ÓPTICA

◊ INTRODUCCIÓN

● MÉTODO

1. **En general:**
Se dibuja un esquema con los rayos.
Se compara el resultado del cálculo con el esquema.

2. **En los problemas de lentes:**
Se traza un rayo paralelo al eje óptico que al llegar a la lente se refracta
a) hacia el foco imagen si es convergente, o
b) alejándose de él (de modo que su prolongación pasa por el foco objeto) si es divergente.
Se traza un segundo rayo que pasa por el centro de la lente sin desviarse.

3. **En los problemas de espejos esféricos:**
Se traza un rayo paralelo al eje óptico que al llegar al espejo se refleja
a) hacia el foco si es cóncavo, o
b) alejándose de él (de modo que su prolongación pasa por el foco) si es convexo.
Se traza un segundo rayo que pasa por el centro de curvatura del espejo sin desviarse.

● RECOMENDACIONES

1. **Se hará una lista con los datos, pasándolos al Sistema Internacional si no lo estuviesen.**

2. **Se hará otra lista con las incógnitas.**

3. **Se dibujará un croquis de la situación, procurando que las distancias del croquis sean coherentes con ella.**

4. **Se hará una lista de las ecuaciones que contengan las incógnitas y alguno de los datos, mencionando a la ley o principio al que se refieren.**

5. **En caso de tener alguna referencia, al terminar los cálculos se hará un análisis del resultado para ver si es el esperado.**

6. **En muchos problemas las cifras significativas de los datos son incoherentes. Se resolverá el problema suponiendo que los datos que aparecen con una o dos cifras significativas tienen la misma precisión que el resto de los datos (por lo general tres cifras significativas), y al final se hará un comentario sobre el las cifras significativas del resultado.**

◊ PROBLEMAS

● DIOPTRIO PLANO

1. Un rayo de luz de frecuencia 5×10^{14} Hz incide, con un ángulo de incidencia de 30°, sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:

a) Enuncia las leyes de la refracción y dibuja la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.

b) Calcula la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.

c) Halla el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.

Dato: *c* = 3,00×10^8 m/s ***(P.A.U. Set. 14)***

Rta.: b) $\lambda_{\text{aire}} = 6{,}00\times10^{-7}$ m; $\lambda_{\text{vidrio}} = 4{,}00\times10^{-7}$ m; $L = 10{,}6$ cm; c) $\alpha_{r\,2} = 30{,}0º$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia del rayo de luz	$f = 5{,}00\times10^{14}$ Hz
Ángulo de incidencia	$\alpha_i = 30{,}0º$
Espesor de la lámina de vidrio	$e = 10{,}0$ cm $= 0{,}100$ m
Índice de refracción del vidrio	$n_v = 1{,}50$
Índice de refracción del aire	$n_a = 1{,}00$
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\times10^8$ m/s
Incógnitas	
Longitud de onda de luz en el aire y en el vidrio	λ_a, λ_v
Longitud recorrida por el rayo de luz en el interior de la lámina	L
Ángulo de desviación del rayo al salir de la lámina	$\alpha_{r\,2}$
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio en el que la luz se desplaza a la velocidad v_{medio}	$n_{\text{medio}} = \dfrac{c}{v_{\text{medio}}}$
Relación entre la velocidad v, la longitud de onda λ y la frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Ley de Snell de la refracción	$n_i \text{ sen } \alpha_i = n_r \text{ sen } \alpha_r$

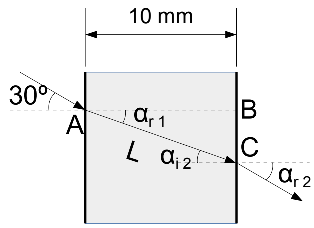
Solución:

a) Las leyes de Snell de la refracción son:

1ª El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.

2ª La relación matemática entre los índices de refracción n_i y n_r de los medios incidente y refractado y los ángulos de incidencia y refracción α_i y α_r, es:

$$n_i \text{ sen } \alpha_i = n_r \text{ sen } \alpha_r$$



En la figura se puede ver el rayo incidente que forma un primer ángulo de incidencia de 30º, luego el rayo refractado que forma primer ángulo de refracción $\alpha_{r\,1}$, luego el segundo ángulo de incidencia $\alpha_{i\,2}$ y el segundo ángulo de refracción $\alpha_{r\,2}$ al salir el rayo de luz de la lámina.

b) La velocidad de la luz en el aire es:

$$v_{\text{aire}} = \frac{c}{n_{\text{aire}}} = \frac{3{,}00\times10^8 \text{ m/s}}{1{,}00} = 3{,}00\times10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el aire es:

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{v_{\text{aire}}}{f} = \frac{3{,}00\times10^8 \text{ m/s}}{5{,}00\times10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6{,}00\times10^{-7} \text{ m}$$

La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$v_{\text{vidrio}}=\frac{c}{n_{\text{vidrio}}}=\frac{3{,}00\times10^{8}\ \text{m/s}}{1{,}50}=2{,}00\times10^{8}\ \text{m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el vidrio es:

$$\lambda_{\text{vidrio}}=\frac{v_{\text{vidrio}}}{f}=\frac{2{,}00\times10^{8}\ \text{m/s}}{5{,}00\times10^{14}\ \text{s}^{-1}}=4{,}00\times10^{-7}\ \text{m}$$

Como el espesor de la lámina vele 10 cm, la longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa del triángulo ABC.
El primer ángulo de refracción $\alpha_{r\,1}$ se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}00 \cdot \text{sen } 30º = 1{,}50 \cdot \text{sen } \alpha_{r\,1}$$

$$\text{sen } \alpha_{r\,1}=\frac{1{,}00\cdot\text{sen } 30º}{1{,}50}=0{,}333$$

$$\alpha_{r\,1} = \text{arc sen } 0{,}333 = 19{,}5º$$

Por tanto la hipotenusa L vale

$$L=\frac{e}{\cos\alpha_{r\,1}}=\frac{10{,}0\ \text{cm}}{\cos 19{,}5º}=10{,}6\ \text{cm}$$

c) Como la lámina de vidrio es de caras paralelas, el segundo ángulo de incidencia $a_{i\,2}$ es igual al primer ángulo de refracción:

$$\alpha_{i\,2} = \alpha_{r\,1} = 19{,}5º$$

Para calcular el ángulo con el que sale de la lámina, se vuelve a aplicar la ley de Snell entre el vidrio (que ahora es el medio incidente) y el aire (que es el medio refractado):

$$1{,}50 \cdot \text{sen } 19{,}5º = 1{,}00 \cdot \text{sen } \alpha_{r\,2}$$

$$\text{sen } \alpha_{r\,2}=\frac{1{,}50\cdot\text{sen } 19{,}5º}{1{,}00}=0{,}500$$

$$\alpha_{r\,2} = \text{arc sen } 0{,}500 = 30{,}0º$$

Análisis: Este resultado es correcto porque se sabe que el rayo sale paralelo al rayo incidente original.

2. Un rayo de luz pasa del agua (índice de refracción *n* = 4/3) al aire (*n* = 1). Calcula:
a) El ángulo de incidencia si los rayos reflejado y refractado son perpendiculares entre sí.
b) El ángulo límite.
c) ¿Hay ángulo límite si la luz incide del aire al agua?

(P.A.U. Jun. 13)

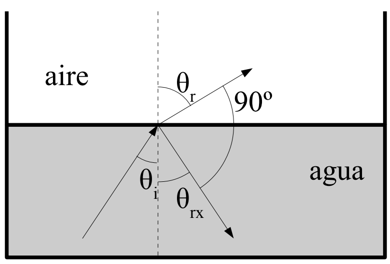
Rta.: a) $\theta_i = 36{,}9º$; b) $\lambda = 48{,}6º$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Índice de refracción del aire	$n = 1{,}00$
Índice de refracción del agua	$n_a = 4 / 3 = 1{,}33$
Ángulo entre el rayo refractado y el reflejado	$\theta_i = 90{,}0º$
Incógnitas	
Ángulo de incidencia	n_v
Ángulo límite	λ
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \text{ sen } \theta_i = n_r \text{ sen } \theta_r$

Solución:

a) Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$1{,}33 \text{ sen } \theta_i = 1{,}00 \text{ sen } \theta_r$$



A la vista del dibujo debe cumplirse que

$$\theta_r + 90º + \theta_{rx} = 180º$$

Como el ángulo de reflexión θ_{rx} es igual al ángulo de incidencia θ_i, la ecuación anterior se convierte en:

$$\theta_i + \theta_r = 90º$$

Es decir, que el ángulo de incidencia θ_i y el de refracción θ_r son complementarios.
Si sabemos que el seno de un ángulo es igual al coseno de su complementario, entonces la primera ecuación queda:

$$1{,}33 \text{ sen } \theta_i = \text{sen } \theta_r = \cos \theta_i$$

$$tg\,\theta_i = \frac{1}{1{,}33} = 0{,}75$$

$$\theta_i = \text{arc tg } 0{,}75 = 36{,}9º$$

b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90º

$$1{,}33 \text{ sen } \lambda = 1{,}00 \text{ sen } 90{,}0º$$

$$\text{sen } \lambda = 1{,}00 / 1{,}33 = 0{,}75$$

$$\lambda = \text{arc sen } 0{,}75 = 48{,}6º$$

c) No. Cuando la luz pasa del aire al agua, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia. Para conseguir un ángulo de refracción de 90º el ángulo de incidencia tendría que ser mayor que 90º y no estaría en el aire.
También puede deducirse de la ley de Snell.

$$1{,}00 \text{ sen } \lambda_1 = 1{,}33 \text{ sen } 90º$$

$$\text{sen } \lambda_1 = 1{,}33 / 1{,}00 > 1$$

lo que es absurdo.

3. El ángulo límite vidrio-agua es de 60º (n_a = 1,33). Un rayo de luz que se propaga en el vidrio incide sobre la superficie de separación con un ángulo de 45º refractándose dentro del agua. Calcula:
a) El índice de refracción del vidrio.
b) El ángulo de refracción en el agua.

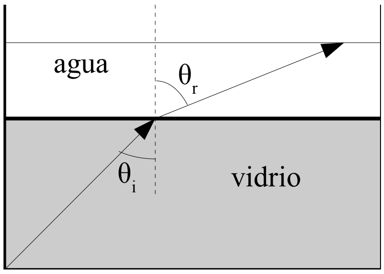
(P.A.U. Set. 03)

Rta.: a) n_v = 1,54; b) θ_r = 55º

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ángulo límite vidrio-agua	$\lambda = 60{,}0º$
Índice de refracción del agua	$n_a = 1{,}33$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 45{,}0º$
Incógnitas	
Índice de refracción del vidrio	n_v
Ángulo de refracción en el agua	θ_r
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \text{ sen } \theta_i = n_r \text{ sen } \theta_r$

Solución:

a) Ángulo límite es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90º



$$n_v \text{ sen } 60{,}0° = 1{,}33 \text{ sen } 90{,}0°$$

$$n_v = 1{,}54$$

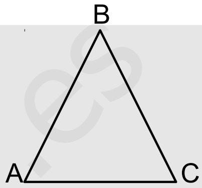
Análisis: El índice de refracción del vidrio es mayor que el del agua, lo que corresponde a un medio más «denso» ópticamente.

b)

$$1{,}54 \text{ sen } 45° = 1{,}33 \text{ sen } \theta_r$$

$$\theta_r = \text{arc sen } 0{,}816 = 54{,}7°$$

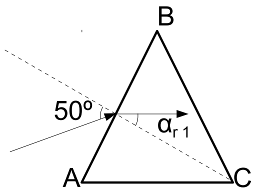
Análisis: Al ser menor el índice de refracción del agua, el rayo se aleja de la normal.



4. Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:
a) Calcula el índice de refracción del prisma.
b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo.
c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.
Dato: n_{aire} = 1 ***(P.A.U. Set. 11)***
Rta.: a) n_p = 1,5; b) $\alpha_{r\,2}$ = 50º

Datos	***Cifras significativas: 2***
Ángulos del triángulo equilátero	α = 60º
Ángulo de incidencia	α_i = 50º
Índice de refracción del aire	n_a = 1,0
Incógnitas	
Índice de refracción del prisma	n_p
Ángulo de desviación del rayo al salir del prisma	$\alpha_{r\,2}$
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \text{ sen } \alpha_i = n_r \text{ sen } \alpha_r$

Solución:

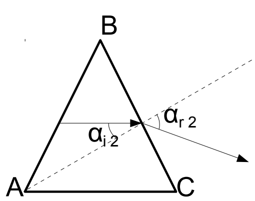


a) En la ley de Snell de la refracción

$$n_i \text{ sen } \alpha_i = n_r \text{ sen } \alpha_r$$

n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado y α_i y α_r los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.
De la figura se puede ver que el primer ángulo de refracción $\alpha_{r\,1}$ que forma el rayo de luz al entrar en el prisma vale 30º.
(Es igual al que forma la normal al lado AB con la base AC)

$$n_p = n_r = \frac{n_i \text{sen}\,\alpha_{i\,1}}{\text{sen}\,\alpha_{r\,1}} = \frac{1{,}0 \cdot \text{sen}\,50°}{\text{sen}\,30°} = 1{,}5$$



b) Cuando el rayo sale del prisma, el ángulo de incidencia $\alpha_{i\,2}$ del rayo con la normal al lado BC vale 30º. Volviendo a aplicar la ley de Snell

$$\text{sen}\,\alpha_{r\,2} = \frac{n_i \text{sen}\,\alpha_{i\,2}}{n_r} = \frac{1{,}5 \cdot \text{sen}\,30°}{1{,}0} = 0{,}77$$

que corresponde al ángulo de 50º

$$\alpha_{r\,2} = \text{arc sen } 0{,}77 = 50°$$

c) La frecuencia f de una onda electromagnética es una característica de la misma y no varía con el medio.

La longitud de onda λ está relacionada con ella por

$$c = \lambda \cdot f$$

La velocidad de la luz en un medio transparente es siempre menor que en el vacío. El índice de refracción del medio es el cociente entre ambas velocidades.

$$n_{\text{medio}} = \frac{c}{v_{\text{medio}}}$$

La velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la del vacío, mientras que en el prisma es 1,5 veces menor. Como la frecuencia es la misma, la longitud de onda (que es directamente proporcional a la frecuencia) en el prisma es 1,5 veces menor que en el aire.

● ESPEJOS

1. Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo:
a) Dibuja la marcha de los rayos.
b) Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen.
c) Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.

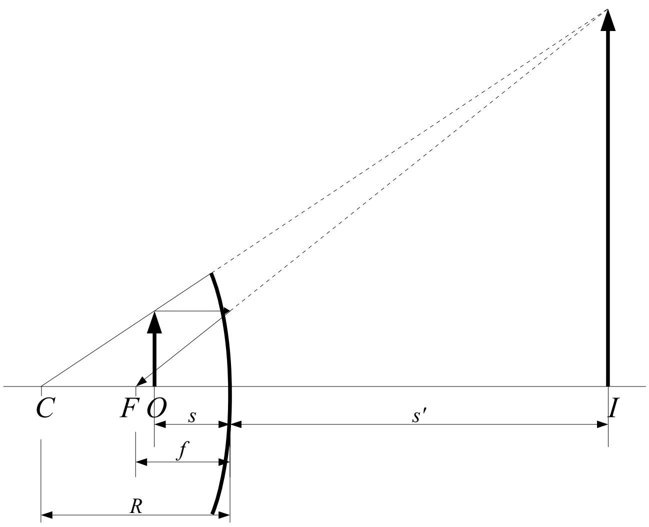
(P.A.U. Jun. 14)

Rta.: b) s' = 1,00 m; y' = 25 cm; V, ↑, >

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo	R = -50 cm = -0,50 m
Tamaño del objeto	y = 5,0 cm = 0,050 m
Posición del objeto	s = -20 cm = -0,20 m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$

Solución:

a)



b)

$$f = R / 2 = -0{,}50 \text{ [m]} / 2 = -0{,}25 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-0{,}20\ [\text{m}]}=\frac{1}{-0{,}25\ [\text{m}]}$$

$$s' = +1{,}0 \text{ m}$$

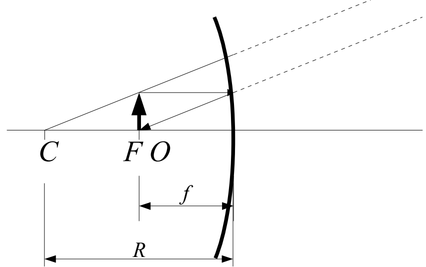
La imagen se encuentra a 1,0 m a la derecha del espejo.

$$A_L = -s' / s = -1{,}0 \text{ [m]} / -0{,}20 \text{ [m]} = 5{,}0$$

$$y' = A_L \cdot y = 5{,}0 \cdot 5{,}0 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

La imagen es virtual, derecha y (cinco veces) mayor.

Análisis: El resultado del cálculo coincide con el del dibujo.



c) Cuando el objeto se encuentra en el foco, los rayos salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

2. Un objeto de 1,5 cm de altura está situado a 15 cm de un espejo esférico convexo de radio 20 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen:
a) Gráficamente.
b) Analíticamente.
c) ¿Se pueden obtener imágenes reales con un espejo convexo?

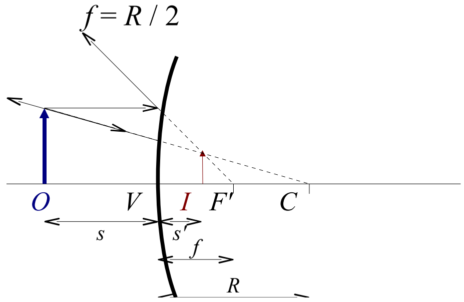
(P.A.U. Set. 09)

Rta.: b) s' = +6,0 cm; y' = 6,0 mm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo convexo	R = +0,20 m
Tamaño del objeto	y = 1,5 cm = 0,015 m
Posición del objeto	s = -0,15 m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$

Solución:

a)



b)

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-0{,}15\ [\mathrm{m}]}=\frac{1}{0{,}10\ [\mathrm{m}]}$$

$$s' = 0{,}060 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 6,0 cm a la derecha del espejo.

$$A_L = -s' / s = -0{,}060\ [\mathrm{m}] / -0{,}15\ [\mathrm{m}] = 0{,}40$$

$$y' = A_L \cdot y = 0{,}40 \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 0{,}60 \text{ cm} = 6{,}0 \text{ mm}$$

La imagen es virtual, derecha y menor.

Análisis: El resultado del cálculo coincide con el del dibujo.

c) Las imágenes producidas por espejos convexos son siempre virtuales. De la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{s}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{f}-\frac{1}{s}}$$

Polos criterio de signos $s < 0$, y en los espejos convexos $f > 0$, por lo que

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{s} > 0$$

Por tanto, $s' > 0$ siempre. La imagen se va a formar a la derecha del espejo y va a ser virtual (los rayos de luz no atraviesan los espejos)

3. Un objeto de 5 cm de altura está situado a una distancia x del vértice de un espejo esférico cóncavo, de 1 m de radio de curvatura. Calcula la posición y tamaño de la imagen:
a) Si *x* = 75 cm
b) Si *x* = 25 cm
En los dos casos dibuja la marcha de los rayos. ***(P.A.U. Set. 04)***
Rta.: a) $s' = -1,5$ m; $y' = -10$ cm; b) $s' = 0,5$ m; $y' = 10$ cm.

Datos (convenio de signos DIN)		***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo		$R = -1,0$ m
Tamaño del objeto		$y = 5,0$ cm $= 0,050$ m
Posición del objeto:	en el primer caso	$s_1 = -75$ cm $= -0,75$ m
	en el segundo caso	$s_2 = -25$ cm $= -0,25$ m
Incógnitas		
Posición de la imagen en ambos casos		s_1', s_2'
Tamaño de la imagen en ambos casos		y_1', y_2'
Otros símbolos		
Distancia focal del espejo		f
Ecuaciones		
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos		$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos		$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura		$f = R / 2$

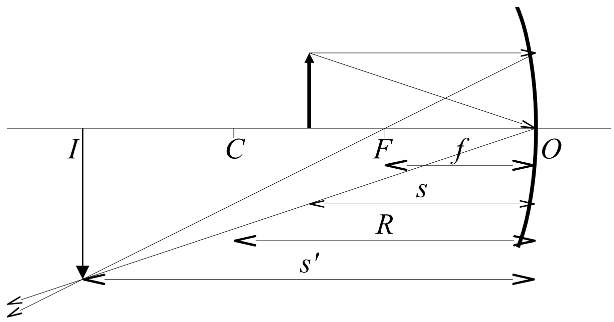
Solución:

a)

$$f = R / 2 = -1,0 \text{ [m]} / 2 = -0,50 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,75 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,50 \text{ [m]}}$$

$$s' = -1,5 \text{ m}$$



La imagen se encuentra la 1,5 m a la izquierda del espejo.

$$A_L = -s' / s = 1,5 \text{ [m]} / -0,75 \text{ [m]} = -2$$

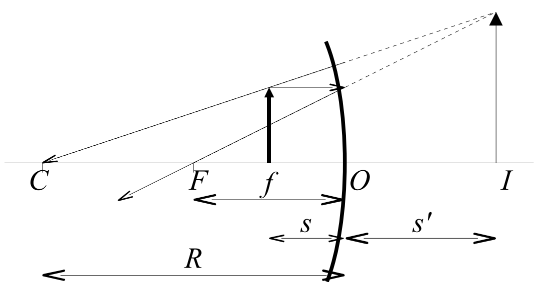
$$y' = A_L \cdot y = -2 \cdot 5 \text{ cm} = -10 \text{ cm}$$

La imagen es real, invertida y mayor (el doble).

b)

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,50 \text{ [m]}}$$

$$s' = +0,50 \text{ m}$$



La imagen se encuentra a 0,50 m a la derecha del espejo.

$$A_L = -s' / s = -0,50 \text{ [m]} / -0,25 \text{ [m]} = 2$$

$$y' = A_L \cdot y = 2 \cdot 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

La imagen es virtual, derecha y mayor (el doble)

Análisis: En ambos casos, el resultado del cálculo coincide con el del dibujo.

4. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura de 0,5 m. Determina analítica y gráficamente la posición y aumento de la imagen de un objeto de 5 cm de altura situado en dos posiciones diferentes:

a) A 1 m del espejo.

b) A 0,30 m del espejo.

(P.A.U. Set. 05)

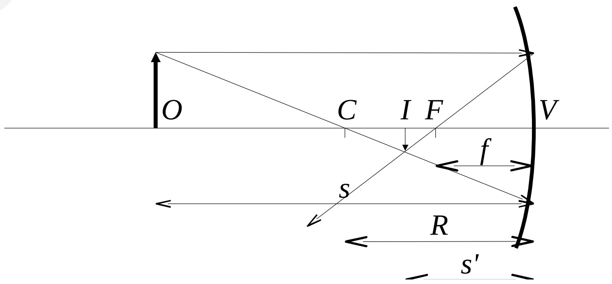
Rta.: a) $s' = -0{,}33$ m; $A_L = -0{,}33$; b) $s' = -1{,}5$ m; $A_L = -5{,}0$

Datos (convenio de signos DIN)		***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo		$R = -0{,}50$ m
Tamaño del objeto		$y = 5{,}0$ cm $= 0{,}050$ m
Posición del objeto:	en el primer caso	$s_1 = -1{,}0$ m
	en el segundo caso	$s_2 = -0{,}30$ m
Incógnitas		
Posición de la imagen en ambos casos		s_1', s_2'
Aumento de la imagen en ambos casos		A_1, A_2
Otros símbolos		
Distancia focal del espejo		f
Ecuaciones		
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos		$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos		$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura		$f = R / 2$

Solución:

a)

$$f = R / 2 = -0{,}50 \text{ [m]} / 2 = -0{,}25 \text{ m}$$



$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-1{,}0\,[\text{m}]}=\frac{1}{-0{,}25\,[\text{m}]}$$

$$s' = -0{,}33 \text{ m}$$

La imagen se encuentra la 33 cm a la izquierda del espejo.

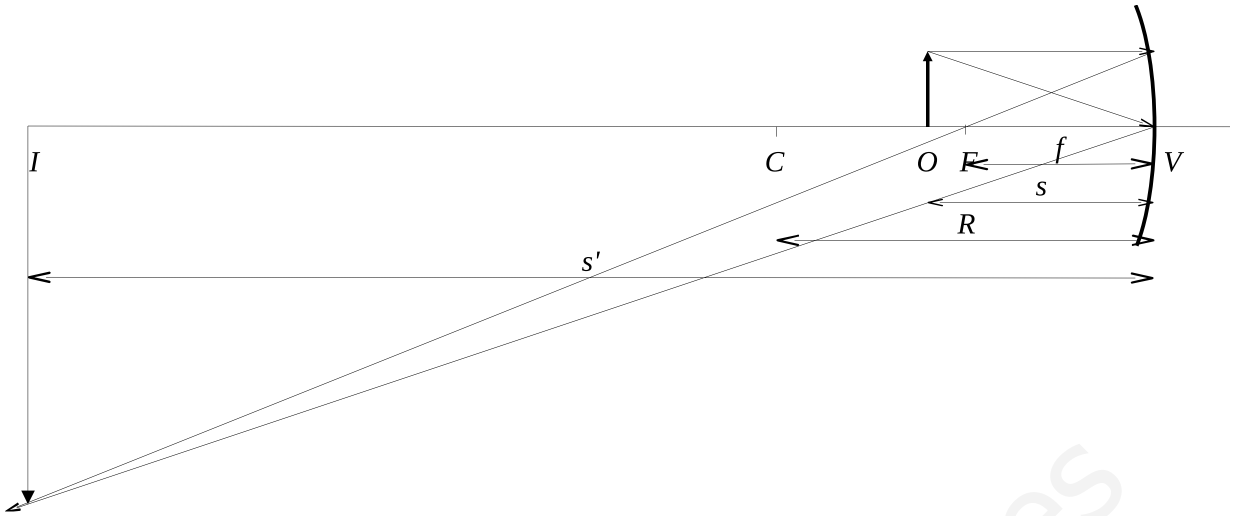
$$A_L = -s' / s = 0{,}33 \text{ [m]} / -1{,}0 \text{ [m]} = -0{,}33$$

$$y' = A_L \cdot y = -0{,}33 \cdot 5{,}0 \text{ cm} = -1{,}7 \text{ cm}$$

La imagen es real, invertida y menor (la tercera parte).

b)

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-0{,}30\,[\text{m}]}=\frac{1}{-0{,}25\,[\text{m}]}$$



$$s' = –1,5 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 1,50 m a la izquierda del espejo.

$$A_L = -s' / s = 1,5 \text{ [m]} / -0,30 \text{ [m]} = –5,0$$

$$y' = A_L \cdot y = –5,0 \cdot 5 \text{ cm} = –25 \text{ cm}$$

La imagen es real, invertida y mayor (cinco veces).
Análisis: En ambos casos, el resultado del cálculo coincide con el del dibujo.

5. Dado un espejo esférico de 50 cm de radio y un objeto de 5 cm de altura situado sobre el eje óptico a una distancia de 30 cm del espejo, calcula analítica y gráficamente la posición y tamaño de la imagen:
a) Si el espejo es cóncavo.
b) Si el espejo es convexo.

(P.A.U. Jun. 06)

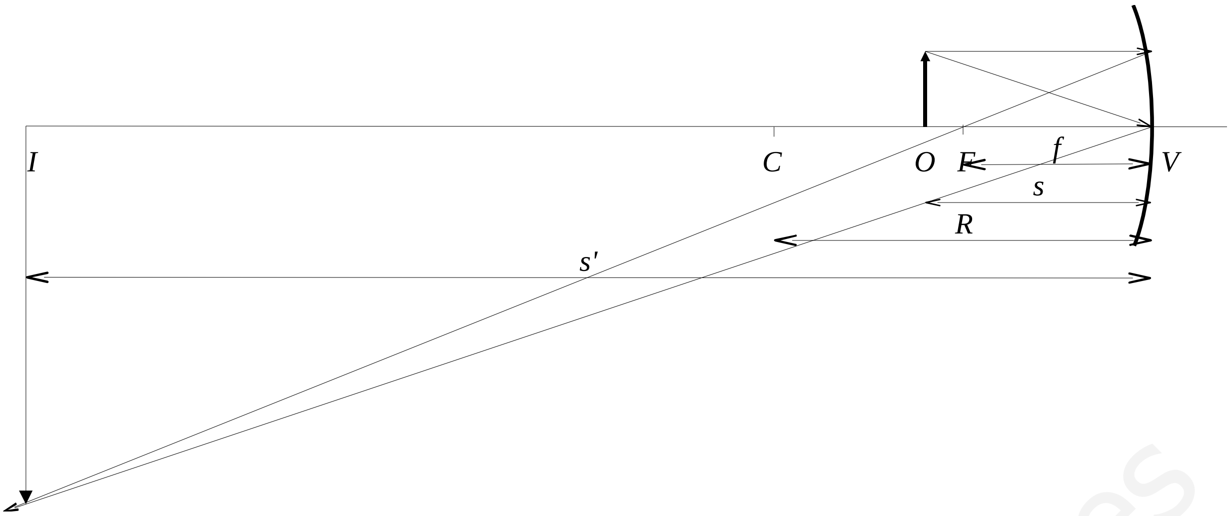
Rta.: a) s'_1 = -1,5 m; y'_1 = -0,25 m; b) s'_2 = 0,14 m; y'_2 = 0,023 m

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo cóncavo	R = -0,50 m
Radio de curvatura del espejo convexo	R = +0,50 m
Tamaño del objeto	y = 5,0 cm = 0,050 m
Posición del objeto	s_1 = -0,30 m
Incógnitas	
Posición de las imágenes que dan ambos espejos	s'_1, s'_2
Tamaño de las imágenes que dan ambos espejos	y'_1, y'_2
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$

Solución:

a)

$$\frac{1}{s'_1}+\frac{1}{-0,30\,[\text{m}]}=\frac{1}{-0,25\,[\text{m}]}$$



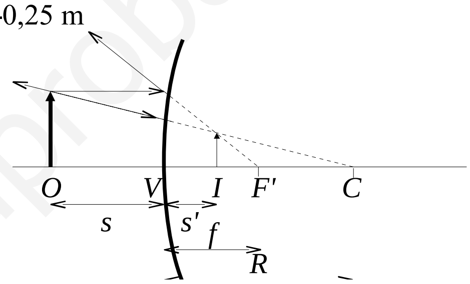
$$s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 1,50 m a la izquierda del espejo.

$$A_L = -s' / s = 1,5 \text{ [m]} / -0,30 \text{ [m]} = -5,0$$

$$y' = A_L \cdot y = -5,0 \cdot 5 \text{ cm} = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

La imagen es real, invertida y mayor (cinco veces)



b)

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,30 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,25 \text{ [m]}}$$

$$s'_2 = 0,14 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 0,14 m a la derecha del espejo.

$$A_L = -s' / s = -0,14 \text{ [m]} / -0,30 \text{ [m]} = 0,45$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,45 \cdot 5 \text{ cm} = -2,3 \text{ cm} = -0,023 \text{ m}$$

La imagen es virtual, derecha y menor.

Análisis: En ambos casos, el resultado del cálculo coincide con el del dibujo.

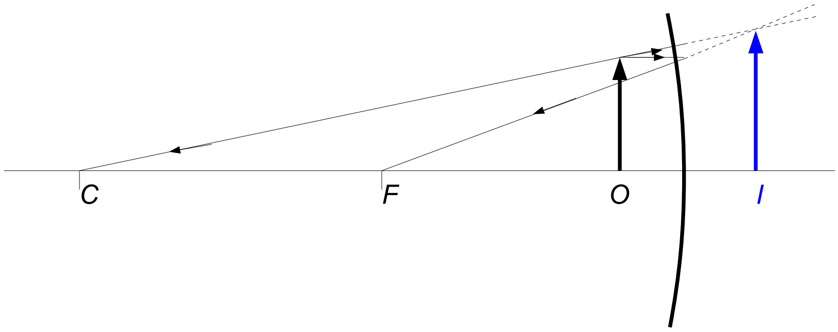
6. Un objeto de 3 cm está situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo y produce una imagen a 10 cm a la derecha del espejo:
a) Calcula la distancia focal.
b) Dibuja la marcha de los rayos y obtén el tamaño de la imagen.
c) ¿En qué posición del eje hay que colocar el objeto para que no se forme imagen?

(P.A.U. Jun. 08)

Rta.: a) $f = -0,40$ m; b) $y' = 3,8$ cm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Posición del objeto	$s = -8,00 \text{ cm} = -0,0800 \text{ m}$
Posición de la imagen	$s' = 10,0 \text{ cm} = -0,100 \text{ m}$
Tamaño del objeto	$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$
Incógnitas	
Distancia focal del espejo	f
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$

Solución:



a)

$$\frac{1}{0{,}100\ [\mathrm{m}]}+\frac{1}{-0{,}0800\ [\mathrm{m}]}=\frac{1}{f}$$

f = -0,400 m

b)

$$A_\mathrm{L}=-\frac{s'}{s}=-\frac{0{,}100\ [\mathrm{m}]}{-0{,}0800\ [\mathrm{m}]}=1{,}25$$

$$y' = A_\mathrm{L} \cdot y = 1{,}25 \cdot 3{,}00 \text{ cm} = 3{,}75 \text{ cm} = 0{,}0375 \text{ m}$$

La imagen es virtual, derecha y mayor.
Análisis: Los resultados están de acuerdo con el dibujo.

c) En el foco. Los rayos que salen de un objeto situado en el foco salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

7. Un espejo esférico forma una imagen virtual, derecha y de tamaño doble que el objeto cuando éste está situado verticalmente sobre el eje óptico y a 10 cm del espejo. Calcula:
a) La posición de la imagen.
b) El radio de curvatura del espejo.
Dibuja la marcha de los rayos. ***(P.A.U. Jun. 02)***
Rta.: a) s' = +0,20 m; b) R = –40 cm

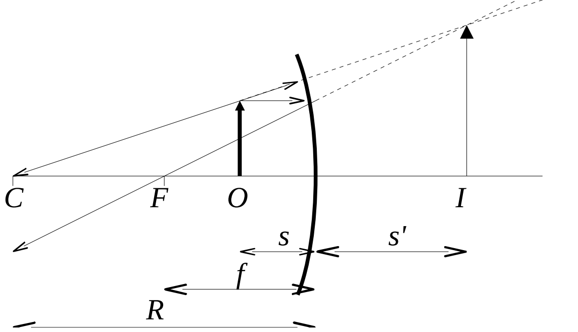
Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Posición del objeto	s = -10 cm = -0,10 m
Aumento lateral	A_L = 2,0
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Radio de curvatura del espejo	R
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Tamaño del objeto	y
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_\mathrm{L}=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$

Solución:

a)

$$A_\mathrm{L} = 2{,}0 = -s' / s$$

$$s' = -2{,}0\ s = -2{,}0 \cdot (-10 \text{ cm}) = 20 \text{ cm} = 0{,}20 \text{ m}$$



La imagen se encuentra la 20 cm a la derecha del espejo.
Análisis: En un espejo, la imagen es virtual si se forma «a la derecha» del espejo, ya que los rayos que salen reflejados sólo se cortan «a la izquierda».

b)

$$\frac{1}{0{,}20\,[\mathrm{m}]}+\frac{1}{-0{,}10\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{f}$$

$$f = -0{,}20 \text{ m}$$

$$R = 2f = -0{,}40 \text{ m} = -40 \text{ cm}$$

Análisis: El signo negativo indica que el espejo es cóncavo, ya que su foco y su centro de curvatura se encuentran «a la izquierda» del espejo. El espejo tiene que ser cóncavo, ya que los espejos convexos dan una imagen virtual pero menor que el objeto. Los resultados de s' y f están de acuerdo con el dibujo.

● LENTES

1. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm y verticalmente sobre el eje de una lente delgada convergente de 25 cm de distancia focal. Calcula:
a) La posición de la imagen.
b) El tamaño de la imagen.
Haz un dibujo del problema ***(P.A.U. Jun. 03)***
Rta.: a) $s' = 38$ cm; b) $y' = -1{,}5$ cm

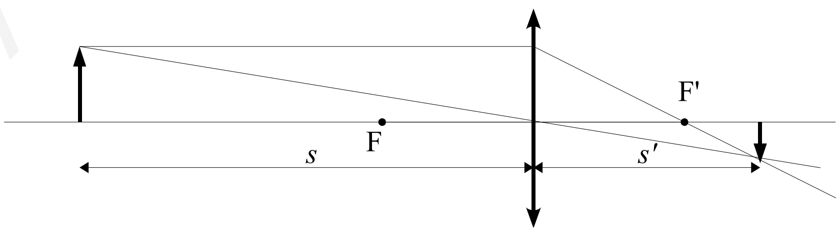
Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	$y = 3{,}0$ cm $= 0{,}030$ m
Posición del objeto	$s = -75$ cm $= -0{,}75$ m
Distancia focal de la lente	$f = 25$ cm $= 0{,}25$ m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Aumento lateral	A_L
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

Solución:

a)

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}75\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{0{,}25\,[\mathrm{m}]}$$

$$s' = 0{,}38 \text{ m}$$



Análisis: La imagen es real ya que s' es positiva, es decir a la derecha de lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes.

b)

$$\frac{y'}{0{,}030\,[\mathrm{m}]}=\frac{0{,}38\,[\mathrm{m}]}{-0{,}75\,[\mathrm{m}]}$$

$$y' = -0{,}015 \text{ m} = -1{,}5 \text{ cm}$$

Análisis: El signo negativo nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

2. Un objeto de 1,5 cm de altura se sitúa a 15 cm de una lente divergente que tiene una focal de 10 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen:

a) Gráficamente.
b) Analíticamente.
c) ¿Se pueden obtener imágenes reales con una lente divergente?

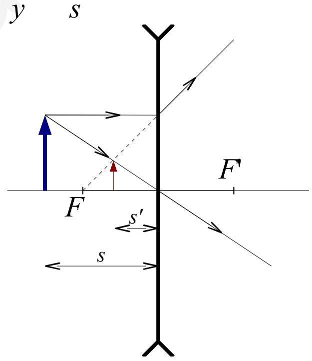
(P.A.U. Set. 09)

Rta.: b) s' = -6,0 cm; y' = 6,0 mm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	y = 1,5 cm = 0,015 m
Posición del objeto	s = -15 cm = -0,15 m
Distancia focal de la lente	f = -10 cm = -0,10 m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Aumento lateral	A_L
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

Solución:

a)



b) Para una lente divergente, f = -0,10 m:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0,15\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{-0,10\,[\mathrm{m}]}$$

$$s' = -0,060 \text{ m}$$

$$\frac{y'}{0,0015\,[\mathrm{m}]}=\frac{-0,060\,[\mathrm{m}]}{-0,15\,[\mathrm{m}]}$$

$$y' = 0,0060 \text{ m} = 6,0 \text{ mm}$$

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir se forma a la izquierda de lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño o indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

c) Las imágenes producidas por las lentes divergentes son siempre virtuales. De la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}+\frac{1}{s}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{f}+\frac{1}{s}}$$

Polos criterio de signos $s < 0$, y en las lentes divergentes $f < 0$, por lo que

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{s}<0$$

Por tanto, $s' < 0$ siempre. La imagen se va a formar a la izquierda de la lente y va a ser virtual (los rayos de luz atraviesan las lentes y forman las imágenes reales a la derecha de ellas)

3. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente:
a) Calcula la distancia focal.
b) Dibuja la marcha de los rayos y obtén el tamaño de la imagen.
c) ¿En qué posición del eje hay que colocar el objeto para que no se forme imagen?
(P.A.U. Jun. 08)

Rta.: a) $f = 0,25$ m; b) $y' = -1,5$ cm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Tamaño del objeto	$y = 3,00$ cm $= 0,0300$ m
Posición del objeto	$s = -75,0$ cm $= -0,750$ m
Posición de la imagen	$s' = 37,5$ cm $= 0,375$ m
Incógnitas	
Distancia focal de la lente	f'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Aumento lateral	A_L
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

Solución:

a)

$$\frac{1}{0,375\,[\mathrm{m}]}-\frac{1}{-0,75\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{f'}$$

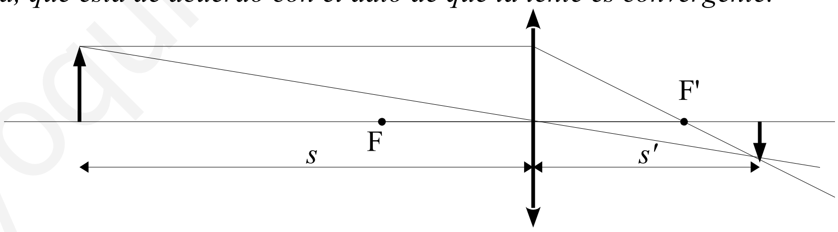
$$f' = 0,250 \text{ m}$$

Análisis: La distancia focal da positiva, que está de acuerdo con el dato de que la lente es convergente.

b)

$$\frac{y'}{0,0300\,[\mathrm{m}]}=\frac{0,375\,[\mathrm{m}]}{-0,750\,[\mathrm{m}]}$$

$$y' = -0,0150 \text{ m} = -1,50 \text{ cm}$$



Análisis: El signo negativo nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

c) En el foco. Los rayos que salen de un objeto situado en el foco salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

4. Una lente convergente proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto. El aumento es de 10 y la distancia del objeto a la pantalla es de 2,7 m.
a) Determina las posiciones de la imagen y del objeto.
b) Dibuja la marcha de los rayos.
c) Calcula la potencia de la lente.
(P.A.U. Set. 12)

Rta.: a) $s = -0,245$ m; $s' = 2,45$ m; c) $P = 4,48$ dioptrías

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Aumento de la lente	$A_L = 10,0$
Distancia entre el objeto y su imagen	$d = 2,70$ m
Incógnitas	
Posición del objeto y de la imagen	s, s'
Potencial de la lente	P

Otros símbolos
Distancia focal de la lente f
Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$
Potencia de una lente	$P=\frac{1}{f}$

Solución:

a) Del aumento lateral podemos establecer la relación matemática entre las distancias s del objeto a la lente y s' de la imagen a la lente.

$$A_L=\frac{s'}{s}$$

$$s' = 10,0\ s$$

La distancia del objeto a la pantalla (donde se forma la imagen) es la suma de esas dos distancias (sin tener en cuenta los signos):

$$|s| + |s'| = 2,70 \text{ m}$$

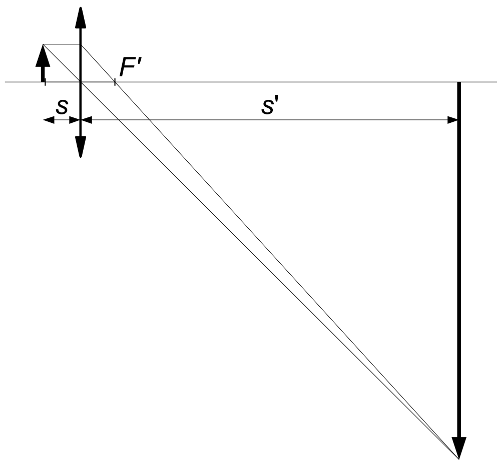
Teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa, $s < 0$, pero la distancia de la imagen, cuando es real, a la lente es positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 2,70 \text{ m}$$

Aunque nos dicen que el aumento es 10, el signo correcto es -10, por lo que, la relación con el signo adecuado entre las dos distancias es:

$$s' = -10,0\ s$$

Sustituyendo s' y despejando s, queda



$$-s - 10,0\ s = 2,70 \text{ m}$$

$$s=\frac{2,70\ [\text{m}]}{-11,0}=-0,245 \text{ m}$$

$$s' = -10,0\ s = 2,45 \text{ m}$$

b)

c) $\frac{1}{2,45\ [\text{m}]}-\frac{1}{-0,245\ [\text{m}]}=\frac{1}{f'}=P$

$$P = 4,48 \text{ dioptrías}$$

5. Un objeto de 3 cm de altura se coloca a 20 cm de una lente delgada de 15 cm de focal. Calcula analítica y gráficamente la posición y tamaño de la imagen:
a) Si la lente es convergente.
b) Si la lente es divergente.

(P.A.U. Set. 06)

Rta.: a) $s' = 0,60$ m; $y' = -9,0$ cm; b) $s' = -0,086$ m; $y' = 1,3$ cm

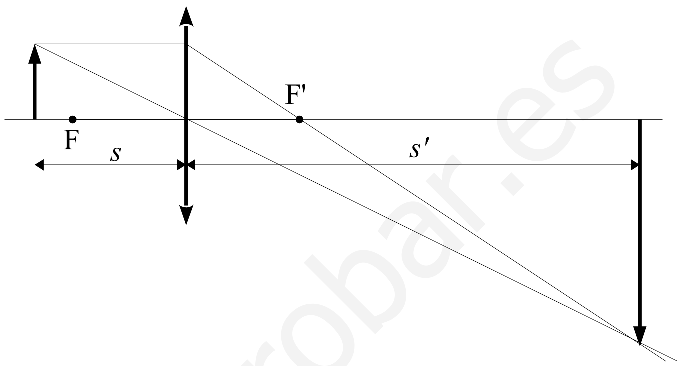
Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	$y = 3,0$ cm $= 0,030$ m
Posición del objeto	$s = -20$ cm $= -0,20$ m
Distancia focal de la lente	$f = 15$ cm $= 0,15$ m

Incógnitas

Posición de la imagen en ambas lentes	s_1', s_2'
Tamaño de la imagen en ambas lentes	y_1', y_2'
Otros símbolos	
Aumento lateral	A_L
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

Solución:

a) Para la lente convergente, f = +0,15 m:



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]}=\frac{1}{0{,}15\ [\mathrm{m}]}$$

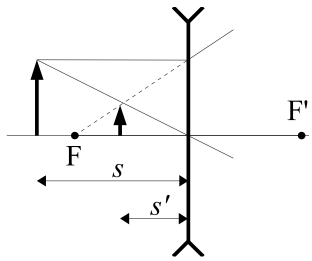
s' = 0,60 m

$$\frac{y'}{0{,}030\ [\mathrm{m}]}=\frac{0{,}60\ [\mathrm{m}]}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]}$$

y' = –0,090 m = -9,0 cm

Análisis: La imagen es real ya que s' es positiva, es decir a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. El signo negativo del tamaño nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

b) Para la lente divergente, f = –0,15 m:



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]}=\frac{1}{-0{,}15\ [\mathrm{m}]}$$

s' = –0,086 m

$$\frac{y'}{0{,}030\ [\mathrm{m}]}=\frac{-0{,}086\ [\mathrm{m}]}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]}$$

y' = 0,013 m = 1,3 cm

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir a la izquierda de lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño nos indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

6. Un objeto de 3 cm se sitúa a 20 cm de una lente cuya distancia focal es 10 cm:
a) Dibuja la marcha de los rayos si la lente es convergente.
b) Dibuja la marcha de los rayos si la lente es divergente.
c) En ambos casos calcula la posición y el tamaño de la imagen.

(P.A.U. Jun. 12)

Rta.: (c) s' = 0,20 m; y' = -3,0 cm; (d) s' = -0,067 m; y' = 1,0 cm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	y = 3,0 cm = 0,030 m
Posición del objeto	s = -20 cm = -0,20 m
Distancia focal de la lente	f = 10 cm = 0,10 m
Incógnitas	
Posición de la imagen en ambas lentes	s_1', s_2'
Tamaño de la imagen en ambas lentes	y_1', y_2'

Incógnitas

Otros símbolos

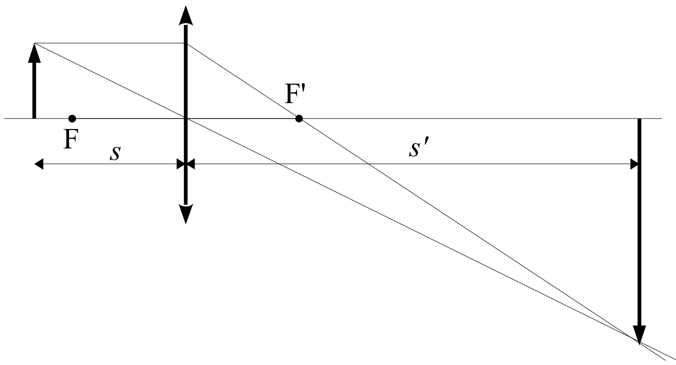
Aumento lateral A_L

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$

Aumento lateral en las lentes $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

Solución:

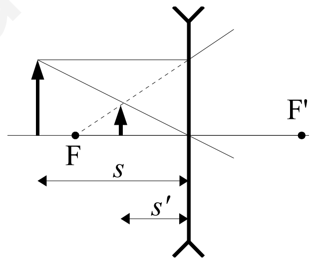


a)

Análisis: La imagen es real ya que s' es positiva, es decir a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. El signo negativo del tamaño nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

b)

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir a la izquierda de lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño nos indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.



c) Para la lente convergente, $f = +0{,}10$ m:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]} = \frac{1}{0{,}10\ [\mathrm{m}]}$$

$$s' = 0{,}20 \text{ m}$$

$$\frac{y'}{0{,}030\ [\mathrm{m}]} = \frac{0{,}20\ [\mathrm{m}]}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]}$$

$$y' = -0{,}030 \text{ m} = -3{,}0 \text{ cm}$$

Para la lente divergente, $f = -0{,}10$ m:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]} = \frac{1}{-0{,}10\ [\mathrm{m}]}$$

$$s' = -0{,}067 \text{ m}$$

$$\frac{y'}{0{,}030\ [\mathrm{m}]} = \frac{-0{,}067\ [\mathrm{m}]}{-0{,}20\ [\mathrm{m}]}$$

$$y' = 0{,}010 \text{ m} = 1{,}0 \text{ cm}$$

7. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:

a) La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de *R* = 15 cm.

b) La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.

c) Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

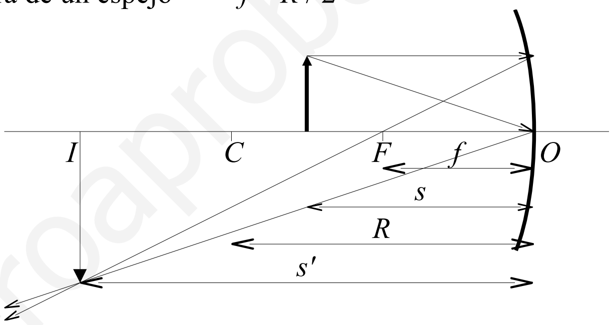
(P.A.U. Jun. 11)

Rta.: a) $s_e = -11$ cm; b) $s_l = -11$ cm

Datos (convenio de signos DIN) — ***Cifras significativas: 2***

Tamaño del objeto	y = 1,5 cm = 0,015 m
Aumento lateral	A_L = -2,0
Radio del espejo cóncavo	R = -15 cm = -0,15 m
Incógnitas	
Posición del objeto ante el espejo	s_e
Posición del objeto ante la lente	s_l
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo y de la lente	f
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición s' de la imagen y s la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Relación entre la posición s' de la imagen y s la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$
Relación entre la distancia focal f y el radio R de curvatura de un espejo	$f = R / 2$

Solución:



a) Si la imagen es real y de tamaño doble, tiene que ser invertida, por lo que el aumento lateral será negativo.

$$A_L = -2,0 = -s' / s$$

$$s' = 2,0\, s$$

$$f_e = R / 2 = -0,075 \text{ m}$$

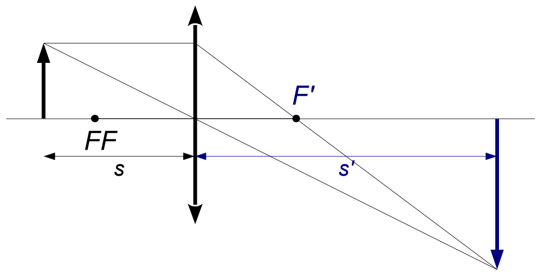
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{2,0\, s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-0,075\,[\text{m}]}$$

$$s_e=3\cdot\frac{(-0,075\,[\text{m}])}{2}=-0,11 \text{ m}$$

Análisis: En un espejo, la imagen es real si se forma «a la izquierda» del espejo, ya que los rayos que salen reflejados sólo se cortan «a la izquierda».

b) Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva.



$$f_l = = 0,075 \text{ m}$$

Como la imagen es real el aumento lateral es negativo.

$$A_L = -2,0 = s' / s$$

$$s' = -2,0\, s$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-2,0\, s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0,075\,[\text{m}]}$$

$$s_1 = \frac{-3 \cdot 0{,}075\ [\mathrm{m}]}{2} = -0{,}11\ \mathrm{m}$$

◊ CUESTIONES

● DIOPTRIO PLANO.

1. Cuando un rayo de luz monocromática pasa desde el aire al agua (n_{agua} = 4/3), se produce un cambio:
A) En la frecuencia.
B) En la longitud de onda.
C) En la energía.

(P.A.U. Set. 10)

Solución: B?

El índice de refracción «*n*» de un medio es el cociente entre la velocidad «*v*» de la luz en ese medio y la velocidad de la luz «*c*» en el vacío.

$$n_{\mathrm{auga}} = \frac{v_{\mathrm{auga}}}{c}$$

Del valor n_{agua} = 4/3, se deduce que la velocidad de la luz en el agua es

$$v_{agua} = 3/4\ c < c$$

La frecuencia de una onda armónica es característica e independiente del medio por el que se propaga. Es el número de oscilaciones (en el caso de la luz como onda electromagnética) del campo eléctrico o magnético en la unidad de tiempo y corresponde al número de ondas que pasan por un punto en la unidad de tiempo.
Al pasar de un medio (aire) a otro (agua) en el que la velocidad de propagación es menor, la frecuencia «*f*» se mantiene pero, de la relación entre la velocidad de propagación «*v*» y la longitud de onda «*λ*»,

$$v = \lambda \cdot f$$

la longitud de onda, «*λ*» disminuye proporcionalmente.
La energía de una luz monocromática es, según la ecuación de Planck,

$$E_f = h \cdot f$$

proporcional a la frecuencia (*h* es la constante de Planck) y no variaría al cambiar de medio si éste no absorbiera la luz. El agua va absorbiendo la energía de la luz, por lo que se produciría una pérdida de la energía, que a lo largo de una cierta distancia haría que la luz dejara de propagarse por el agua.

2. Cuando la luz incide en la superficie de separación de dos medios con un ángulo igual al ángulo límite eso significa que:
A) El ángulo de incidencia y el de refracción son complementarios.
B) No se observa rayo refractado.
C) El ángulo de incidencia es mayor que el de refracción.

(P.A.U. Set. 05)

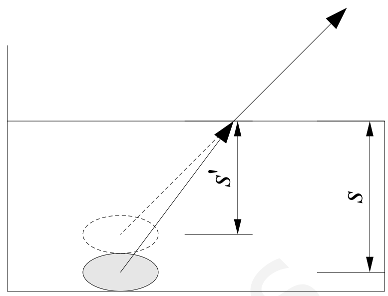
Solución: B

Cuando un rayo pasa del medio más denso al menos denso e incide en la superficie de separación con un ángulo superior al ángulo límite, el rayo no sale refractado sino que sufre reflexión total. Si el ángulo de incidencia es igual al ángulo límite, el rayo refractado sale con un ángulo de 90º y no se observa.

3. Cuando se observa el lecho de un río en dirección casi perpendicular, la profundidad real con relación a la aparente es:

A) Mayor.
B) Menor.
C) La misma.
(Dato $n_{agua} > n_{aire}$) ***(P.A.U. Jun. 97 y Set. 03)***

Solución: A



Aplicando la ecuación del dioptrio esférico:

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{R}$$

Teniendo en cuenta que para una superficie plana $R = \infty$, $n = n$ (agua) y $n' = 1$ (aire), ya que el rayo de luz viene desde el fondo del río hacia nosotros, queda

$$\frac{1}{s'}-\frac{n}{s}=0 \Rightarrow s'=\frac{s}{n}$$

es decir, la imagen del objeto se forma antes del dioptrio ($s < 0$, por lo que $s' < 0$) y es, por tanto, virtual. Como $n > 1$ para el agua, la distancia s' a la que se formará la imagen es menor que la distancia s del objeto. (véase el diagrama).

4. Un rayo luminoso que viaja por un medio del que el índice de refracción es n_1, incide con cierto ángulo sobre la superficie de separación de un segundo medio de índice n_2 ($n_1 > n_2$). Respecto al ángulo de incidencia, el de refracción será:
A) Igual.
B) Mayor.
C) Menor.
(P.A.U. Set. 02)

Solución: **B**

Según la segunda ley de Snell de la refracción,

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_i}{\operatorname{sen}\theta_r}=\frac{c_i}{c_r}=\frac{n_r}{n_i}$$

en el que θ_i es el ángulo que forma el rayo luminoso incidente con la normal a la superficie de separación, θ_r es el ángulo que forma el rayo luminoso refractado con la normal a la superficie de separación, c_i es la velocidad de la luz en el medio incidente y c_r es la velocidad de la luz en el segundo medio, y n_i y n_r son los índices de refracción de la luz en el primer (incidente) medio y el segundo (refractado).
La ecuación anterior se puede escribir:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

Si $n_1 > n_2$ entonces:

$$\operatorname{sen} \theta_1 < \operatorname{sen} \theta_2$$

$$\theta_1 < \theta_2$$

El ángulo de refracción (θ_2) es mayor que el ángulo de incidencia (θ_1).

5. Un rayo de luz incide desde el aire ($n = 1$) sobre una lámina de vidrio de índice de refracción $n = 1,5$. El ángulo límite para la reflexión total de este rayo es:
A) 41,8º
B) 90º
C) No existe.
(P.A.U. Set. 08)

Solución: C

Para que exista ángulo límite, la luz debe pasar de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a uno menos denso.
Por la ley de Snell

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90º.

$$n_1 \text{ sen } \lambda_1 = n_2 \text{ sen } 90º = n_2$$

Si $n_2 > n_1$ entonces:

$$\text{sen } \lambda_1 = n_2 / n_1 > 1$$

lo que es absurdo.

6. El ángulo límite en la refracción agua/aire es de 48,61º. Si se posee otro medio en el que la velocidad de la luz sea v_{medio} = 0,878 v_{agua}, el nuevo ángulo límite (medio/aire) será:
A) Mayor.
B) Menor.
C) No se modifica.

(P.A.U. Jun. 04)

Solución: B

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90º
Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$\text{sen } i / \text{sen } r = v_i / v_r$$

Para el ángulo límite λ_{agua} :

$$\text{sen } \lambda_{\text{agua}} / \text{sen } 90º = v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}}$$

$$\text{sen } \lambda_{\text{agua}} = v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}}$$

Con los datos:

$$v_{\text{agua}} = v_{\text{aire}} \cdot \text{sen } \lambda_{\text{agua}} = 0{,}75\ v_{\text{aire}}$$

Para un nuevo medio en el que $v_{\text{medio}} = 0{,}878\ v_{\text{agua}}$,

$$v_{\text{medio}} < v_{\text{agua}}$$

$$(\text{sen } \lambda_{\text{medio}} = v_{\text{medio}} / v_{\text{aire}}) < (v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}} = \text{sen } \lambda_{\text{agua}})$$

$$\lambda_{\text{medio}} < \lambda_{\text{agua}}$$

Con los datos:

$$\text{sen } \lambda_{\text{medio}} = 0{,}878\ v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}} = 0{,}878 \cdot 0{,}75\ v_{\text{aire}} / v_{\text{aire}} = 0{,}66$$

$$\lambda_{\text{medio}} = 41º < 48{,}61º$$

7. Si el índice de refracción del diamante es 2,52 y el del vidrio 1,27.
A) La luz se propaga con mayor velocidad en el diamante.
B) El ángulo límite entre el diamante y el aire es menor que entre el vidrio y el aire.
C) Cuando la luz pasa de diamante al vidrio el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de refracción.

(P.A.U. Jun. 05)

Solución: B

El ángulo límite λ es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90º.
Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$n_i \text{ sen } i = n_r \text{ sen } r$$

El índice de refracción del aire «n_a» es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío «c» y la velocidad de la luz en el aire «v_a». Como son prácticamente iguales

$$n_a = c / v_a = 1$$

El ángulo límite entre el diamante y el aire es λ_d :

$$n_d \text{ sen } \lambda_d = n_a \text{ sen } 90° = 1$$

$$\lambda_d = \text{arc sen } (1 / n_d) = \text{arc sen } (1 / 2,52) = 23°$$

Análogamente para el vidrio:

$$\lambda_v = \text{arc sen } (1 / 1,27) = 52°$$

Las otras opciones:
A. De la definición de índice de refracción,

$$n = c / v$$

queda

$$v_d = c / n_d = 3×10^8 \text{ [m/s]} / 2,52 = 1,2×10^8 \text{ m/s}$$

$$v_v = c / n_v = 3×10^8 \text{ [m/s]} / 1,27 = 2,4×10^8 \text{ m/s}$$

C. Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (diamante) a otro menos denso (vidrio) el rayo refractado se aleja de la normal (el ángulo de incidencia es menor que el ángulo de refracción)

8. Cuando un rayo de luz incide en un medio de menor índice de refracción, el rayo refractado:
A) Varía su frecuencia.
B) Se acerca a la normal.
C) Puede no existir rayo refractado.
(P.A.U. Set. 07)

Solución: C

Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a otro menos denso (por ejemplo del agua al aire) el rayo refractado se aleja de la normal. Por la segunda ley de Snell de la refracción:

$$n_i \text{ sen } i = n_r \text{ sen } r$$

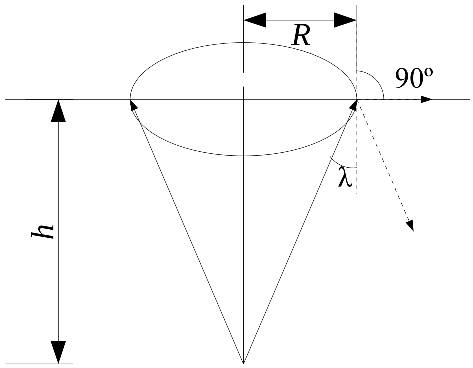
Si $n_i > n_r$, entonces sen $r >$ sen i, y $r > i$
Pero existe un valor de i, llamado ángulo límite λ, para el que el rayo refractado forma un ángulo de 90º con la normal. Para un rayo incidente con un ángulo mayor que el ángulo límite, no aparece rayo refractado. Se produce una reflexión total.

9. En el fondo de una piscina hay un foco de luz. Observando la superficie del agua se vería luz:
A) En toda la piscina.
B) Sólo en el punto encima del foco.
C) En un círculo de radio R alrededor del punto encima del foco.
(P.A.U. Set. 10)

Solución: C

La superficie circular iluminada se debe la que los rayos que vienen desde el agua e inciden en la superficie de separación con ángulo superior al ángulo límite no salen al exterior, porque sufren reflexión total.

El ángulo límite es el ángulo de incidente para lo cual el rayo refractado sale con un ángulo de refracción de 90º.
Por la 2ª ley de Snell



$$n_{\text{agua}} \text{ sen } i = n_{\text{aire}} \text{ sen } r$$

$$n_{\text{agua}} \sin \lambda = 1 \sin 90º$$

$$\lambda = \text{arc sen } (1/n_{\text{agua}})$$

Del triángulo rectángulo del dibujo se deduce que:

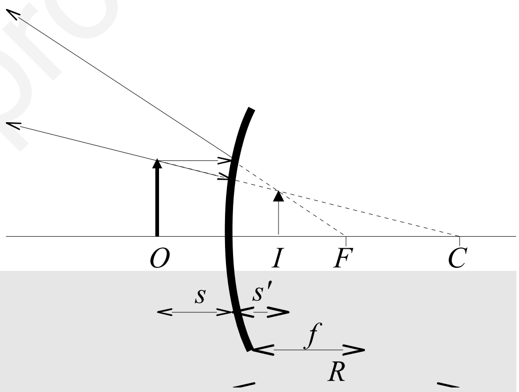
$$R = h \text{ tg } \lambda$$

● ESPEJOS.

1. En un espejo esférico convexo la imagen que se forma de un objeto, es:
A) Real invertida y de mayor tamaño que el objeto.
B) Virtual derecha y de menor tamaño que el objeto.
C) Virtual derecha y de mayor tamaño que el objeto.

(P.A.U. Set. 02)

Solución: B



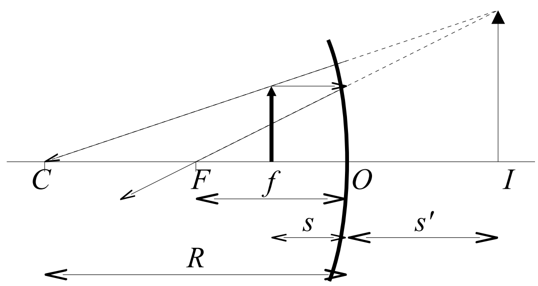
Véase la marcha de los rayos.
La imagen se forma «detrás» del espejo, por lo que es virtual.
El tipo de imagen es independiente de la distancia del objeto al espejo.

2. La imagen formada en los espejos es:
A) Real si el espejo es convexo.
B) Virtual si el espejo es cóncavo y la distancia objeto es menor que la focal.
C) Real si el espejo es plano.

(P.A.U. Set. 06)

Solución: B

Tal como se ve en la figura.
Si se aplican las ecuaciones de los espejos:



$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

Despejando s'

$$s'=\frac{f\, s}{s-f}$$

Como las coordenadas s y f son negativas, si $|s| < |f|$

$$s > f$$

y $s' = (–)(–) / (+) >0$, lo que indica que la imagen es virtual (se «forma» detrás del espejo)

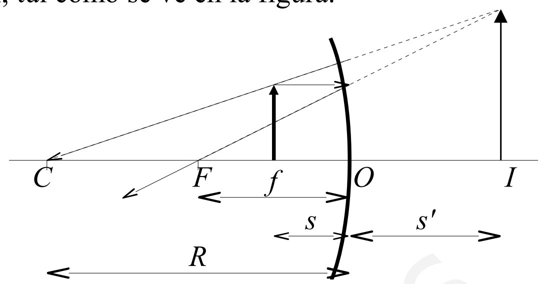
3. Si con un espejo se quiere obtener una imagen mayor que el objeto, habrá que emplear un espejo:
A) Plano.
B) Cóncavo.
C) Convexo.

(P.A.U. Set. 08)

Solución: B

En los espejos planos el tamaño de la imagen es igual y en los convexos es siempre menor. Habrá que usar un espejo cóncavo y situar el objeto dentro de la distancia focal, tal como se ve en la figura.
Si se aplican las ecuaciones de los espejos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \text{ y } A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$$



Para que la imagen sea mayor, el aumento lateral ha de ser, en valor absoluto, mayor que la unidad, y por tanto:

$$|s'| > |s|$$

Despejando f

$$f=\frac{1}{\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}}$$

Si $|s'| > |s|$

$$\frac{1}{|s'|}<\frac{1}{|s|}$$

La coordenada s es negativa y si la s' es positiva, (lo que ocurre cuando la imagen es virtual y se forma a la derecha del espejo)

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}<0$$

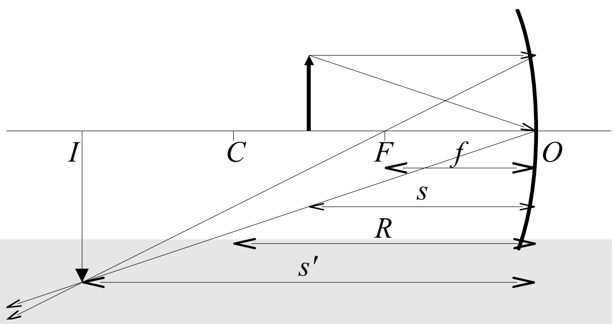
y $f < 0$, lo que indica que el espejo debe ser cóncavo.

4. Si un espejo forma una imagen real invertida y de mayor tamaño que el objeto, se trata de un espejo:
A) Cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el centro de la curvatura.
B) Cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el espejo.
C) Convexo con el objeto en cualquier posición.

(P.A.U. Jun. 12)

Solución: A

En los espejos convexos el tamaño de la imagen es siempre menor. Habrá que usar un espejo cóncavo y situar el objeto entre el centro de curvatura y el foco tal como se ve en la figura.

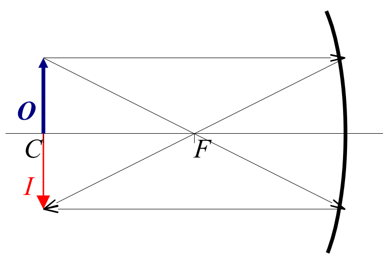


5. Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?:
A) Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura.
B) Convexo y objeto situado en el centro de curvatura.
C) Cóncavo y objeto situado en el foco.

(P.A.U. Set. 11)

Solución: A

El resultado se ve en la figura, en la que ***O*** es el objeto, *I* la imagen, *C* el centro de curvatura y *F* el foco del espejo cóncavo.

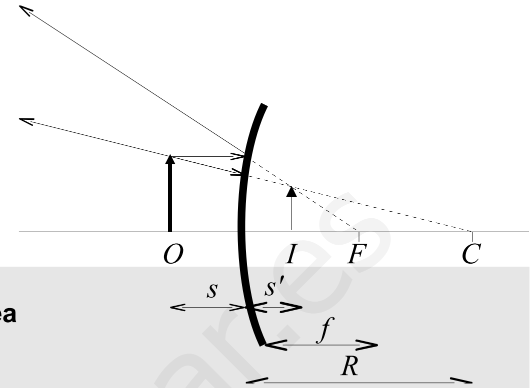


6. Si se desea obtener una imagen virtual, derecha y menor que el objeto, se usa:
A) Un espejo convexo.
B) Una lente convergente.
C) Un espejo cóncavo.

(P.A.U. Jun. 13)

Solución: B

Véase la marcha de los rayos.
La imagen se forma «detrás» del espejo, por lo que es virtual.
El tipo de imagen es independiente de la distancia del objeto al espejo.



7. Un espejo cóncavo tiene 80 cm de radio de curvatura. La distancia del objeto al espejo para que su imagen sea derecha y 4 veces mayor es:
A) 50 cm.
B) 30 cm.
C) 60 cm.

(P.A.U. Set. 13)

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Radio de curvatura	R = -80,0 cm = -0,800 m
Aumento lateral	A_L = 4,00
Incógnitas	
Posición del objeto	s
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Posición de la imagen	s'
Tamaño del objeto	y
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$

Solución: B

La distancia focal del espejo es la mitad del radio de curvatura. Como el espejo es cóncavo el foco se encuentra a la izquierda, y, por el convenio de signos, la distancia focal es negativa

$$f = R / 2 = -0{,}400 \text{ m}$$

El aumento lateral en espejos es

$$A_L=-\frac{s'}{s}=4{,}00$$

$$s' = -4{,}00\, s$$

Se sustituyen f, s' en la ecuación de los espejos

$$\frac{1}{-4{,}00\, s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-0{,}400\,[\text{m}]}$$

y multiplicando ambos lados por (-4,00 s) queda una ecuación sencilla

$$1 - 4{,}00 = 10\, s$$

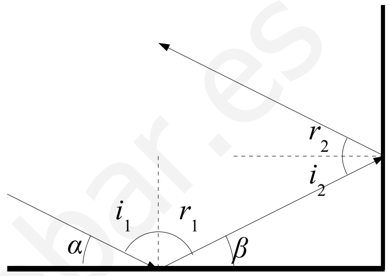
cuya solución es:

$$s = -0{,}300 \text{ m}$$

8. Dos espejos planos están colocados perpendicularmente entre si. Un rayo de luz que se desplaza en un tercer plano perpendicular a los dos, se refleja sucesivamente en los dos espejos. El rayo reflejado en el segundo espejo, con respecto al rayo original:
A) Es perpendicular.
B) Es paralelo.
C) Depende del ángulo de incidencia.

(P.A.U. Set. 04)

Solución: B



Véase la figura. Si se llama α al ángulo que forma el rayo con el espejo horizontal, el ángulo con que sale el rayo reflejado en el espejo vertical respecto a la horizontal, también vale α.
Se cumple que:

$$\beta = \pi - \alpha$$

$$i_2 = -\beta = -\alpha$$

$$r_2 = -\, i_2 = \alpha$$

● LENTES.

1. En una lente convergente, los rayos que salen del foco objeto,
A) Convergen en el foco imagen.
B) Emergen paralelos.
C) No se desvían.

(P.A.U. Set. 98)

Solución: B

En las lentes convergentes, los rayos convergen. Es decir, los rayos que llegan paralelos convergen en el foco imagen, y también los rayos que salen del foco objeto salen paralelos.
Aplicando la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

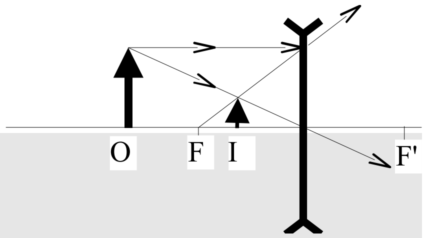
Si $s = f$ (el objeto se coloca en el foco), y teniendo en cuenta que $f = -f'$, queda $s' = \infty$.
Las otras opciones:
A: convergen en el foco imagen los rayos que llegan paralelos a una lente convergente.
C: no se desvían los rayos que pasan por el centro óptico de una lente convergente.

2. En las lentes divergentes la imagen siempre es:
A) Derecha, mayor y real.
B) Derecha, menor y virtual.
C) Derecha, menor y real.

(P.A.U. Jun. 03, Jun. 06)

Solución: B

Derecha, menor y virtual.
De acuerdo con la representación gráfica:



3. Al atravesar una lente delgada, un rayo paralelo al eje óptico:
A) No se desvía.
B) Se desvía siempre.
C) Se desvía o no, dependiendo del tipo de lente.

(P.A.U. Set. 98)

Solución: B

Si la lente es convergente, el rayo se desvía y pasa por el foco imagen. Si la lente es divergente, el rayo se desvía y su prolongación pasa por el foco objeto.
Aplicando la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

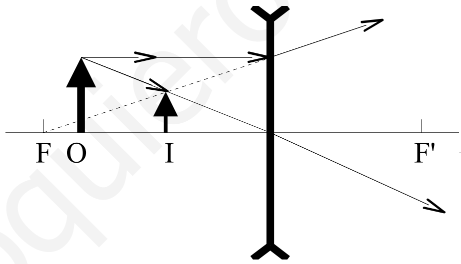
si $s = -\infty$ (el rayo viene desde el infinito), queda $s' = f'$ (si la lente es convergente) o, teniendo en cuenta que $f' = f$, queda $s' = -f$ (si la lente es divergente).

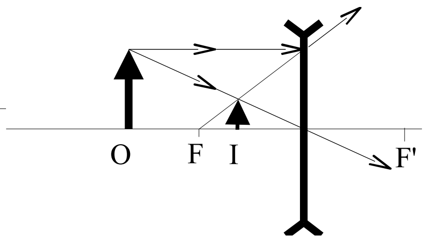
4. Si se desea formar una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, se debe utilizar:
A) Un espejo cóncavo.
B) Una lente convergente.
C) Una lente divergente.

(P.A.U. Jun. 07)

Solución: C

Los dibujos muestran la formación de imágenes en los casos en que el objeto se encuentra después del foco objeto y antes del foco objeto.
En todos los casos la imagen es virtual, derecha y menor que el objeto.



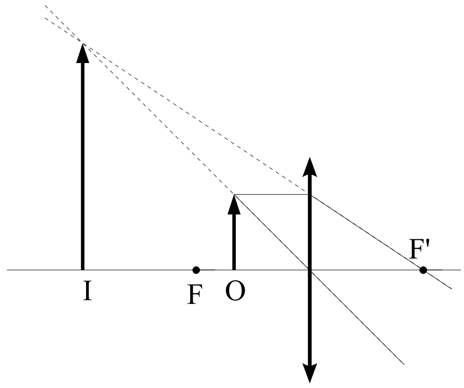


5. Para obtener una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto se usa:
A) Una lente divergente.
B) Una lente convergente.
C) Un espejo convexo.

(P.A.U. Jun. 10, Jun. 09)

Solución: B

El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.



Las otras opciones:
A y B. Falsa. Las lentes divergentes y los espejos convexos siempre producen imágenes virtuales, derechas **pero** de menor tamaño que el objeto.

● ONDAS LUMINOSAS

1. Tres colores de la luz visible, el azul, el amarillo y el rojo, coinciden en que:
A) Poseen la misma energía.
B) Poseen la misma longitud de onda.
C) Se propagan en el vacío con la misma velocidad.

(P.A.U. Jun. 04)

Solución: C

Los colores de la luz visible son ondas electromagnéticas que, por definición, se propagan en el vacío con la velocidad *c* de 300 000 km/s. Se distinguen entre ellos en su frecuencia *f* y en su longitud de onda $\lambda = c / f$. La energía de una onda depende del cuadrado de la frecuencia y del cuadrado de la amplitud, por lo que la energía que transporta no tiene por que ser la misma.

2. La luz visible abarca un rango de frecuencias que van desde (aproximadamente) $4,3\times10^{14}$ Hz (rojo) hasta $7,5\times10^{14}$ Hz (ultravioleta). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
A) La luz roja tiene menor longitud de onda que la ultravioleta.
B) La ultravioleta es la más energética del espectro visible. C) Ambas aumentan la longitud de onda en un medio con mayor índice de refracción que aire.7

(P.A.U. Jun. 10)

Solución: B

Hago la salvedad de que, estrictamente, la luz ultravioleta no es visible, pero limita con la violeta, que sí lo es, en esa frecuencia.
En la teoría clásica, la energía de una onda es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud y de la frecuencia. Como la frecuencia de la luz ultravioleta es mayor que de la luz roja, tendrá mayor energía.
(En la teoría cuántica, la luz se puede considerar como un haz de partículas llamadas *fotones*. La energía *E* que lleva un fotón de frecuencia *f* es:

$$E = h \cdot f$$

en la que *h* se llama constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63\times10^{-34}$ J·s
En cuyo caso, cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será la energía del fotón)

Las otras opciones:
A. La longitud de onda «λ» está relacionada con la velocidad de propagación «v» y la frecuencia «f» por:

$$v = \lambda \cdot f$$

En un medio homogéneo, la longitud de onda y la frecuencia son inversamente proporcionales. Como

$$f_u = 7,5\times10^{14} > 4,3\times10^{14} = f_v \Rightarrow \lambda_u < \lambda_v$$

C. El índice de refracción de un medio que respeto al vacío «n_m» es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío «c» y la velocidad de la luz en medio «v_m».

$$n_m = c / v_m$$

Si el índice de refracción de en medio es mayor que el del aire, la velocidad de la luz en ese medio tiene que ser menor, por ser inversamente proporcionales.

$$n_m > n_a \Rightarrow v_m < v_a$$

Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en medio por:

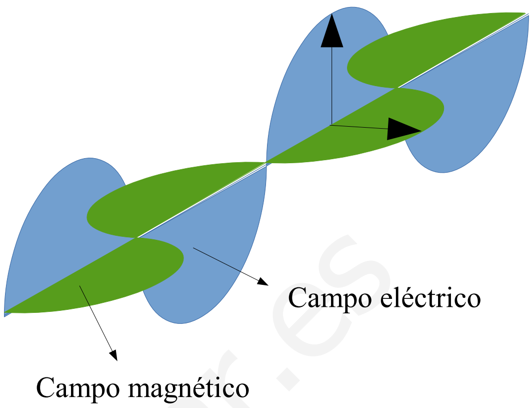
$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

Como son directamente proporcionales, al ser menor a velocidad, también tiene que ser menor a longitud de onda.

3. En una onda de luz:
A) Los campos eléctrico $\overline{E}$ y magnético $\overline{B}$ vibran en planos paralelos.
B) Los campos $\overline{E}$ y $\overline{B}$ vibran en planos perpendiculares entre sí.
C) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico.
(Dibuja la onda de luz). ***(P.A.U. Jun. 14)***

Solución: B

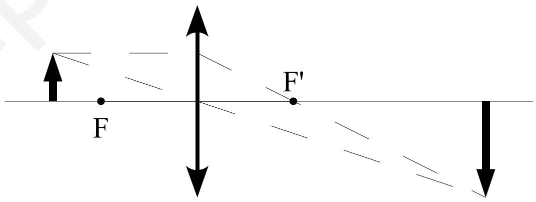
Una onda electromagnética es una combinación de un campo eléctrico y un campo magnético oscilante que se propagan en direcciones perpendiculares entre sí.



◊ LABORATORIO

1. Haz un esquema de la práctica de óptica, situando el objeto, la lente y la imagen, dibujando la marcha de los rayos. ***(P.A.U. Jun. 97)***

Solución:



Si colocamos el objeto a una distancia *s* mayor que la distancia focal *f*, $|s| > |f|$, la imagen que se forma es como la de la figura, o sea, real, invertida y mayor, y situada a una distancia *s*' que se rige por la relación:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

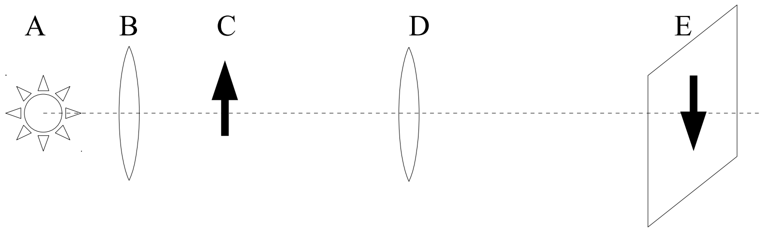
El tamaño de la imagen *y*', comparado con el del objeto *y*, es:

$$\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

2. En la práctica de óptica, ¿se pudo determinar la distancia focal de la lente? ¿Cómo? ***(P.A.U. Jun. 14, Set. 98)***

Solución:

Si. Se hizo el montaje de la figura y se fue variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.



Se medían los valores de *s* (distancia del objeto a la lente *s* = CD) y *s*' (distancia de la imagen a la lente *s*' = DE)
Aplicando la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

se calculaba la distancia focal *f'* para cada medida.
Luego se calculaba la media de los valores calculados.

3. Se dispone de una lente delgada convergente, describe brevemente un procedimiento para conocer el valor de su focal.

(P.A.U. Set. 06)

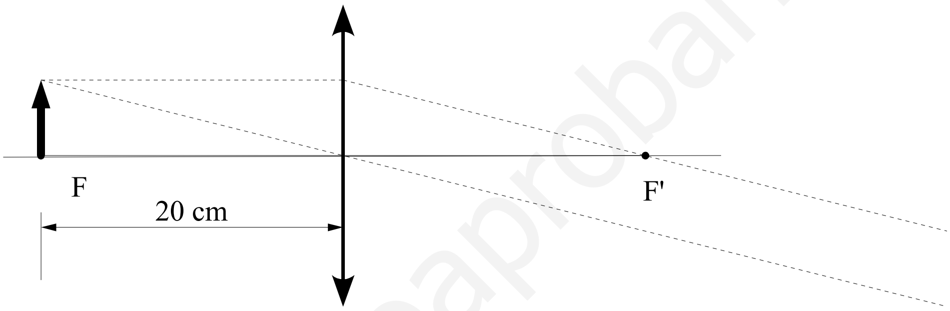
Solución: Véase el ejercicio de Set. 98

4. Si en una lente convergente un objeto situado en el eje óptico y a 20 cm no forma imagen, ¿cuál es la potencia y la distancia focal de la lente? Dibuja la marcha de los rayos. ¿Cómo sería la imagen si s = 10 cm?

(P.A.U. Set. 99)

Solución:

Si colocamos el objeto a la distancia s = -0,20 m y no forma imagen, estamos en el foco de la lente.

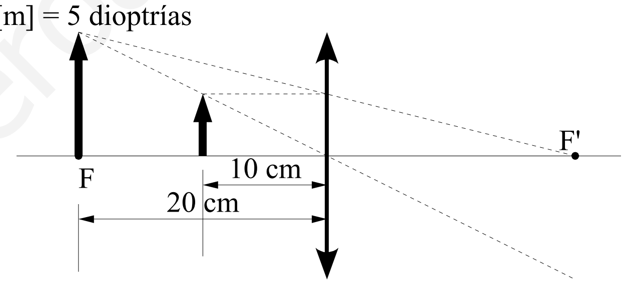


f' = 0,20 m.

La potencia es:

$$P = 1 / f' = 1 / 0{,}20 \text{ [m]} = 5 \text{ dioptrías}$$

Si s = -0,10 m, calculamos s' de la relación de las lentes:



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}10\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{0{,}20\,[\mathrm{m}]}$$

$$s' = -0{,}20 \text{ m} = -20 \text{ cm.}$$

La imagen está antes de la lente, y es virtual.
De la ecuación de aumento lateral:

$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}{-0{,}10\,[\mathrm{m}]}=2$$

$$y' = 2\,y$$

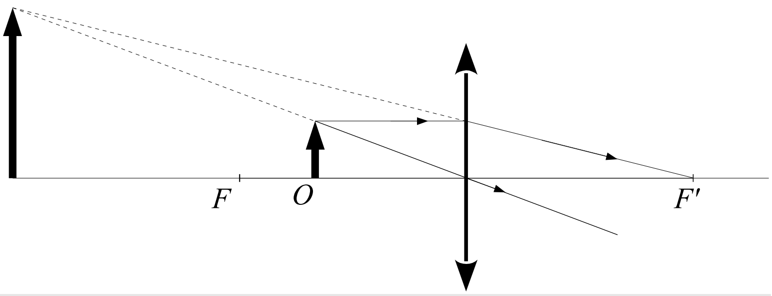
La imagen es derecha ($y' > 0$) y mayor ($y' > y$) que el objeto.

5. En el laboratorio trabajas con lentes convergentes y recoges en una pantalla las imágenes de un objeto. Explica lo que sucede, ayudándote del diagrama de rayos, cuando sitúas el objeto a una distancia de la lente inferior a su distancia focal.

(P.A.U. Set. 14)

Solución:

Si colocamos el objeto a la distancia inferior a la distancia focal, la imagen se forma antes de la lente, es virtual y no se puede recoger en una pantalla.



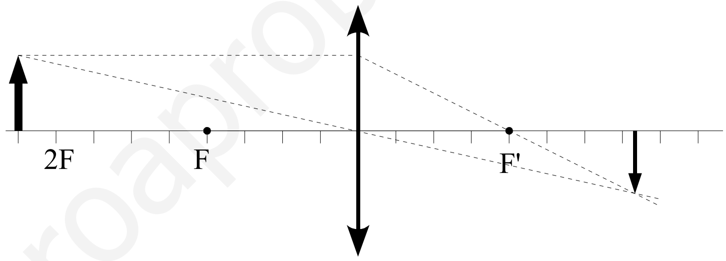
6. ¿Qué clase de imágenes se forman en una lente convergente si el objeto se encuentra a una distancia inferior a la focal? ¿Y si se encuentra en la focal? Dibuja la marcha de los rayos.
(P.A.U. Jun. 00)

Solución: V*éase* el ejercicio de [Set. 99](Set. 99)

7. En una lente convergente, un objeto se encuentra a una distancia s mayor que el doble de la focal (2·f). Haz un esquema de la marcha de los rayos y explica qué clase de imagen se forma (real o virtual, derecha o invertida) y qué ocurre con el aumento.
(P.A.U. Jun. 00 y Set. 03)

Solución:

Si colocamos el objeto la una distancia s mayor que el doble de la distancia focal f, $|s| > 2|f|$, la imagen que se forma es como la de la figura, o sea, real, invertida y menor.



De la relación:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

se deduce que si $|s| > 2\ |f|$, entonces:

$$s < 2f$$

y como $f' = -f$,

$$\left(\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}\right)>\left(\frac{1}{2f}-\frac{1}{f}\ =\frac{-1}{2f}=\frac{1}{2f'}\right)$$

$$s' < 2f'$$

Como

$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

$$\left(y'=y\frac{s'}{s}\right)<\left(y\frac{2f'}{2f}=-y\right)$$

$$y' < -y$$

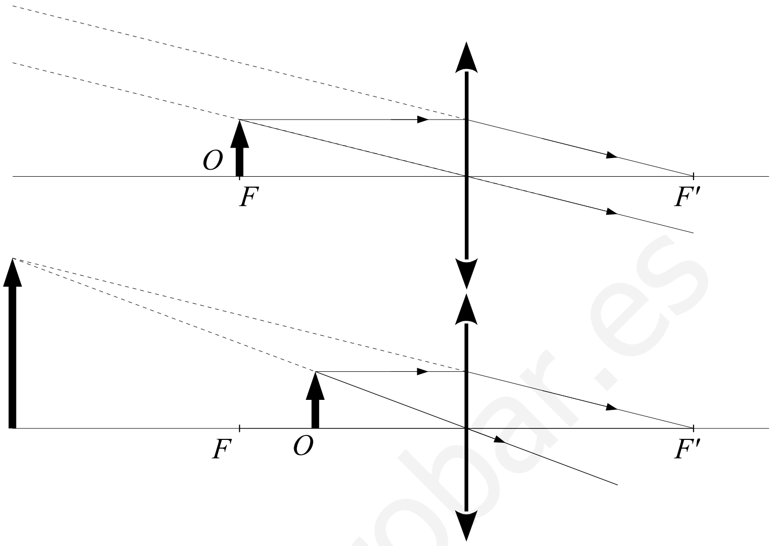
8. Con una lente convergente se desea formar una imagen virtual, derecha y aumentada. ¿Donde debe colocarse el objeto? Haz un esquema de la práctica.
(P.A.U. Set. 00)

Solución: Véase el ejercicio de [Set. 99](Set. 99)**.**

9. En la práctica de la lente convergente dibuja la marcha de los rayos y la imagen formada de un objeto cuando:
a) Se sitúa en el foco.
b) Se sitúa entre el foco y el centro óptico.

(P.A.U. Jun. 10, Jun. 02)

Solución:



a) En este caso no se forma imagen, porque los rayos salen paralelos después de atravesar la lente.

b) La imagen es virtual, derecha y mayor, y situada entre -∞ y el foco.

Hay que hacer constar que nada de esto se puede hacer en la práctica. Cuando el objeto se pone en el foco, la imagen no se forma (se forma en el infinito), y cuando se pone entre el foco y la lente, la imagen es virtual, y no se puede recoger en una pantalla para hacer medidas.
Pero si lo hacemos en el laboratorio, en ambos casos una imagen parece que se forma en la pantalla sólo que no es una imagen definida. Como no podemos obtener una imagen definida, podría ser que tomásemos las imágenes que se forman en la pantalla como imágenes reales.

10. En una lente convergente, se coloca un objeto entre el foco y la lente. ¿Cómo es la imagen? (Dibuja la marcha de los rayos)

(P.A.U. Set. 02)

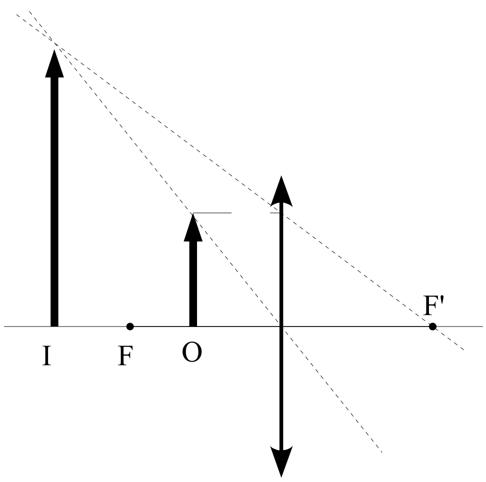
Solución: Véase el ejercicio de Set. 99.

11. En la práctica de la lente convergente explica si hay alguna posición del objeto para la que la imagen sea virtual y derecha, y otra para la que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño que el objeto.

(P.A.U. Jun. 04)

Solución:

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo «1» en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.
Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes



$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

ya que si la imagen es derecha, $y' > 0$,
y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s' f'}$$

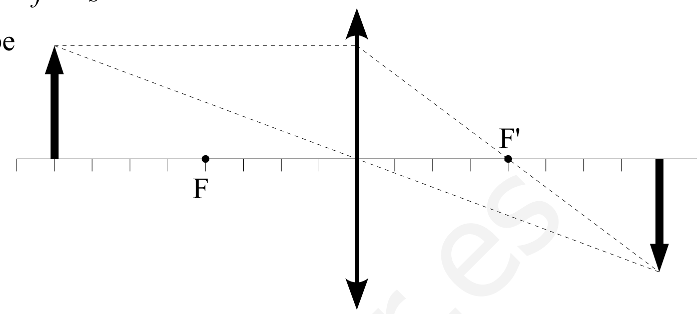
$$s=\frac{s'f'}{f'-s'}$$

Como $f' > 0$ y $s' < 0$

$$f'-s' > |s'|$$

$$|s|=f'\frac{|s'|}{f'-s'}<f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.



En cuanto a la imagen real, las ecuaciones de las lentes nos dan que la posición del objeto para que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño ($y' = -y$) es:

$$s' = -s$$

$$2 / s = 1 / f$$

$$s = 2 f$$

El esquema de la marcha de los rayos es:

12. Se dispone de un proyector con una lente delgada convergente, y se desea proyectar una transparencia de forma que la imagen sea real e invertida y mayor que el objeto. Explica cómo hacerlo. (Haz un dibujo mostrando la trayectoria de los rayos)

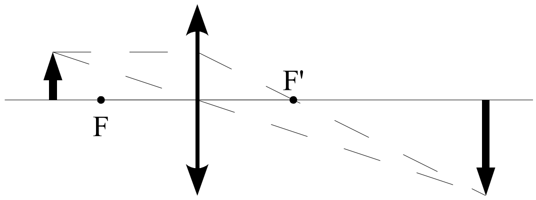
(P.A.U. Jun. 05)

Solución:

Si la diapositiva (objeto) se encuentra a una distancia s de la lente comprendida entre

$$|f| < |s| < |2f|$$

la imagen que se forma es real, invertida y mayor, como se ve en la figura.



13. En la práctica de la lente convergente, haz un esquema del montaje experimental seguido en el laboratorio, explicando brevemente la misión de cada uno dos elementos empleados.

(P.A.U. Set. 05)

Véase Set 98

14. Con un banco óptico de longitud *l*, se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. ¿Cómo se puede interpretar esto?

(P.A.U. Set. 10 y Jun. 07)

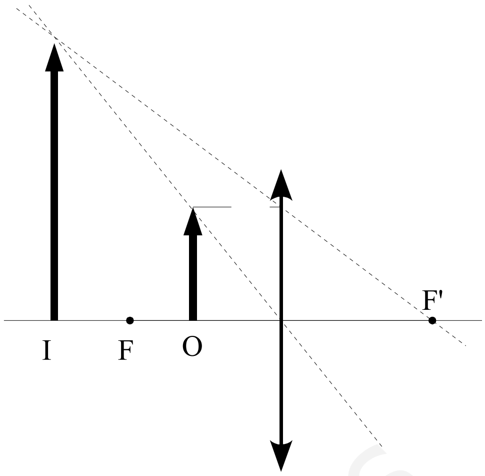
Solución:

La distancia focal de la lente es mayor que la mitad de la longitud del banco óptico.

$$f > l / 2$$

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo «1» en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes



$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

ya que si la imagen es derecha, $y' > 0$,
y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s' f'}$$

$$s = \frac{s' f'}{f' - s'}$$

Como $f' > 0$ y $s' < 0$

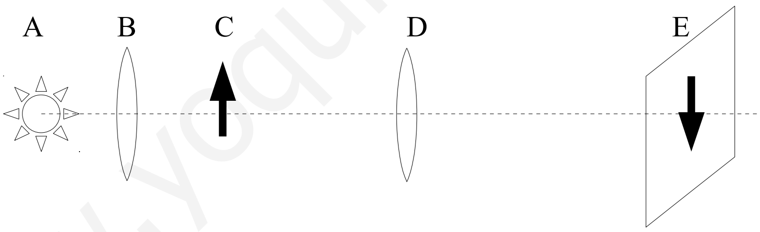
$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

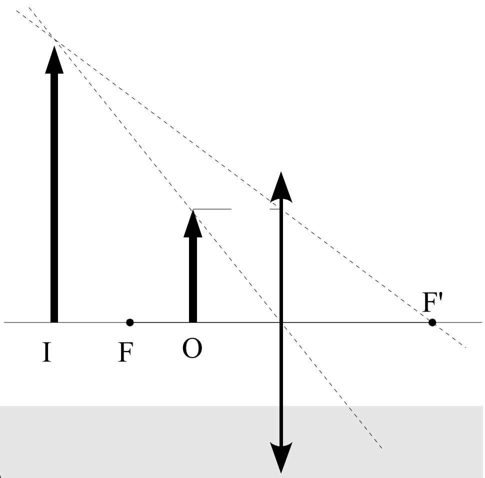
Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

15. Haz un esquema de la práctica de óptica, situando el objeto, la lente y la imagen, y dibujando la marcha de los rayos para obtener una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto.
(P.A.U. Set. 07)

Solución:

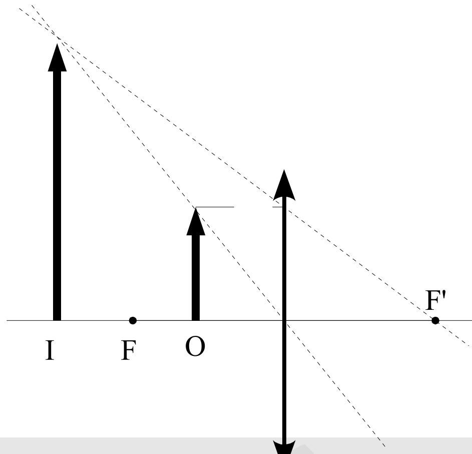


A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.
Para obtener una imagen real, que se pueda recoger en una pantalla, el objeto debe situarse antes del foco. En este caso la imagen es siempre invertida.
Para obtener una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto, hay que situar el objeto dentro de la distancia focal de la lente, pero la imagen será virtual y no podrá recogerse en una pantalla.



16. Dibuja la marcha de los rayos en una lente convergente, cuando la imagen producida es virtual.
(P.A.U. Set. 08)

Solución:



17. Si en la práctica de óptica geométrica la lente convergente tiene una distancia focal imagen de + 10 cm, ¿a qué distancias de la lente puedes situar el objeto para obtener imágenes sobre la pantalla, si se cumple que |*s*| + |*s*'| = 80 cm? Dibuja la marcha de los rayos.

(P.A.U. Set. 13)

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Distancia focal de la lente	$f' = 10{,}0$ cm = 0,100 m
Distancia entre el objeto y su imagen	$d = 80{,}0$ cm = 0,800 m
Incógnitas	
Posición del objeto	s
Otros símbolos	
Posición del objeto	s
Tamaño del objeto	y
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Solución:

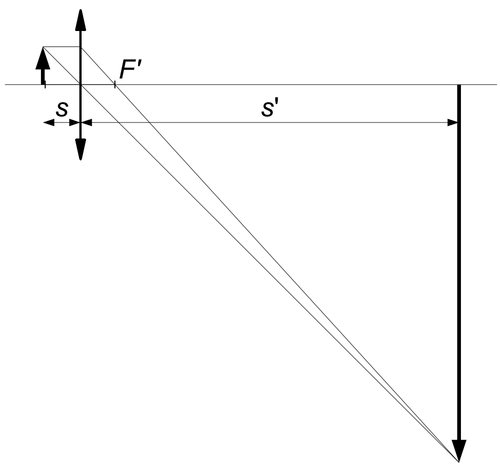
De la ecuación:

$$|s| + |s'| = 0{,}800 \text{ m}$$

teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa, $s < 0$, pero la distancia de la imagen, cuando es real, es positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 0{,}800 \text{ m}$$

Sustituyendo f y s' en la ecuación de las lentes, queda



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s+0{,}800\ [\text{m}]}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}100\ [\text{m}]}$$

$$\frac{1}{s+0{,}800}=\frac{1}{s}+\frac{1}{0{,}100}=\frac{s+0{,}100}{0{,}100\, s}$$

$$0{,}100\ s = (s + 0{,}100)\ (s + 0{,}800)$$

$$s^2 + 0{,}800\ s + 0{,}0800 = 0$$

$$s_1 = -0{,}117 \text{ m}$$

$$s_2 = -0{,}683 \text{ m}$$

El dibujo representa de forma aproximada la primera solución.