obtener el módulo de las fuerzas aplicando la **Ley de Coulomb**, nos damos cuenta de que las fuerzas F_1 y F_2 tienen el mismo módulo:

$$F_1 = F_2 = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}\ C \cdot Q_4}{2\ m^2} = 9000 \cdot Q_4\ \ N$$

$$F_3 = K \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_4}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_4}{1\ m^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot Q_3 \cdot Q_4\ \ N$$

Calculamos ahora las componentes vectoriales:

$$\vec{F}_{1y} = \vec{F}_{2y} = -F_1 \cdot \sin\alpha\ \vec{j} = -9000 \cdot Q_4 \cdot \sin 45°\ \vec{j}\ N = -4500\sqrt{2} \cdot Q_4\ \vec{j}\ N$$

$$\vec{F}_{3y} = F_3 \cdot \vec{j} = 9 \cdot 10^9 \cdot Q_3 \cdot Q_4 \cdot \vec{j}\ N$$

Aplicamos el principio de superposición para las componentes verticales:

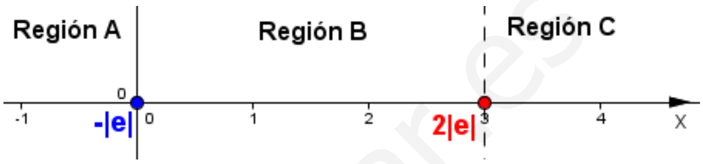
$$\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} = \left[2 \cdot \left(-4500\sqrt{2} \cdot Q_4\right) + 9 \cdot 10^9 \cdot Q_3 \cdot Q_4\right] \vec{j}\ N = 0$$

$$-9000\sqrt{2} + 9 \cdot 10^9 \cdot Q_3 = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Q_3} = \frac{9000 \cdot \sqrt{2}}{9 \cdot 10^9} = \boldsymbol{1'414 \cdot 10^{-6}\ C}$$

5.5. Dibuja aproximadamente las líneas de campo eléctrico contenidas en un plano en el que hay dos cargas eléctricas, una Q y otra -2Q.

5.6. Se tienen dos iones con carga 2·|e| y -|e| separados una distancia de 3 Å. Calcula la distancia del ion positivo a la que se anula el campo eléctrico total.

Sol: $\boldsymbol{d_A = 10'24}$ **Å**



5.7. Una carga puntual de valor n·q se coloca en el origen de coordenadas, mientras que otra carga de valor –q se coloca sobre el eje X a una distancia d del origen.

a) Calcular las coordenadas del punto donde el campo eléctrico es nulo si n = 4. ¿Cuánto valdrá el potencial electrostático en ese punto?

b) Calcular las coordenadas del punto donde el campo eléctrico es nulo si n = ¼ ¿Cuánto valdrá el potencial electrostático en ese punto?

Sol: a) $\boldsymbol{x = 2d,\ V_T = k\frac{q}{d};}$ **b)** $\boldsymbol{x = -d,\ V_T = -k\frac{q}{4d}}$

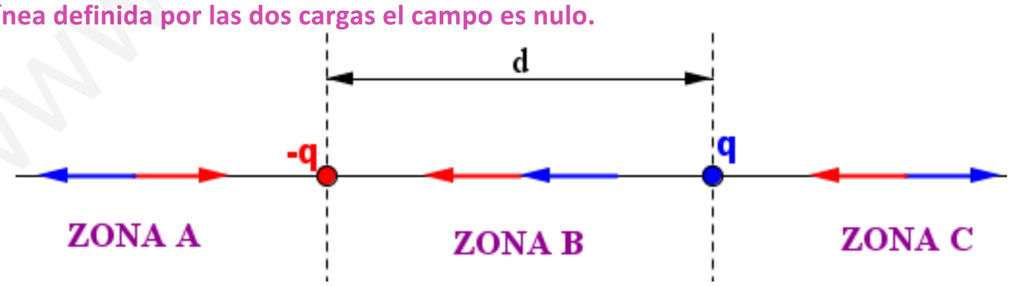
5.8. Dos cargas positivas e iguales (+Q) se encuentran sobre el eje X. Una de ellas está en x = -a y la otra en x = +a.

a) Calcula la intensidad del campo eléctrico y el potencial electrostático en el origen de coordenadas.

b) Si además de las anteriores, se coloca una tercera carga de valor -2·Q en x = -2a, ¿cuáles serán los nuevos valores de la intensidad del campo eléctrico y del potencial electrostático?

Sol: a) $\boldsymbol{\vec{E}_T(x = 0) = 0,\ V_T = 2k\frac{Q}{a};}$ **b)** $\boldsymbol{\vec{E}_T = -k\frac{Q}{2a^2}\vec{i},\ V_T = k\frac{Q}{a}}$

5.9. **Sean dos cargas puntuales $q_1 = -q$ y $q_2 = +q$ colocadas a una distancia d. Razonar y obtener en qué punto de la línea definida por las dos cargas el campo es nulo.**



Una vez realizada la representación de las intensidades de campo estudiamos las posibles zonas en las que éste puede anularse. Sabemos que las tres condiciones que deben cumplirse para que se anule el campo son:

- Los vectores intensidad de campo tengan la misma dirección (esto define la recta que une ambas cargas).
- Los vectores intensidad de campo tengan sentidos opuestos.
- Los vectores intensidad de campo tengan el mismo módulo.

Atendiendo al primer punto observamos que tanto la Zona A como la Zona C cumplen que los vectores de campo tienen sentidos opuestos, será en dichas zonas en las cuales se pueda anular el campo.

El segundo punto lo tenemos que comprobar matemáticamente para cada zona:

ZONA A:

$$|\vec{E}_-| = |\vec{E}_+|$$

$$K\frac{q}{r^2} = K\frac{q}{(r+d)^2}$$

$$r^2 = r^2 + d^2 + 2dr$$

$$d^2 = -2dr$$

Esta ecuación no tiene solución, ya que r es una distancia (valor positivo) y d es otra distancia (positivo). Ningún número al cuadrado puede dar un resultado negativo.

ZONA B:

$$|\vec{E}_-| = |\vec{E}_+|$$

$$K\frac{q}{(r+d)^2} = K\frac{q}{r^2}$$

$$r^2 = r^2 + d^2 + 2dr$$

$$d^2 = -2dr$$

Esta ecuación no tiene solución, ya que r es una distancia (valor positivo) y d es otra distancia (positivo). Ningún número al cuadrado puede dar un resultado negativo.

Por lo tanto, podemos concluir que, para esta distribución concreta de cargas, es campo sólo se anulará en $\pm\infty$, que son los puntos donde se anula el campo generado por cada carga.

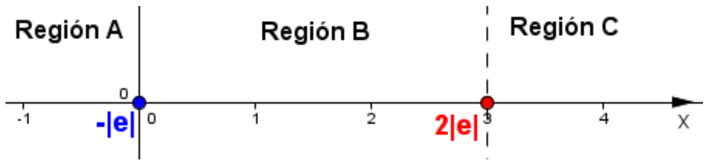
5.10. Tenemos dos cargas iguales y del mismo signo separadas una cierta distancia:
   a) Representa las líneas de campo eléctrico.
   b) Representa las superficies equipotenciales.

5.11. Tenemos dos cargas iguales y del signo contrario separadas una cierta distancia:
   a) Representa las líneas de campo eléctrico.
   b) Representa las superficies equipotenciales.

5.12. Se tienen dos iones con carga 2·|e| y -|e| separados una distancia de 3 Å.

a) Calcula la energía potencial eléctrica de los dos iones.

b) Calcula la distancia del ion positivo a la que se anula el potencial eléctrico total.



Sol: a) $E_P = -1'536 \cdot 10^{-18}\ J$ b) $2\ y\ 6$ Å

5.13. En tres de los vértices un hexágono regular de 30 cm de lado hay tres cargas eléctricas (colocadas alternando carga – vértice vacío – carga). Las cargas tienen valores $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ C, $q_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ C, $q_3 = 4 \cdot 10^{-7}$ C. Determina el potencial eléctrico en el centro del hexágono.

Sol: $9 \cdot 10^2\ V$

5.14. **Explica en qué consiste el concepto de potencial electrostático en un punto. Dibuja aproximadamente en un sistema de coordenadas el gráfico que relaciona el potencial creado por una carga puntual positiva, eje vertical, con la distancia a dicha carga, eje horizontal, situando la carga en el origen de coordenadas.**

El Potencial Gravitatorio (V) se define en un punto de un campo gravitatorio como la E_p que tendrían el sistema formado por la carga creadora del campo y la **unidad de carga** situada en ese punto.

$$V(r) = \frac{E_P(r)}{q} = \frac{K\frac{Q \cdot q}{r}}{q} = K\frac{Q}{r}$$

Que exista una función potencial asociada a un campo quiere decir que dicho **campo es conservativo**, es decir que el trabajo que se realiza para desplazar una carga sólo depende los puntos inicial y final y no del camino por el que se desplaza.

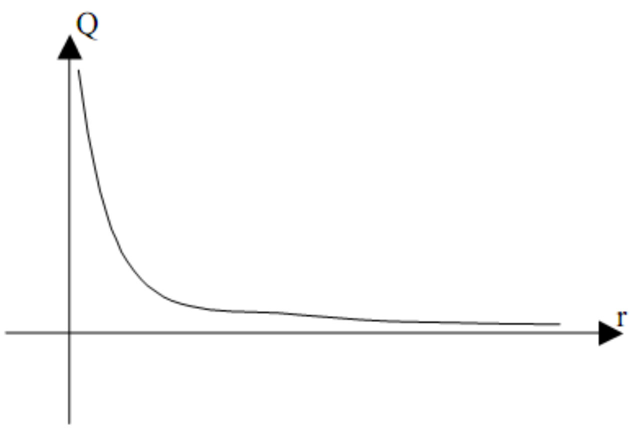
$$W_{A \to B} = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_B - V_A)$$

A partir de este resultado se define el potencial gravitatorio (V) en un punto como **el trabajo que realizan las fuerzas del campo para trasladar la unidad de carga desde un punto al infinito**.

Las **cargas positivas** se mueven hacia **potenciales decrecientes** y las **cargas negativas** lo hacen hacia **potenciales crecientes**.

Como se puede comprobar en la expresión, la función potencial es **inversamente proporcional a la distancia del punto a la carga que crea el campo y proporcional al valor de dicha carga**.

La gráfica que representa dicha función será:



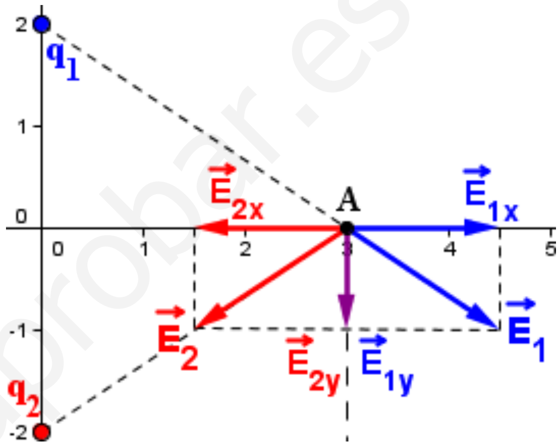
5.15. **Dos cargas eléctricas en reposo de valores $q_1 = 2\ mC$ y $q_2 = -2\ mC$, están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:**

a) El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0).

b) El potencial en el citado punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de $3\ mC$ desde dicho punto hasta el origen de coordenadas.

a) Observamos en la representación de los vectores intensidad de campo que la componente horizontal se va a anular, debido a tres factores:

- El valor absoluto de las dos cargas es igual.
- La distancia entre el punto A con cada una de las cargas es la misma.
- La disposición de las cargas sobre el eje y.



Para calcular la intensidad total de campo eléctrico en el punto A debemos aplicar el Principio de Superposición:

$$\vec{E}_T = \sum_{i=1}^{2} \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Calculamos primero el módulo de $\vec{E}_1\ y\ \vec{E}_2$. Para ello debemos conocer antes la distancia entre las cargas y el punto A. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 2^2 = 13\ m^2$$

Ya podemos calcular los módulos, y dado que las cargas tienen el mismo valor absoluto y que la distancia al punto A es la misma:

$$|\vec{E}_1| = K\frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} C}{13\ m^2} = 1'38 \cdot 10^6\ \frac{N}{C} = |\vec{E}_2|$$

Calculamos ahora las componentes verticales que, dado la simetría del problema, será igual para ambas cargas (la horizontales no son necesarias, ya hemos demostrado que van a anularse):

$$\vec{E}_{1y} = -|\vec{E}_1| \cdot \sin\alpha\, \vec{j} = -1'38 \cdot 10^6\ \frac{N}{C} \cdot \frac{2\ m}{\sqrt{13\ m}} \vec{j} = -7'65 \cdot 10^5 \vec{j}\ \frac{N}{C} = \vec{E}_{2y}$$

Por lo tanto, la intensidad total de campo es:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(-7'65 \cdot 10^5 \vec{j}\ \frac{N}{C}\right) + \left(-7'65 \cdot 10^5 \vec{j}\ \frac{N}{C}\right)$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_T = -1'53 \cdot 10^6 \vec{j}\ \frac{N}{C}}$$

b) De nuevo, debido a la simetría del problema, el potencial generado por q_1 n el punto A tendrá el mismo valor absoluto que el potencial generado en A por la carga q_2. Lo mismo ocurrirá en el origen de coordenadas:

$$V_1(A) = -V_2(A)$$

$$V_T(A) = V_1(A) + V_2(A) = 0$$

Lo mismo nos ocurre en el origen:

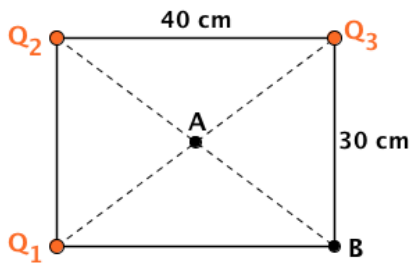
$$V_1(0{,}0) = -V_2(0{,}0)$$

$$V_T(0{,}0) = V_1(0{,}0) + V_2(0{,}0) = 0$$

Como el trabajo se calcula a partir de la diferencia de potencial existente entre dos puntos y, en este caso, ambos puntos tienen el mismo potencial, **el trabajo necesario para mover la carga es cero**. Es lógico, ya que en este caso, **el eje x es una línea equipotencial.**

5.16. La carga $Q = 2 \cdot 10^{-3}\ C$ genera un campo en el espacio que la rodea. Determina el trabajo que debe hacer un agente externo para mover una carga de prueba desde un punto A, situado a 2 m de la carga, hasta un punto B, situado a 1 m.
Sol: $\boldsymbol{W_{A\to B}^{EXT} = 36\ J}$

5.17. Tres cargas puntuales de magnitud $Q_1 = 40\ \mu C$, $Q_2 = -50\ \mu C$ y $Q_3 = 30\ \mu C$ han sido colocadas en tres vértices de un rectángulo como muestra la figura. Determina el trabajo de un agente externo para trasladar una carga $q = -2\ \mu C$ desde el punto A hasta el B.
Sol: $\boldsymbol{W_{A\to B}^{EXT} = -0'36\ J}$



5.18. En un hexágono, cuyo lado mide 3 m, se ubican seis cargas en cada uno de sus vértices. Todas las cargas tienen una magnitud de $2 \cdot 10^{-5}\ C$. Halla el trabajo sobre una carga de $-10^{-3}\ C$ para moverla desde el infinito hasta el centro del hexágono.
Sol: $\boldsymbol{W_{A\to B}^{EXT} = -360\ J}$

5.19. Dos cargas puntuales de 8 μC y -5 μC están situadas, respectivamente, en los puntos (0, 0) y (1, 1).
Calcula:
a) La fuerza que actúa sobre una tercera carga de 1 μC situada en el punto (2, 2).
b) El trabajo necesario para llevar esta última carga desde el punto que ocupa hasta el punto (0, 1).
Datos: K = $9\cdot10^{9}$ $N\cdot m^2\cdot C^{-2}$. Las coordenadas se dan en metros.
Sol: a) $\boldsymbol{\vec{F}_T = -9'5 \cdot 10^{-3}(\vec{\imath} + \vec{\jmath})N;}$ **b)** $\boldsymbol{W_{AB} = -3'408 \cdot 10^{-2}\ J \implies}$ **Realizamos trabajo contra el campo.**

5.20. Dos partículas con cargas q_1 = 1 µC y q_2 = 2 µC están separadas una distancia d = 0'5 m.

a) Calcula la fuerza que actúa sobre la segunda y su energía potencial electrostática.

b) Si q_2 puede moverse, partiendo del reposo, ¿hacia dónde lo hará? Calcula su energía cinética cuando se haya desplazado 0' 2 m respecto a su posición inicial. ¿Cuánto trabajo habrá realizado hasta entonces el campo eléctrico?

Sol: a) $\vec{F} = 0'072\vec{\imath}\ N, E_P = 0'036\ J$; b) Sentido positivo del eje de abscisas. $E_{C_2} = 1'03 \cdot 10^{-2} J = W_{AB}$

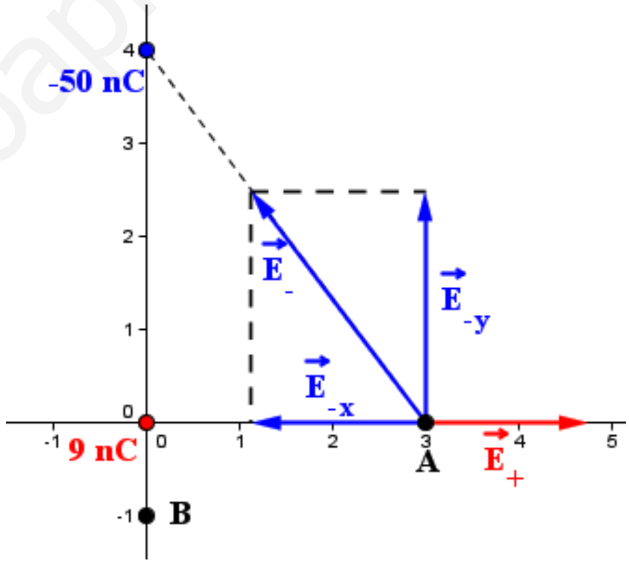
5.21. **Una carga puntual positiva de 9 nC está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual de −50 nC está situada sobre el punto P de coordenadas (0, 4). Determine:**

a) El valor del campo eléctrico en el punto A de coordenadas (3, 0). Represente gráficamente el campo eléctrico debido a cada carga.

b) El trabajo necesario para trasladar una carga puntual de 3 µC desde el punto A hasta el punto B de coordenadas (0, −1). Interprete el signo del resultado.

Nota: todas las distancias vienen dadas en metros.

a) Una vez realizado el dibujo de las cargas observamos que el campo generado por la carga negativa tiene componentes x e y; sin embargo, el campo generado por la carga positiva tiene sólo componente x.



Primero vamos a calcular el valor del módulo de cada campo en A, pero antes debemos conocer la distancia entre dicho punto y la carga negativa:

$$r_-^2 = (3\ m)^2 + (4\ m)^2 = 25\ m^2$$

$$E_- = k\frac{q_-}{r_-^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-9}\ C}{25\ m^2} = 18\ N/C$$

$$E_+ = k\frac{q_+}{r_+^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{9 \cdot 10^{-9}\ C}{9\ m^2} = 9\ N/C$$

El ángulo formado por el vector $\vec{E}_-$ y el eje x vale:

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha = 53'13^o$$

Calculamos las componentes:

$$\vec{E}_{-x} = -E_{-} \cdot \cos\alpha \cdot \vec{\imath} = -18\frac{N}{C} \cdot 0'6 \cdot \vec{\imath} = (-10'8\,\vec{\imath})\ N/C$$

$$\vec{E}_{-y} = E_{-} \cdot \sin\alpha \cdot \vec{\jmath} = -18\frac{N}{C} \cdot 0'8 \cdot \vec{\jmath} = (14'4\,\vec{\jmath})\ N/C$$

$$\vec{E}_{+} = E_{+} \cdot \vec{\imath} = (9\,\vec{\imath})\ N/C$$

Para calcular el campo total en el punto A sumamos vectorialmente:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-} = (9\,\vec{\imath} - 10'8\,\vec{\imath} + 14'4\,\vec{\jmath})\ N/C$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_T = (-1'8\,\vec{\imath} + 14'4\,\vec{\jmath})\ N/C}$$

b) Para poder calcular el trabajo, antes vamos a calcular el potencial eléctrico. Calculamos primero el potencial en el punto A:

$$V_A = V_{+}(A) + V_{-}(A) = k\left(\frac{q_{+}}{r_{+}} + \frac{q_{-}}{r_{-}}\right)$$

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-9}\ C}{3\ m} - \frac{50 \cdot 10^{-9}\ C}{5\ m}\right) = -63\ V$$

Calculamos el potencial en el punto B:

$$V_B = V_{+}(B) + V_{-}(B) = k\left(\frac{q_{+}}{r_{+}} + \frac{q_{-}}{r_{-}}\right)$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-9}\ C}{1\ m} - \frac{50 \cdot 10^{-9}\ C}{5\ m}\right) = -9\ V$$

Por lo tanto, el trabajo será:

$$W_{AB} = -q\Delta V$$

$$W_{AB} = -3 \cdot 10^{-6}\ C \cdot (-9\ V + 63\ V) = -3 \cdot 10^{-6}\ C \cdot 54\ V$$

$$\boldsymbol{W_{AB} = -1'62 \cdot 10^{-4}\ J}$$

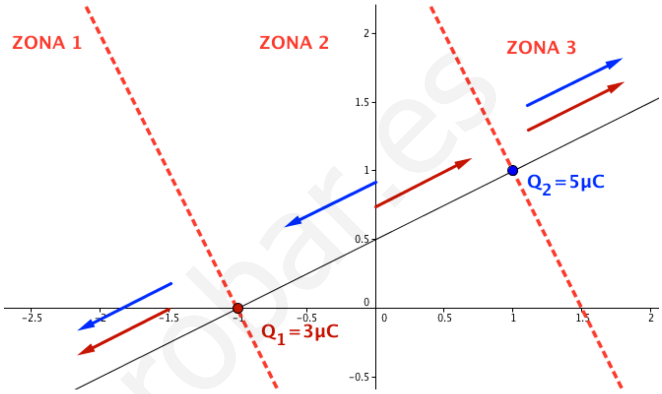
Como podemos ver, el trabajo es negativo, ya que **se produce un movimiento en contra del campo.**

5.22. **Tenemos dos cargas $q_1 = 3\ \mu C$ y $q_2 = 5\ \mu C$ situadas en los puntos $(-1 \quad 0)$ y $(1 \quad 1)$ respectivamente.**

a) Averigua el lugar donde el campo eléctrico se anula.

b) Colocamos una tercera carga de valor $q_3 = 2\ \mu C$ en el origen. Calcula el trabajo necesario para llevar dicha carga hasta el punto $(0 \quad 1)$. ¿El trabajo se realiza a favor o en contra del campo?

a) Para que el campo eléctrico se anule debe cumplirse que:



$$\sum_{n=1}^{2} \vec{E}_n = 0 \longrightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

Para que esto sea posible deben darse tres condiciones:

- Los vectores intensidad de campo tengan la misma dirección (esto define la recta que une ambas cargas).
- Los vectores intensidad de campo tengan sentidos opuestos.
- Los vectores intensidad de campo tengan el mismo módulo.

En este caso tendrá que anularse en algún punto de la recta que une ambas cargas. Dado que ambas son positivas (fuentes), el campo solo se podrá anular entre ellas (zona 2), ya que es la única región del espacio donde las intensidades de campo eléctrico tienen sentidos opuestos.

Por lo tanto, debemos encontrar el punto de la zona 2 en el que los módulos de las intensidades de campo generadas por ambas cargas sean iguales.

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

$$K\frac{Q_1}{d_1^2} = K\frac{Q_2}{d_2^2}$$

Calculamos la distancia que hay entre ambas cargas. Aplicamos Pitágoras:

$$d^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 \longrightarrow d = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Para cualquier punto situado entre ambas cargas se cumplirá que $d_1 + d_2 = d \longrightarrow d_2 = d - d_1$:

$$K\frac{Q_1}{d_1^2} = K\frac{Q_2}{d_2^2} \longrightarrow Q_1 \cdot (d - d_1)^2 = Q_2 \cdot d_1^2$$

$$Q_1 \cdot (d^2 - 2d \cdot d_1 + d_1^2) = Q_2 \cdot d_1^2 \longrightarrow (Q_2 - Q_1)d_1^2 + 2dQ_1 \cdot d_1 - d^2 Q_1 = 0$$

Sustituyendo los valores obtenemos:

$$(5 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-6})d_1^2 + 2\sqrt{5} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot d_1 - 5 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0$$

$$2 \cdot 10^{-6} \cdot d_1^2 + 6\sqrt{5} \cdot 10^{-6} \cdot d_1 - 15 \cdot 10^{-6} = 0$$

De las dos soluciones que obtenemos nos quedamos con la positiva $\boldsymbol{d_1 = 0'98\ m}$. Esta solución tiene sentido, ya que el punto donde se anula el campo tiene que estar situado más cerca de la carga menor.

b) El trabajo para llevar una carga desde un punto A hasta otro punto B se calcula como $W_{AB} = -q' \cdot \Delta V$. Por lo tanto, primero calcularemos el valor del potencial en dichos puntos:

$$V(A) = V_1(A) + V_2(A) = 27000\ V + 31819'8\ V = 58819'8\ V$$

$$V_1(A) = K\frac{Q_1}{r_{1A}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} C}{1\ m} = 27000\ V$$

$$V_2(A) = K\frac{Q_2}{r_{2A}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} C}{\sqrt{2}\ m} = 31819'8\ V$$

$$V(B) = V_1(B) + V_2(B) = 19091'9\ V + 45000\ V = 64091'9\ V$$

$$V_1(B) = K\frac{Q_1}{r_{1B}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} C}{\sqrt{2}\ m} = 19091'9\ V$$

$$V_2(B) = K\frac{Q_2}{r_{2B}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} C}{1\ m} = 45000\ V$$

Por lo tanto, el trabajo será:

$$W_{AB} = -q' \cdot \Delta V = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (64091'9\ V - 58819'8\ V)$$

$\boldsymbol{W_{AB} \approx -0'011\ J}$ **Estamos haciendo trabajo en contra del campo.**

5.23. Una partícula de masa m y carga $-10^{-6}\ C$ se encuentra en reposo al estar sometida al campo gravitatorio terrestre y a un campo eléctrico uniforme $E = 100\ N/C$ de la misma dirección.

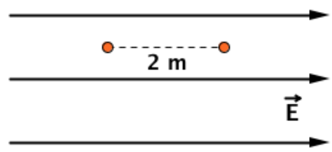
a) Haz un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y calcula su masa.

b) Analiza el movimiento de la partícula si el campo eléctrico aumentara a $120\ N/C$ y determina su aceleración.

Sol: a) $\boldsymbol{m = 10^{-5}\ kg}$; b) $\boldsymbol{a = 2\ m/s^2}$

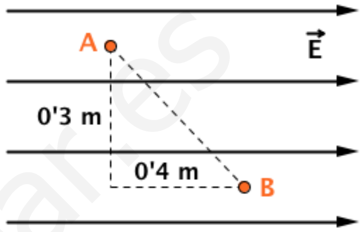
5.24. Calcula la diferencia de potencial $(V_A - V_B)$ entre los puntos A (derecha) y B (izquierda) del campo eléctrico homogéneo de intensidad E = 4 N/C.

Sol: - 8 V

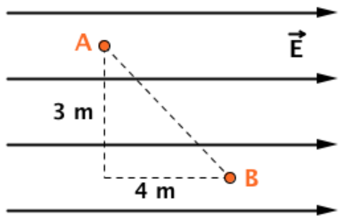


5.25. Un protón se desplaza una distancia de 0'5 m en línea recta desde un punto A hasta otro B dentro de un acelerador. El campo eléctrico producido es uniforme a lo largo de esta recta y su magnitud es de $1'5 \cdot 10^7\ N/C$ en la dirección de su movimiento. Determina la fuerza sobre el protón, el trabajo realizado por el campo sobre el protón y la diferencia de potencial entre los puntos A y B.
Sol: $\boldsymbol{F = 2'4 \cdot 10^{-12}\ N,\quad W = 1'2 \cdot 10^{-12}\ J,\quad \Delta V\quad = 7'5 \cdot 10^6\ V}$

5.26. La figura muestra un campo eléctrico homogéneo de intensidad E = 10 N/C representado mediante las líneas de fuerza horizontales hacia la derecha. Determina la diferencia de potencial eléctrica $(V_B - V_A)$ entre los puntos B y A.
Sol: $\boldsymbol{V_B - V_A = -4\ V}$



5.27. La figura muestra un campo eléctrico homogéneo de intensidad E = 500 KN/C representado mediante las líneas de fuerza horizontales hacia la derecha. Determina el trabajo realizado por un agente externo para trasladar una carga $q = 500\ \mu C$ desde la posición A hasta B siguiendo como trayectoria la hipotenusa del triángulo rectángulo.
Sol: $\boldsymbol{W_{A\to B}^{EXT} = -100\ J}$



5.28. Un electrón , con una velocidad de $6 \cdot 10^6\ m/s$, penetra en un campo eléctrico uniforme y su velocidad se anula a una distancia de 20 cm desde su entrada en la región del campo.
a) Razone cuáles son la dirección y sentido del campo eléctrico.
b) Calcule su módulo.
Sol: b) $\mathbf{E = 551'59\ N/C}$

5.29. Sea una partícula de masa $m = 1\ g$, cargada positivamente y que se mueve en el seno de un campo eléctrico uniforme $E = 10^4\ N/C$ cuyas líneas de campo son perpendiculares al suelo. Inicialmente la partícula está en reposo y a una altura de 5 m del suelo. Si se la deja libre la partícula toca el suelo con una velocidad de 20 m/s. Determinar el sentido de las líneas de campo y la carga de la partícula. Tomar $g = 10\ m/s^2$.
Sol: $\mathbf{Q = 4 \cdot 10^{-6}}\ \boldsymbol{C}$

5.30. En una región del espacio existe un campo uniforme vertical, de manera que la diferencia de potencial entre dos puntos situados un encima del otros y distantes 2 cm es de 100 V.
a) ¿Qué fuerza se ejerce sobre un electrón situado en esa región del espacio?
b) Si el electrón se abandona en reposo en el punto de menor potencial, ¿con qué velocidad llegará al otro punto?
c) Representar gráficamente el vector campo eléctrico, la fuerza ejercida sobre el electrón el punto de menor potencial y el punto de mayor potencial.
Sol: a) $\mathbf{F = -8 \cdot 10^{-18}}\ \boldsymbol{N;}$ **b)** $\boldsymbol{v = 5'93 \cdot 10^6\ m/s}$

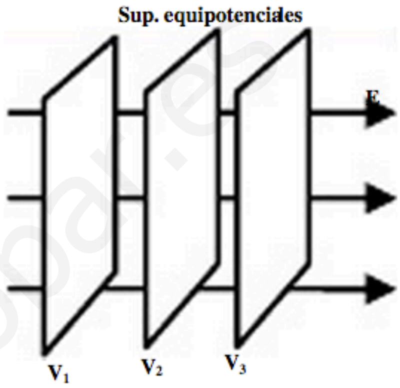
5.31. **Sea un campo eléctrico uniforme dado por $\vec{E} = 500\,\vec{\imath}\,N/C$. Se pide:**

a) ¿Cómo serán las superficies equipotenciales de dicho campo?

b) Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de $2\,\mu C$ desde el punto $P\,(2,3,0)\,m$ al punto $Q\,(6,5,0)\,m$.

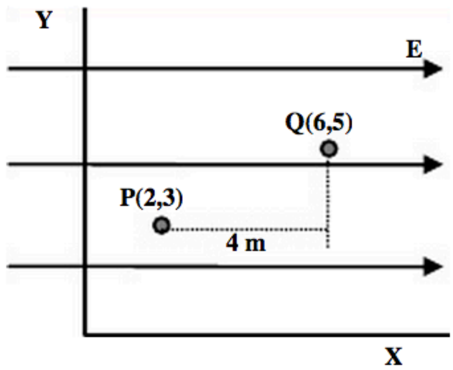
c) Calcula la distancia entre las superficies equipotenciales $V_1 = 10\,V$ y $V_2 = 20\,V$.

a) Las líneas de campo eléctrico van en la dirección del eje X, en sentido positivo. Como las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de fuerza serán **planos perpendiculares al eje X**, es decir:



Donde debe cumplirse que $V_1 > V_2 > V_3$, ya que el sentido del campo eléctrico apunta siempre hacia potenciales decrecientes.

b) Los puntos serían:



El trabajo que realiza el campo eléctrico para trasladar una carga entre dos puntos es:

$$W^{INT} = -q \cdot \Delta V$$

Donde q es la carga que se traslada y ΔV la diferencia de potencial entre los puntos considerados. Ahora bien, en este caso no conocemos el valor del potencial, pero sabemos que para un campo eléctrico uniforme se cumple que:

$$\Delta V = -E \cdot d$$

Donde d es la distancia entre los puntos <u>medida en la dirección del campo</u>, en nuestro caso serían 4 m. Por lo tanto:

$$W^{INT} = -q \cdot \Delta V = q \cdot E \cdot d$$

$$W^{INT} = 2 \cdot 10^{-6}\,C \cdot 500\,N/C \cdot 4\,m$$

$$\boldsymbol{W^{INT} = 4 \cdot 10^{-3}\,J}$$

Como **el trabajo que realiza el campo eléctrico es positivo significa que es el campo quien desplaza la carga desde el punto P al punto Q**, como era de esperar ya que la carga es positiva y se mueve en el sentido de las líneas de campo.

c) La distancia entre las dos superficies equipotenciales V_1 y V_2 será:

$$\boldsymbol{d} = \frac{\Delta V}{E} = \frac{10\,V}{500\,N/C} = \boldsymbol{0'02\,m}$$