EXAMEN 2º BACHILLERATO. VIBRACIONES Y ONDAS. 29.OCTUBRE.2009

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.- El movimiento de un oscilador armónico se ajusta a la siguiente ecuación:

$$x = 3\cos\left(3\pi t + {}^{\pi}/_{3}\right) m$$

a) ¿Cuánto valen la amplitud, la frecuencia angular, la constante de fase, el período y la frecuencia de oscilación?
b) Calcula la elongación, su velocidad y aceleración en t = 3s.
c) Determina la elongación, la velocidad y la aceleración máximas del MAS.

2.- Una onda armónica transversal que se propaga a lo largo de la dirección positiva del eje X tiene una amplitud de 0,1 m, una longitud de onda de 1,25 m y una velocidad de propagación de 1,4 m/s. Si la elongación del punto x=0 en el instante t=0 es -0,1 m, determina:

a) a) El número de ondas y la pulsación de la onda.
b) b) La ecuación del MAS que describe la partícula situada en el punto x=0.
c) c) La ecuación de la onda, expresada en unidades del SI.

CUESTIONES

1. Dibuja en una misma gráfica dos ondas, de manera que una tenga doble amplitud que la primera, su frecuencia sea doble que la de la otra y presente un desfase de π radianes respecto a la primera.
2. Dos partículas de masas m y m' efectúan oscilaciones armónicas de amplitud unidas a resortes de la misma k. Si m'>m: a) ¿qué partícula tiene mayor energía mecánica?; b) ¿Cuál de las dos tiene mayor energía cinética al pasar por el punto más bajo?; c) ¿Son iguales sus velocidades en el punto más bajo?; d) ¿Son iguales sus períodos de oscilación?
3. Explica el fenómeno de la resonancia en la amplitud.
4. ¿Qué es la interferencia entre ondas armónicas y cuándo tiene lugar una interferencia constructiva entre ondas idénticas? ¿Y destructiva?

OPCION B

PROBLEMAS

1.- Un péndulo simple de 2 m de longitud tiene un período de 2,84 s para pequeñas oscilaciones:

a) Determina la intensidad del campo gravitatorio en el lugar de la medición.
b) Si la velocidad de la bolita del péndulo cuando pasa por la posición de equilibrio es de 0,4 m/s, calcula la amplitud de la oscilación.
c) Si la oscilación comienza en uno de los extremos, escribe la ecuación de la posición y represéntala en función del tiempo.

2.- Un foco emite ondas cuya amplitud es 2 m, siendo su frecuencia angula π/3 rad y su longitud de onda 36 m. Determina:

a) La ecuación de la onda.
b) La velocidad de propagación de la onda en el medio.
c) La elongación y la velocidad de vibración de un punto que dista 24 m del foco en el instante t=4 s

CUESTIONES

1. Dibuja dos ondas armónicas tales que una tenga el triple de frecuencia y la mitad de amplitud que la otra y que entre las dos exista un desfase de π/2.
2. Deduce la expresión de la velocidad y de la aceleración de un MAS en función de la elongación.
3. Enuncia el principio de Huygens y utilízalo para explicar el fenómeno de la difracción de ondas.
4. Dos objetos, de la misma masa, se encuentran unidos a sendos muelles idénticos. Se estiran a la vez, el primero 10 cm y el segundo 5 cm, y se dejan en libertad. ¿Cuál de los dos objetos alcanzará primero la posición de equilibrio?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.- a) Comparando con la ecuación del MAS, obtenemos:

A = **3 m**; ω = **3π rad/s**; φ_0 = **π/3 rad**

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \mathbf{0,66\ s}$; f = 1/T = **1,5 Hz**

b) Sustituimos directamente para calcular la elongación:

x = 3 · cos (3π·3+π/3) = **-1,5 m**

es decir está a 1,5 m de la posición de equilibrio, pero en el lado negativo de las x.
Para calcular la velocidad, derivamos respecto del tiempo t:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[3\cos\left(3\pi t + {}^{\pi}/_{3}\right)\right] = -9\pi\sin(3\pi t + {}^{\pi}/_{3})\ m/s$$

En t = 3s, queda **v = 24,47 m/s**
Y la aceleración se calcula volviendo a derivar en la velocidad:

$a = -27\ \pi^2\cos(3\pi t + \pi/3)\ m/s^2$

y en t = 3 s, vale **a = 133,10 m/s²**

c) Para calcular la elongación, velocidad y aceleración máximas, recordamos que las funciones seno y coseno son acotadas en módulo, de valor ± 1, y quedarán como valores máximos los correspondientes a esos valores:

$x_{Max} = \pm 3$ m (justo la amplitud)

$v_{Max} = \pm 9\pi$ m/s

$a_{Max} = \pm 27\pi^2$ m/s^2

2.- a) Calculamos el número de ondas aplicando la definición:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \mathbf{5\ m^{-1}}$$

Para calcular la pulsación hacemos uso de la velocidad de la onda:

$v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1,25}{1,4} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \mathbf{7\ {}^{rad}/_{s}}$

b) La ecuación del MAS que describe una partícula será

$y(t,x=0) = A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$

e imponiendo las condiciones iniciales puedo calcular la fase inicial:

$-0,1 = 0,1\cdot\sin(7\cdot 0 + \varphi_0)$

$-1 = \sin\varphi_0$

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} rad$$

Y la ecuación quedará:

y(t) = 0,1 sin (7t + 3π/2) m.

c) La ecuación de onda es:

y(x,t) = 0,1 sin (7t - 5x + 3π/2) en unidades del SI

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.- a) La ecuación para un péndulo simple bajo pequeñas oscilaciones vale:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

y puedo sustituir los valores y despejar g,

g = 9,78 m/s²

b) La posición de equilibrio corresponde a x = 0; utilizamos la expresión de la velocidad en función de la elongación:

$$v = -\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2} = \frac{2\pi A}{T} \rightarrow A = \frac{vT}{2\pi} = \mathbf{0,18\ m}$$

c) La ecuación general de un MAS:

$$x = A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = 0{,}18\cdot\sin(2{,}21\cdot t + \varphi_0)$$

Para calcular la constante inicial, impongo la condición que me da el enunciado: el movimiento comienza desde uno de los extremos, es decir, para t = 0, x = A.

$$0{,}18 = 0{,}18\cdot\sin\varphi_0$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$$

Y la ecuación queda:

$$\boldsymbol{x = 0,18\cdot\sin(2,21\cdot t + {}^{\pi}/_{2})}$$

2.- a) La ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y(x,t) = A\cdot\sin(\omega t - kx)$$

Sustituyendo,

$$\boldsymbol{y(x,t) = 2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{18}x\right)}$$

Aunque también se puede escribir:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 2\cdot sin\left[2\pi\left(\frac{t}{6} - \frac{x}{36}\right)\right]}$$

b) La velocidad de propagación de la onda:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{36}{6} = \boldsymbol{6\ m\cdot s^{-1}}$$

con $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6\ s$

c) La elongación en ese punto y ese instante se obtiene sustituyendo en la ecuación de ondas:

$$\boldsymbol{y(24,4) = 2\cdot sin\left[2\pi\left(\frac{4}{6} - \frac{24}{36}\right)\right] = 0\ m}$$

y la velocidad la obtenemos derivando respecto a t;

$$\boldsymbol{v(x,t) = \frac{dy}{dt} = 2\,\frac{2\pi}{6}\cdot cos\left[2\pi\left(\frac{t}{6} - \frac{x}{36}\right)\right]}$$

$$\boldsymbol{v(24,4) = \frac{dy}{dt} = 2\,\frac{2\pi}{6}\cdot cos\left[2\pi\left(\frac{4}{6} - \frac{24}{36}\right)\right] = \frac{2\pi}{3}cos0 = 2,1 m/s}$$