

Ejercicios del Campo Gravitatorio

1. En torno al planeta P giran los satélites M y N cuyos períodos de revolución son 32 y 256 días respectivamente. Si el radio de la órbita del satélite M es 1, el de la órbita de N será:

R.: a) 4 b) 8 c) 16 d) 32

2. Hay satélites artificiales del mismo período que el de la Tierra 24 horas, y se emplean en telecomunicación. ¿Puede situarse un satélite sincrónico en la vertical del lugar. por ejemplo, León?. R.: No...

3. Conociendo el radio de la órbita de la Luna y el período de su revolución ¿se puede deducir masa de la Tierra? Razonar. R.: Sí...

4. CL-S09 a) ¿Qué se entiende por velocidad de escape?
b) Si la masa de la Tierra se cuadruplicara, manteniendo el radio, ¿cómo se modificaría la velocidad de escape?

R.: a) Ver teoría, b) Se duplicaría

5. CLM-J00 Dos satélites de igual masa están en órbitas de radios R y 2R respectivamente, ¿Cuál de los dos tiene más velocidad?. Si las masas fueran distintas, influirían en sus velocidades? Justifica las respuestas.

R.: $|\vec{v}| = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, luego más velocidad el de menor radio. La masa del cuerpo que gira no influye en la velocidad, sólo influye la masa del cuerpo alrededor del cual se gira.

6. Dos satélites de masas $m_1 = m$ y $m_2 = 4m$ describen sendas trayectorias circulares alrededor de la Tierra, de radios $R_1 = R$ y $R_2 = 2R$ respectivamente. Se pide:

a) ¿Cuál de las masas precisará más energía para escapar de la atracción gravitatoria terrestre?

b) ¿Cuál de las masas tendrá una mayor velocidad de escape?.

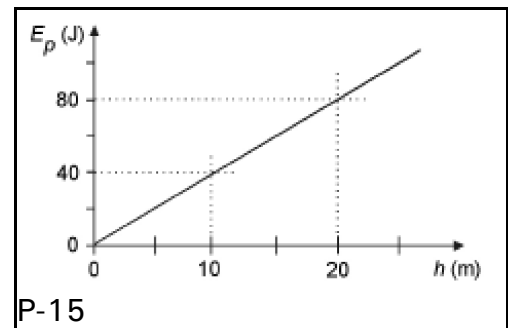
R.: a) el segundo -necesita el doble-; b) el primero

7. Un satélite gira alrededor de la Tierra en una órbita circular. Tras perder cierta energía continúa girando en una órbita circular cuyo radio es la mitad que el original. ¿Cuál es su nueva energía cinética (relativa a la energía cinética inicial)?

R.: $\frac{E_{Cf}}{E_{Ci}} = \frac{r_i}{r_f} = 2$

8. LR-J05 Si suponemos que la interacción atractiva entre una estrella de masa M y un planeta de masa $m \ll M$ es de la forma , $|\vec{F}| = K \frac{Mm}{r}$ siendo K La constante gravitatoria, ¿cuál sería la relación entre el radio r de la órbita circular del planeta y su periodo?. **R.: $r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{KM} \times T$**
9. Explica el concepto de energía potencial gravitatoria. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa m situada a una distancia r de otra partícula de masa M ?
10. Dibuja las líneas de campo gravitatorio creadas por una masa puntual. Utiliza dicho dibujo para justificar que la fuerza gravitatoria ejercida sobre otra masa es central.
11. Los astronautas en el interior de un satélite que está orbitando a 200 km de altura sobre la superficie de la Tierra experimenten ingravidez. ¿Por qué? ¿Es despreciable la fuerza de gravedad ejercida por la Tierra sobre los astronautas?
12. Supongamos que la Tierra, manteniendo su masa, aumentara su radio medio. ¿Cómo variaría la velocidad de escape?
R.: Disminuiría ...
13. Si un cuerpo tiene un peso de 100 N sobre la superficie terrestre, calcular su peso en la superficie de otro planeta cuya masa sea el doble que la de la Tierra y su radio el triple que el de la Tierra. **R.: $P_{\text{Planeta}} = 2/9 P_{\text{Tierra}} = 200/9 \text{ N}$**
14. Si la Luna siguiera un órbita circular en torno a la Tierra, pero con un radio igual a la cuarta parte de su valor actual, ¿cuál sería su periodo de revolución?. Dato: Toma el periodo actual igual a 28 días. **R.: $T = 3,5 \text{ días}$.**

15. CAT- S04 El gráfico adjunto muestra cómo varía la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa 2 kg, en un planeta de radio $R = 5.000 \text{ km}$, con la distancia h a la superficie del planeta (suponiendo que h es mucho menor que R). Calcule:
- La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta mencionado.
 - La masa del planeta.
 - La velocidad de escape en el planeta.
- Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.



R.: a) 2 ms^{-2} , b) $7,5 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, c) $2\sqrt{5}10^3 \text{ m/s} \approx 4472,13 \text{ m/s}$

16. CL-J10FE La Luna tiene una masa $M_L = 7,35 \times 10^{22}$ kg y un radio, $R_L = 1,74 \times 10^6$ m . Determine:
- La distancia que recorre en 10 s un cuerpo que cae libremente en la proximidad de su superficie.
 - El trabajo necesario para levantar un cuerpo de 50 kg hasta una altura de 10 m.
- R.: a) 80,96 m, b) 809,63 J**
17. CL-J10FE La distancia media entre la Luna y la Tierra es $R_{T-L} = 3,84 \times 10^8$ m y la distancia media entre la Tierra y el Sol es $R_{T-S} = 1496 \times 10^8$ m. La Luna tiene una masa $M_L = 7,35 \times 10^{22}$ kg y el Sol, $M_S = 1,99 \times 10^{30}$ kg . Considere las órbitas circulares y los astros puntuales.
- Comparando la velocidad lineal de los astros en sus órbitas respectivas, determine cuántas veces más rápido se desplaza la Tierra alrededor del Sol que la Luna alrededor de la Tierra.
 - En el alineamiento de los tres astros durante un eclipse de Sol (cuando la posición de la Luna se interpone entre la Tierra y el Sol), calcule la fuerza neta que experimenta la Luna debido a la acción gravitatoria del Sol y de la Tierra. Indique el sentido (signo) de dicha fuerza.
- R.: a) 29,22, b) $2,35 \times 10^{20}$ N dirigida hacia el Sol**
18. Estudios acerca del Sol y su galaxia, la Vía láctea, han revelado que el Sol está situado cerca del borde exterior del disco galáctico, aproximadamente a 30.000 años-luz de su centro. La velocidad orbital del Sol alrededor del centro de la galaxia es, más o menos, 250 km/s. a) ¿Cuál es el período del sol alrededor del centro de la galaxia?. b) ¿Cuál es el orden de magnitud de la masa de la Vía láctea?¹. c) Suponiendo que las estrellas de la galaxia tienen una masa media igual a la del Sol, ¿cuál es el orden de magnitud de las estrellas de la galaxia?
- R.: a) $2 \cdot 10^8$ a, b) 10^{41} kg, c) 10^{11} estrellas**

¹ En cálculos aproximados, como cuando se dice "tiene una masa de unos", se suele expresar la cantidad por su orden de magnitud, para lo cual se toma por redondeo la potencia de 10 más próxima al número, cuando este se expresa con notación científica. Así, una masa de $8 \cdot 10^{20}$ kg decimos que es del orden de magnitud de 10^{21} kg

19. Determinar la variación de la energía potencial de la Luna, correspondiente a su interacción gravitatoria con el Sol y la Tierra, entre las posiciones de eclipse de Sol y el de Luna .

Nota: Supónganse circulares tanto la órbita de la Tierra alrededor del Sol como la de la Luna alrededor de la Tierra.

Datos:

Radio de la órbita Luna-Tierra: $3,8 \cdot 10^8$ m; radio de la órbita Tierra-Sol: $1,5 \cdot 10^{11}$ m;

Masa de la Luna: $7,35 \cdot 10^{22}$ kg; Masa del Sol: $1,99 \cdot 10^{30}$ kg; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²

$$R.: E_p \text{ (eclipse de Sol)} - E_p \text{ (eclipse de Luna)} = -\frac{2GM_s M_L d_{TL}}{d_{ST}^2 - d_{TL}^2} \approx -\frac{2GM_s M_L d_{TL}}{d_{ST}^2} = -3,3 \times 10^{29} \text{ J}$$

20. CLM-J11 Un planeta de masa $M = 3 \cdot 10^{24}$ kg y radio 5000 km, tiene un satélite de masa 16 veces menor que la del planeta, siguiendo una órbita circular de 250.000 km de radio.

a) Calcular la velocidad orbital del satélite.

b) Determinar en qué punto del segmento que une el centro del planeta y el centro del satélite la aceleración de la gravedad es cero.

c) Si tenemos un vehículo espacial abandonado en el punto calculado en el apartado anterior, y si a causa de una ligera perturbación éste inicia un movimiento de caída libre sobre el planeta, calcular con qué velocidad se estrellará contra su superficie

R.: a) **894,65 m/s**; b) **a 200.000 km del centro del planeta**; c) **8856,6 m/s**.

21. A una altura de 500 km giran dos satélites de masa 1000 kg, cada uno, describiendo la misma órbita circular, pero en sentido contrario, con lo que chocarán. Si la colisión es totalmente inelástica calcula: a) la energía mecánica inmediatamente después de la colisión; b) la velocidad con la que llegan al suelo si despreciamos el rozamiento con la atmósfera terrestre. Datos: $g_0 = 9,8$ ms⁻²; $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m.

R.: a) **-1,1610¹¹J**; b) **3014 m/s**

22. La masa de Marte, su radio, y el radio medio de su órbita, referidos a las magnitudes semejantes de la Tierra, valen, respectivamente, 0,108 , 0,54 y

$$1,52. \text{ a) } De g_M = g_T \times 0,108 \times \left(\frac{1}{0,54}\right)^2 = 3,91 \text{ ms}^{-2} \text{ termina la aceleración de la}$$

gravedad sobre el planeta Marte b) ¿Cuánto dura el año marciano?

R.: a) b) $T_M = 1,52^{3/2} a = 1,87a$

23. Se quiere poner en órbita de radio $r = 5R/3$ ($R = \text{Radio de la Tierra}$) un satélite artificial. Calcular: a) La velocidad de lanzamiento b) El período del satélite c) La energía total del mismo en la órbita.

$$\text{R.: a) } |\vec{v}| = \left(\frac{7GM_T}{5R} \right)^{1/2} \quad \text{b) } T = \frac{2\pi(5R)^{3/2}}{3(7GM_T)^{1/2}} \quad \text{c) } E = -\frac{3GM_T m}{10R}$$

24. Un asteroide se aproxima radialmente hacia un planeta esférico sin atmósfera, de masa M y radio R . Cuando la distancia entre el asteroide y la superficie del planeta es $h = 3R$, la velocidad del asteroide es v_0 . Determina su velocidad cuando choca con la superficie del planeta. Supón conocida la constante de gravitación universal, G .

$$\text{R.: } |\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + \frac{3GM}{2R}}$$

25. Supón que la Tierra redujese su radio a la mitad manteniendo su masa.
a) ¿Aumentaría la intensidad del campo gravitatorio en su nueva superficie?
b) ¿Se modificaría sustancialmente su órbita alrededor del Sol?

R.: a) Se multiplicaría por cuatro; b) No

26. Un cuerpo A de masa $m_A = 1 \text{ kg}$ y otro B de masa $m_B = 2 \text{ kg}$ se encuentran situados en los puntos $(2,2)$ y $(-2,2)$ respectivamente. Las coordenadas están expresadas en metros.

Calcula:

- a) El vector de intensidad de campo gravitatorio creado por el cuerpo A en el punto $(-2,0)$.
b) El vector de intensidad de campo gravitatorio creado por el cuerpo B en el punto $(2,2)$.
c) La fuerza gravitatoria que ejerce el cuerpo A sobre el B.

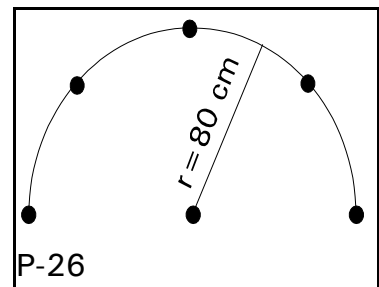
Dato.- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

$$\text{a) } \vec{g}_{A(-2,0)} = \frac{1,49 \times 10^{-12}}{20\sqrt{5}} \vec{G} (2\vec{i} + \vec{j}) \text{ N/kg} \quad \text{b) } \vec{g}_{B(2,2)} = -\frac{8,34 \times 10^{-12}}{2^3} \vec{G} \vec{i} \text{ N/kg} \quad \text{c) } \vec{F}_{B,A} = \frac{8,34 \times 10^{-12}}{2^3} \vec{G} \vec{i} \text{ N}$$

27. Cinco masas iguales de 4 kg cada una se disponen a intervalos regulares sobre una semicircunferencia de 80 cm de radio, como se muestra en la figura. Una masa de $0,5 \text{ kg}$ se coloca en el centro de curvatura de dicho arco. Determina:

- a) La fuerza que actúa sobre dicha masa.
b) La energía potencial de dicha masa en ese punto.

R.: a) $F = 5,03 \cdot 10^{-10} \text{ N}$; b) $-8,34 \cdot 10^{-10} \text{ J}$



28. Dos masas puntuales iguales de 5 kg se encuentran situadas en los vértices inferiores de un triángulo equilátero de 40 cm de lado. Si se coloca en el vértice superior una tercera masa m' :
- ¿Qué aceleración adquiere esta última masa en ese punto.
 - ¿Descenderá con aceleración constante?
 - ¿Qué aceleración tendrá en el momento de llegar a la base del triángulo?
 - ¿Qué velocidad poseerá al pasar por el punto anterior?
- Dato.- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
 r.: a) $-3,6 \cdot 10^{-9} \text{ j ms}^{-2}$; b) no; c) 0; d) $5,77 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$

29. Un planeta esférico sin atmósfera tiene masa $M = 1,2 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ y radio $R = 1,3 \cdot 10^6 \text{ m}$. Desde su superficie se lanza verticalmente un proyectil que llega a alcanzar una altura máxima $h = R/2$ antes de volver a caer hacia la superficie. ¿Con qué velocidad inicial se ha lanzado el proyectil? Dato $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$

$$R.: |\vec{v}| = \sqrt{\frac{2GM_p}{3R_p}} = 2,026 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

30. CM-J02 Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km, y la aceleración de la gravedad en su superficie es 6 m/s^2 . a) ¿Cuál es su densidad media? b) ¿Cuál es la velocidad de escape para un objeto situado en la superficie de este planeta?

Dato : Constante de Gravitación Universal $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$R.: a) \rho = \frac{18}{G \times 4\pi r} = 7158,4 \text{ kgm}^{-3} \quad b) |\vec{v}_{\text{esc}}| = 2\sqrt{3r} = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

31. AND-01 El satélite de investigación europeo (ERS-2) sobrevuela la Tierra a 800 km de altura. Suponga su trayectoria circular y su masa de 1000 kg.

- Calcule de forma razonada la velocidad orbital del satélite.
- Si suponemos que el satélite se encuentra sometido únicamente a la fuerza de gravitación debida a la Tierra, ¿por qué no cae sobre la superficie terrestre? Razone la respuesta.

$$R_T = 6370 \text{ km} ; \quad g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

$$R.: a) |\vec{v}| = r_0 \sqrt{\frac{10}{r}} = 6,37 \times 10^6 \sqrt{\frac{10}{7,17 \times 10^6}} = 7,52 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad b) \text{ Porque dicha}$$

fuerza, en forma de fuerza centrípeta es la que hace que el cuerpo gire.

32. En la superficie de un planeta de 2 000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calcula:

- La velocidad de escape desde la superficie del planeta.
- La masa del planeta. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

$$R.: a) |\vec{v}_e| = \sqrt{6r_p} \text{ m/s} = 2\sqrt{3} \times 10^3 \text{ m/s} \quad b) M_p = \frac{3r_p^2}{G} \text{ kg} = 1,8 \times 10^{23} \text{ kg}$$

33. Un satélite de masa 200 kg se encuentra en órbita circular de radio "r" alrededor del centro de la Tierra. Si la energía potencial a esa distancia es de $-2 \cdot 10^9$ J. a) Determinar el radio r. b) Calcular la velocidad del satélite. Datos: gravedad, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$; $R_T = 6400 \text{ km}$.

$$\text{R.: a) } r = -\frac{g_0 r_T^2 m_s}{E_p} = 4,01 \times 10^7 \text{ m; b) } v_{\text{orbital}} = \sqrt{-\frac{E_p}{m_s}} = \sqrt{10} \times 10^3 \text{ m/s}$$

34. LR-S04 Se ha descubierto un planeta en otro sistema solar del cuál se han obtenido los siguientes datos: el radio del planeta es $9,54 \cdot 10^6 \text{ m}$, el periodo de un satélite en una órbita circular de $1,48 \cdot 10^7 \text{ m}$ de radio es $8,09 \cdot 10^3 \text{ s}$. Determinar, a partir de estos datos:

- a) La masa del planeta.
 b) El valor del campo gravitatorio en la superficie del planeta.
 c) Si el periodo de rotación del planeta alrededor de su eje es de $1,04 \cdot 10^4 \text{ s}$, ¿cuál será la lectura del dinamómetro (calibrado en la Tierra) que soporta un objeto de 1 kg de masa situado en el ecuador del planeta?

$$\text{a) } M_p = \frac{4\pi^2}{GT^2} r^3 = 2,93 \cdot 10^{25} \text{ kg b) } |\vec{g}_0| = \frac{GM_p}{r_p^2} = 21,48 \text{ m/s}^2$$

R.:

$$\text{c) } p = mg = \frac{m}{1\text{kg}} \left(\underbrace{g_0}_{21,48} - \underbrace{\omega^2 r_0}_{3,48} \right) = 18 \text{ N}$$

35. Un meteorito, de 100 kg de masa, se encuentra inicialmente en reposo a una distancia sobre la superficie terrestre igual a 6 veces el radio de la Tierra.

- a) ¿Cuánto pesa en ese punto?
 b) ¿Cuánta energía mecánica posee?
 c) Si cae a la Tierra, ¿con qué velocidad llegará a la superficie?
 Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\text{R.: a) } P = \frac{P_{\text{Tierra}}}{49} = \frac{100 \times 9,8}{49} \text{ N} = 20 \text{ N; b) } E_M = E_p = -\frac{GM_T m}{r} = -8,9 \times 10^8 \text{ J;}$$

$$\text{c) } v = \sqrt{\frac{12GM_T}{7r_T}} = 1,04 \times 10^4 \text{ m/s}$$

36. Un meteorito de 10 km de radio y densidad 5 g cm^{-3} , procedente de una distancia prácticamente infinita de la Tierra, cae por acción de la gravedad y se estrella contra la superficie terrestre. Si suponemos que el meteorito partió del reposo, calcula la energía disipada en el choque y su velocidad en ese momento. Si una bomba atómica de 1 megatón disipa una energía de $4 \cdot 10^{15} \text{ J}$, ¿a cuántas bombas equivaldría el impacto?

Nota: No tendremos en cuenta ni la presencia del Sol ni la de los demás planetas
 Datos: Masa de la Tierra = $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio terrestre: 6370 km ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$.

$$\text{R.: } E = 1,31 \times 10^{24} \text{ J; } |\vec{v}| = 1,12 \times 10^4 \text{ m/s; } 3,27 \times 10^8 \text{ bombas}$$

37. La Luna es aproximadamente esférica, con radio $r = 1,74 \cdot 10^6$ m y masa $m = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg.

a) Calcula la aceleración de la gravedad en la superficie lunar.

b) Si se deja caer una piedra desde una altura de 2 m sobre la superficie lunar, ¿cuál será su velocidad al chocar con la superficie?. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$\text{R.: a) } g_L = \frac{GM_L}{r_L^2} = 1,619 \text{ ms}^{-2} \quad \text{b) } v = \sqrt{2g_L h} = 2\sqrt{1,619} = 2,545 \text{ m/s}$$

38. CM-J03 Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En el afelio su distancia al Sol es de $6,99 \times 10^{10}$ m, y su velocidad orbital es de $3,88 \times 10^4$ m/s, siendo su distancia al Sol en el perihelio de $4,60 \times 10^{10}$ m.

a) Calcule la velocidad orbital de Mercurio en el perihelio.

b) Calcule las energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio.

c) Calcule el módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio.

d) De las magnitudes calculadas en los apartados anteriores, decir cuáles son iguales en el afelio.

Datos: Masa de Mercurio

$$M_M = 3,18 \times 10^{23} \text{ kg}$$

Masa del Sol

$$M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Constante de Gravitación Universal

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{a) } |\vec{v}_p| = 5,90 \times 10^4 \text{ m/s} \quad \text{b) } E_c = 5,53 \times 10^{32} \text{ J}; E_p = -9,18 \times 10^{32} \text{ J}; E_M = -4,65 \times 10^{32} \text{ J}$$

R

$$\text{c) } |\vec{p}| = 1,88 \times 10^{28} \text{ kgm/s}; \quad |\vec{L}| = 8,65 \times 10^{38} \text{ kgm}^2 / \text{s}$$

d) No varía ni la energía mecánica ni el momento angular

39. Una sonda de exploración, de masa $m = 500$ kg, describe una órbita circular en torno a Marte. Sabiendo que el radio de dicha órbita es $R = 3,50 \cdot 10^6$ m, que la masa de Marte es $M = 6,42 \cdot 10^{23}$ kg y que $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, calcula:

a) La velocidad orbital de la sonda y su momento angular respecto al centro de Marte.

b) Las energías cinética, potencial y mecánica de la sonda.

$$\text{R.: } \begin{cases} \text{a) } v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = 3,5 \times 10^3 \text{ m/s}; L = rmv = m\sqrt{GMr} = 6,12 \cdot 10^{12} \text{ kgm}^2 / \text{s} \\ \text{b) } E_c = \frac{GMm}{2r} = 3,06 \cdot 10^9 \text{ J}; E_p = -\frac{GMm}{r} = -6,17 \cdot 10^9 \text{ J} \\ E_M = E_c + E_p = -\frac{GMm}{2r} = -3,06 \cdot 10^9 \text{ J} \end{cases}$$

40. Imagina un planeta sin atmósfera, perfectamente esférico, de radio $R = 5\,000$ km y masa $M = 5 \cdot 10^{24}$ kg. Desde su superficie, se dispara horizontalmente un proyectil.

a) Calcula la velocidad con que debe dispararse el proyectil para que describa una órbita circular rasante a la superficie del planeta.

b) Explica qué es la "velocidad de escape" y calcúlala en nuestro caso

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$\text{a) } v_{\text{Para orb rasante}} = \sqrt{\frac{GM}{r_p}} = 8,17 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} \quad \text{b) } v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r_p}} = 1,155 \times 10^4 \text{ m/s}$$

41. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular en torno al planeta Venus es $\omega_1 = 1,45 \cdot 10^{-4}$ rad/s y su momento angular respecto al centro de la órbita es $L_1 = 2,2 \cdot 10^{12}$ kg·m²s⁻¹.

a) Determine el radio r_1 de la órbita del satélite y su masa.

b) ¿Qué energía sería preciso invertir para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega_2 = 10^{-4}$ rad/s?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². Masa de Venus = $4,87 \cdot 10^{24}$ kg

$$\text{R.: } \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} = 2,49 \times 10^7 \text{ m}; \quad m = \frac{L}{\omega r^2} = \frac{L}{\sqrt[3]{\frac{(GM)^2}{\omega}}} = 24,46 \text{ kg} \\ \text{b) } E_{\text{sum}} = 3,5 \times 10^7 \text{ J} \end{array} \right.$$

42. Dos proyectiles son lanzados hacia arriba en la dirección perpendicular a la superficie de la Tierra. El primero de ellos sale con una velocidad de 5 km/s, y el segundo con 15 km/s. Despreciando el rozamiento con el aire y la velocidad de rotación de la Tierra, se pide:

a) ¿Cuál será la altura máxima que alcanzará el primer proyectil?

b) ¿Cuál será la velocidad del segundo proyectil cuando se encuentre muy lejos de la Tierra?

Datos: $g = 9,8$ m/s²; $R_T = 6370$ km.

$$\text{R.: } \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } h = \frac{R_T v_0^2}{2g_0 R_T - v_0^2} = 5,1 \times 10^4 \text{ m} \\ \text{b) } |\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 - 2g_0 R_T} = 10^4 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

43. Una de las lunas de Júpiter, lo, describe una trayectoria de radio medio $r = 4,22 \cdot 10^8$ m y periodo $T = 1,53 \cdot 10^5$ s. Se pide:

a) El radio medio de la órbita de otra luna de Júpiter, Calisto, sabiendo que su periodo es $1,44 \cdot 10^6$ s.

b) Conocido el valor de G , encontrar la masa de Júpiter.

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ unidades SI

$$R.: \begin{cases} \text{a) } r = 1,88 \times 10^9 \text{ m} \\ \text{b) } M_J = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{r^3}{G} = 1,9 \times 10^{27} \text{ kg} \end{cases}$$

44. CM-S08 Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcule:

a) El radio de la órbita.

b) La energía potencial del satélite.

c) La energía mecánica del satélite.

d) La energía que habría que suministrar al satélite para que describa una órbita circular con radio doble que el de la órbita anterior.

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

R.: a) $7,09 \cdot 10^6 \text{ m}$; b) $-5,62 \cdot 10^9 \text{ J}$; c) $-2,81 \cdot 10^9 \text{ J}$; d) $1,41 \cdot 10^9 \text{ J}$.

45. CL-J12 a) ¿Cómo se modifica el peso de un objeto cuando se eleva desde el nivel del mar hasta una altura igual a dos veces el radio terrestre?

b) Júpiter tiene una densidad media de $1,34 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ y un radio igual a $7,18 \cdot 10^7 \text{ m}$. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en su superficie?

R.:) **Disminuye como la gravedad, es decir; inversamente proporcional a la distancia al centro de Tierra, con lo que cuando $h = 2R_T$; $g = g_0/9$ luego pesará la novena parte que en la superficie, ya que r pasó de R_T a $3 R_T$; b) $26,88 \text{ ms}^{-2}$**

46. AR-J12 a) Escriba y comente la Ley de Gravitación Universal. b) Estos días se cumple un año de la puesta en órbita del satélite SAC-D Aquarius. La altura de su órbita circular sobre la superficie de la Tierra es $h = 660 \text{ km}$. Calcule la velocidad orbital del Aquarius y el periodo de su órbita. c) Determine el mínimo trabajo que deberían realizar los motores del satélite si fuese necesario corregir su órbita y pasar a otra, también circular, pero alejada el doble ($2h$) de la superficie terrestre. Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

$R_T = 6,3810^6 \text{ m}$, $M_{\text{Aquarius}} = 1350 \text{ kg}$.

R.: b) $7,52 \times 10^3 \text{ m/s}$; T = 5882s; c) $6,55 \times 10^9 \text{ J}$