

Cuestiones previas (página 132)

1. Si la masa es el agente asociado a la gravitación, y la carga, la causa ligada a los fenómenos eléctricos, ¿sabrías decir cuál es el agente responsable del magnetismo?

Hay dos agentes causantes del magnetismo; los imanes y las corrientes eléctricas (partículas cargadas en movimiento).

2. ¿Cuál es la razón de que un imán distorsione la imagen de un televisor?

La pantalla de un televisor está formada por tubos que generan haces de electrones, estos electrones realizan un barrido de la pantalla, excitando el material fosforescente. Si acercamos un imán a la pantalla, su campo magnético desvía la trayectoria de los electrones, que impactan en zonas donde no deberían hacerlo. El resultado es una imagen distorsionada.

3. ¿Por qué una línea de metro no debe pasar por debajo de un hospital?

Porque las líneas de metro generan campos electromagnéticos que podrían interferir negativamente en el hospital.

4. ¿Podrías indicar algunas diferencias entre la interacción electrostática y la magnética?

- Tienen direcciones diferentes con respecto a sus campos generados.
- En la interacción eléctrica es independiente la fuerza eléctrica de la velocidad de la carga, en cambio en la interacción magnética son directamente proporcionales.
- En la interacción eléctrica realiza trabajo al desplazar un cuerpo cargado en cambio en la magnética no realiza ningún trabajo al ser perpendicular al desplazamiento.

5. ¿Es peligroso vivir cerca de una línea de alta tensión?

Los estudios sobre posibles efectos perniciosos para la salud de la exposición a campos electromagnéticos se suceden desde los años sesenta, sin que hasta el momento se haya demostrado una relación causa efecto definitiva. En general, la comunidad científica internacional está de acuerdo en que la exposición a los campos eléctricos y magnéticos generados por las instalaciones eléctricas de alta tensión no supone un riesgo para la salud pública.

Actividades (páginas 134/151)

1. ¿Cómo sabrías, con ayuda de una brújula, cuál es el polo norte de un imán? ¡Cuidado! No te fíes de los colores que tienen los imanes del laboratorio.

Si al acercar el imán por un extremo, el polo norte de la brújula (es decir, el que se orienta hacia el norte) es repelido, podemos deducir que el extremo del imán que se ha aproximado es su polo norte. Por el contrario, si el polo norte de la brújula resulta atraído, el extremo del imán será su polo sur.

2. ¿Qué diferencia fundamental existe entre las líneas de fuerza de un campo magnético y las de un campo eléctrico? ¿A qué se debe dicha diferencia?

Las líneas de fuerza de un campo eléctrico son abiertas, mientras que las de un campo magnético son siempre cerradas. Esto se debe a que el campo eléctrico puede ser creado por cargas individuales, mientras que el campo magnético es generado en los polos, que siempre se presentan por pares: las líneas del campo magnético salen del polo norte y entran por el polo sur.

3. **PAU** Un protón se mueve con una velocidad de $3 \cdot 10^7$ m/s a través de un campo magnético de 1,2 T. Si la fuerza que experimenta es de $2 \cdot 10^{-12}$ N, ¿qué ángulo formaba su velocidad con el campo cuando entró en él?

A partir de la expresión:

$$F = QvB \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{F}{QvB}$$

y sustituyendo los datos, obtenemos:

$$\sin \theta = 0,347 \Rightarrow \theta = 20,3^\circ$$

4. Un electrón penetra en un campo $B\vec{k}$ con una velocidad $v\vec{j}$. ¿En qué dirección actúa la fuerza?

Aplicando la regla de la mano derecha, podemos deducir que la fuerza actúa en el sentido positivo del eje X, es decir:

$$\vec{F} = -\vec{F}$$

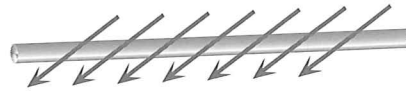
Se llega al mismo resultado si realizamos el producto vectorial que permite obtener la fuerza:

$$\vec{F} = Q \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = QvB\vec{i}$$

5. Un haz de protones y otro de electrones son lanzados en la misma dirección y sentido. En ambos casos, se observa que las partículas se desplazan con movimiento rectilíneo y uniforme. ¿Podemos asegurar que en dicha región no existe campo magnético? ¿Y campo eléctrico?

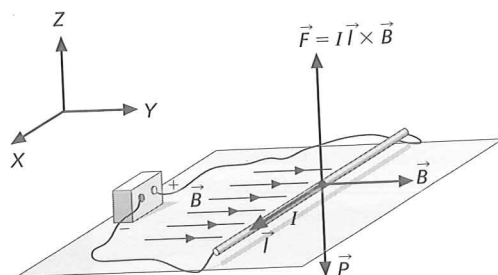
No podemos asegurar la inexistencia de un campo magnético, pues podría suceder que las partículas incidiesen en la dirección del campo magnético, en cuyo caso $\vec{F} = 0$ y el movimiento sería con velocidad constante. Lo que sí puede asegurarse es que no existe campo eléctrico, pues afectaría al movimiento de las partículas cargadas independientemente de la orientación.

6. **PAU** Un hilo conductor de 10 g de masa y 20 cm de longitud conectado a un generador de corriente continua mediante hilos flexibles se encuentra inmerso en un campo magnético de 0,04 T que lo atraviesa perpendicularmente, paralelo al suelo, como se indica en la figura. Determina qué intensidad de corriente debe hacerse circular y en qué sentido para que el conductor levite y no se caiga al suelo.



La fuerza que experimenta el hilo conductor a consecuencia del campo magnético es: $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$.

Esta fuerza será vertical, pero hay dos sentidos posibles, hacia arriba y hacia abajo. Debemos escoger el sentido de corriente capaz de compensar la fuerza de la gravedad. En el caso de la figura del enunciado, la corriente deberá ir hacia la izquierda. En el siguiente dibujo, el hilo se ha orientado en la dirección X, y el campo tiene dirección Y positiva. En este caso, la corriente deberá circular en la dirección X positiva:



La fuerza que experimenta el hilo será $F = IIB$, y tendrá dirección vertical hacia arriba.

El equilibrio entre esta fuerza y la de la gravedad viene dado por la siguiente expresión:

$$mg = IIB \rightarrow I = mg/IB = 12,25 \text{ A}$$

- 7 Al accionar el paso de corriente por un circuito rectilíneo no se observa efecto alguno. ¿Podemos afirmar que no existe campo magnético en dicha región?

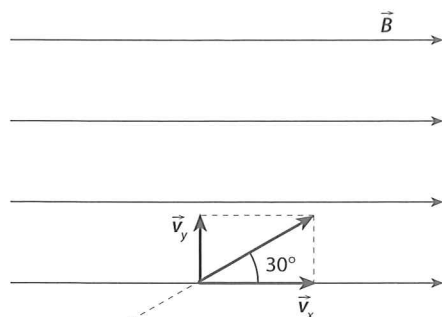
No necesariamente, pues el circuito rectilíneo puede estar orientado en la dirección del campo magnético, en cuyo caso este no ejercerá fuerza alguna sobre el circuito y, en consecuencia, no se detectará ninguna fuerza.

- 8 PAU Un electrón incide en un campo magnético de $12\vec{i}$ T con una velocidad de $1,6 \cdot 10^7$ m/s, formando un ángulo de 30° con las líneas de dicho campo.

a) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón?

b) ¿Cuál es su velocidad de avance en el campo?

La siguiente figura ilustra el enunciado del problema:



De ella se desprende que las componentes de la velocidad son:

$$v_x = v \cos 30^\circ = 1,38 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_y = v \sin 30^\circ = 8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- a) El radio de la órbita que describirá viene dado por la expresión 5.12, donde $v = v_y$, ya que la componente x es paralela al campo y por ello no ejerce fuerza alguna:

$$r = \frac{mv_y}{QB} = 3,79 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 3,79 \text{ }\mu\text{m}$$

- b) Su velocidad de avance en el campo es:

$$v_x = 1,38 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

- 9 PAU Dos partículas de masas m y $4m$ y cargas Q y $3Q$, respectivamente, inciden perpendicularmente, con la misma velocidad, v , en un campo magnético de valor B . Demuestra cómo son, en cada caso, los radios de los círculos que describen, así como sus respectivos períodos de revolución.

Al incidir perpendicularmente al campo magnético, ambas partículas describirán un movimiento circular. Según la expresión 5.12, el radio de las dos órbitas será:

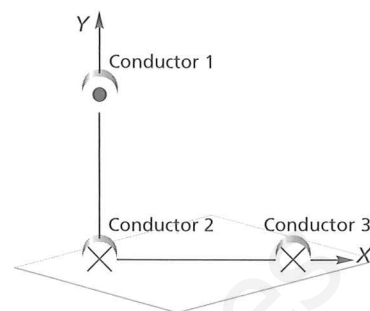
$$r_1 = \frac{mv}{QB} \quad r_2 = \frac{4mv}{3QB} = \frac{4}{3} r_1$$

Por su parte, el periodo de revolución viene dado por la expresión 5.14, es decir:

$$T_1 = \frac{2\pi m}{QB} \quad T_2 = \frac{2\pi 4m}{3QB} = \frac{4}{3} T_1$$

Es decir, tanto el radio como el periodo de revolución de la segunda partícula son $4/3$ de los valores correspondientes a la primera partícula.

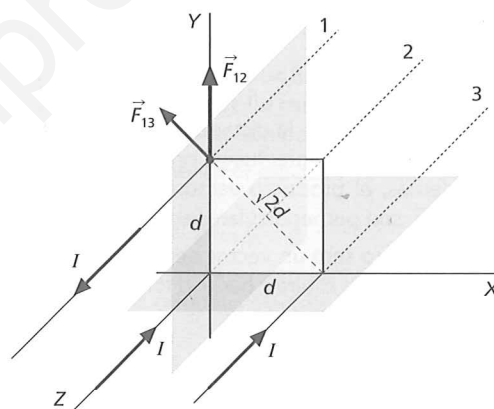
- 10 PAU Tres hilos conductores largos, rectilíneos y paralelos entre sí están situados en tres vértices de un cuadrado de 10 cm de lado, como se indica en la figura. Por los tres circula una intensidad de 20 A, dirigida hacia fuera del papel en el conductor 1, y hacia dentro en el caso de los conductores 2 y 3. Determina, usando el sistema de referencia XY centrado en el conductor 2, la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre el conductor 1, así como su valor.



La fuerza total ejercida sobre el hilo 1 será la suma de las fuerzas que ejercen sobre el mismo los otros dos hilos:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$

El hilo 2 ejerce sobre el 1 una fuerza repulsiva, luego tendrá dirección Y positiva. El hilo 3 ejerce sobre el hilo 1 una fuerza igualmente repulsiva, pero en este caso la fuerza tendrá tanto componente X como componente Y:



Utilizando la expresión de la fuerza que ejerce un hilo sobre otro por unidad de longitud:

$$\frac{\vec{F}_{12}}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \vec{j} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \vec{j}$$

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}_{13}}{l} &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sqrt{2}d} (-\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j}) = \\ &= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \left(-\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{1}{2} \vec{j} \right) \end{aligned}$$

Sumando ambas expresiones, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}_1}{l} &= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} (-\vec{i} + 3\vec{j}) = -4 \cdot 10^{-4} \vec{i} + 1,2 \cdot 10^{-3} \vec{j} \text{ N} \\ \left| \frac{\vec{F}_1}{l} \right| &= 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ N} \end{aligned}$$

- 11 PAU Halla el campo magnético en el centro de una espira circular de 80 cm^2 de superficie por la que circula una corriente de 2 A.

El campo magnético en el centro de una espira circular tiene la dirección del eje de la espira y el sentido que marca la regla de la mano derecha, tal como se observa en la figura 5.33. El módulo de dicho campo es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

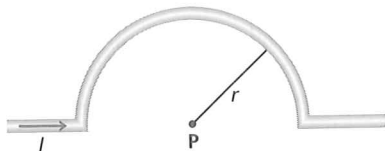
A partir del valor de la superficie podemos averiguar el radio:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cong 0,05 \text{ m}$$

Por tanto:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot 0,05} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

- 12 PAU** Por una espira semicircular de radio $r = 30 \text{ cm}$ circula una corriente de intensidad $I = 20 \text{ A}$. Calcula el campo en el punto P de la siguiente figura.



Aplicando la ley de Biot y Savart, el campo producido por un elemento de corriente $I d\vec{l}$ es:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

El campo producido por los dos tramos horizontales será nulo, pues el producto vectorial del elemento de corriente por el vector $\vec{u}_r$ es nulo en toda su longitud.

Así pues, el campo será el provocado por el tramo semicircular. Integrando en toda su longitud:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Ahora bien, r , es decir, la distancia del elemento de corriente al punto P, es constante, luego podemos sacarla de la integral. Además, el producto vectorial es también constante, pues $d\vec{l}$ y $\vec{u}_r$ son perpendiculares en todo momento.

Dicho producto será un vector de módulo dI , con dirección perpendicular a la espira y hacia el fondo.

Es decir:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \left(\oint dI \right) \vec{k} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \pi r \vec{k} = -\frac{\mu_0 I}{4r} \vec{k}$$

Sustituyendo los datos, resulta:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{4 \cdot 0,3} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

- 13 PAU** Imagina que disponemos un número grande N de conductores rectilíneos muy largos de forma adyacente, de modo que parezcan una lámina. Si por todos ellos circula la misma corriente I en el mismo sentido:

a) Deduce cómo serán las líneas del campo magnético del dispositivo en una superficie perpendicular a los conductores.

b) Demuestra por aplicación del teorema de Ampère que el valor del campo en un punto enfrente de la lámina obtenida viene dado por:

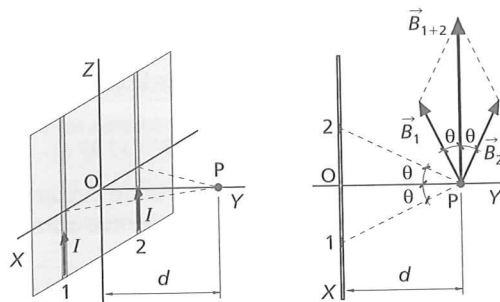
$$B = 1/2 \mu_0 n I$$

donde n es el número de conductores por unidad de

longitud $\left(n = \frac{N}{L} \right)$.

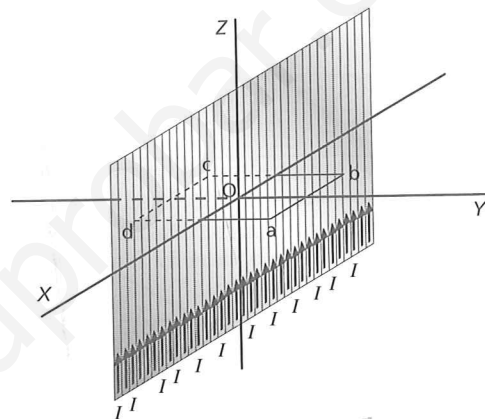
a) Suponemos que los conductores rectilíneos que constituyen la placa son suficientemente largos como para considerarlos indefinidos. También consideramos indefinido el número de conductores.

Imaginemos un punto P situado a una distancia d de la lámina, tal como se observa en la siguiente figura:



Para un conductor rectilíneo 1, siempre podremos encontrar otro conductor simétrico, 2, de modo que la componente Y de los dos campos magnéticos se anula. En consecuencia, el campo será paralelo a la lámina y tendrá la dirección que marque la regla de la mano derecha. En nuestro ejemplo, el campo tiene la dirección X negativa.

- b) Aplicaremos el teorema de Ampère a la curva rectangular abcd del dibujo:



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Ahora bien, las integrales segunda y cuarta de esta expresión valen cero, pues en ellas $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son perpendiculares. Además, por simetría, las integrales primera y tercera son idénticas. Aplicando el teorema de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2 \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2Bl = \mu_0 I_{\text{interior}}$$

En esa expresión, I_{interior} representa la intensidad total encerrada por la curva abcd, que será el producto de l por el número de conductores que hay en la longitud l , esto es, nl . Por tanto:

$$2Bl = \mu_0 I nl \rightarrow B = \mu_0 I n / 2$$

- 14** ¿Cuánto vale el campo magnético en el centro de un solenoide de 500 espiras que tiene una longitud de 30 cm y un radio de 1 cm y por el que circula una intensidad de 2 A?

El campo eléctrico en el interior de un solenoide es paralelo a su eje y su módulo viene dado por la expresión 5.20, es decir, es independiente del radio del solenoide. Sustituyendo los datos:

$$B = \mu_0 N \frac{I}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{500 \cdot 2}{0,3} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Actividades finales (páginas 154/155)

Guía de repaso

- 1** ¿De dónde viene la terminología «polo norte» y «polo sur» aplicada al magnetismo?

Pierre de Maricourt en el año 1269.

- 2 ¿Qué magnitud representa al campo magnético? ¿Qué particularidades tiene?

El campo magnético se representa por la magnitud $\vec{B}$ y se denomina inducción magnética. Se representa mediante líneas de fuerza cerradas y su intensidad varía conforme al inverso del cuadrado de la distancia.

- 3 ¿Cómo varía con la distancia la fuerza con que se atraen o repelen dos polos?

La fuerza con que se atraen o repelen dos polos varía conforme al inverso del cuadrado de la distancia.

- 4 ¿Qué ocurre cuando rompemos un imán por la mitad?

Cuando rompemos un imán por la mitad se generan inmediatamente dos polos en cada fragmento.

- 5 ¿Qué es lo que produce, en última instancia, un campo magnético?

Partículas cargadas en movimiento, es decir, una corriente eléctrica.

- 6 ¿Cómo es la fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento? ¿Qué expresión tiene dicha fuerza?

Su expresión es: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, de forma que es proporcional a la carga y velocidad con que entra en el campo magnético. Además depende de la dirección con que la partícula entra en el campo.

- 7 ¿Cuál es la unidad de inducción magnética en el Sistema Internacional? ¿Cómo se define?

En el SI, el campo magnético se mide en teslas. Se define una tesla como la intensidad de un campo magnético tal que, cuando incide perpendicularmente en él una carga de 1 C a una velocidad de 1 m/s, ejerce sobre la misma una fuerza de 1 N.

- 8 ¿Ejerce un campo magnético uniforme algún tipo de acción sobre una espira o circuito cerrado? ¿En qué condiciones lo hace?

No ejerce fuerza neta, pero, dependiendo de la orientación de la espira en el seno del campo magnético, puede ejercer un par de fuerzas que orienten la espira. Véase el subepígrafe 2.3.

- 9 ¿Qué es el momento magnético? ¿Guarda alguna semejanza con el momento dipolar de un dipolo eléctrico?

Véase el subepígrafe 2.3. Es interesante comparar los campos producidos por un dipolo eléctrico (dos cargas próximas idénticas y de signo opuesto) y uno magnético (una pequeña espira por la que circula corriente). Para puntos alejados, el campo magnético producido por un dipolo magnético tiene la misma forma que el campo eléctrico producido por un dipolo eléctrico. Sin embargo, el campo magnético cercano a una espira es completamente diferente al que existe en las proximidades de un dipolo eléctrico. Baste pensar que hay líneas del campo eléctrico que salen de una carga y entran en la otra, cosa que no existe en un dipolo magnético, donde todas las líneas de campo se cierran sobre sí mismas.

- 10 Resume lo que le ocurre a una partícula con carga positiva que penetra perpendicular u oblicuamente en un campo magnético uniforme.

En el primer caso describe un movimiento circular uniforme y en el segundo caso un movimiento helicoidal.

- 11 ¿Cómo funciona un ciclotrón?

Véase el apartado correspondiente en la página 143.

- 12 ¿Qué podemos decir de las corrientes que circulan por dos conductores paralelos que se repelen?

Que circulan en sentidos opuestos.

- 13 ¿Cómo son las líneas del campo magnético producido por una corriente rectilínea e indefinida? ¿Cuál es la expresión que representa dicho campo?

Las líneas de campo son circunferencias concéntricas donde el vector campo es tangente a dichas líneas. Mediante la expresión 5.17 (página 147 del Libro del alumno).

Acción del campo magnético sobre cargas y corrientes

- 14 En cierta región hay un campo magnético y otro eléctrico que tienen la misma dirección y sentido. Razona lo que ocurre cuando incide en la dirección y sentido de los campos:

a) Un haz de protones. b) Un haz de electrones.

a) El campo magnético no ejerce acción alguna sobre los protones, pues $\vec{v}$ es paralela a $\vec{B}$. Sí lo hace, sin embargo, el campo eléctrico, que los acelera en la dirección del campo.

b) El campo magnético tampoco tiene efecto sobre los electrones, por la misma razón que en el caso anterior. El campo eléctrico, por su parte, los frena e invierte el sentido de su movimiento.

- 15 Un haz de protones incide en dirección perpendicular en los campos de la cuestión anterior. ¿Es posible, bajo alguna circunstancia, que el haz no sufra desviación alguna?

En absoluto; siempre sufrirán desviación, pues las fuerzas magnéticas y eléctricas no se compensan nunca en esas circunstancias, al actuar en direcciones perpendiculares.

- 16 En un instante dado, un electrón se mueve en la dirección $-Z$ en una región donde hay un campo magnético en la dirección $+X$. ¿Cuál es la dirección de la fuerza que actúa?

La fuerza que experimenta el electrón vendrá dada por el producto vectorial:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Si realizamos dicho producto vectorial y tenemos en cuenta el signo menos de la carga del electrón, resulta una fuerza en la dirección Y positiva.

- 17 IPAU Una espira se sitúa de modo que su momento magnético tiene la misma dirección que el campo externo $\vec{B}$ y sentido opuesto. ¿Cuál es el momento del par que actúa sobre ella? ¿Se encontrará en equilibrio estable o inestable? Razona tu respuesta.

El momento del par es 0, pues $M = mB \sin 180^\circ$. Sin embargo, su equilibrio será inestable, ya que cualquier pequeña perturbación producirá el giro de la espira y hará que su momento magnético se oriente a favor del campo. El equilibrio estable se consigue cuando $\vec{m}$ y $\vec{B}$ tienen la misma dirección y sentido.

- 18 ¿Marcará lo mismo un galvanómetro si eliminamos algunas espiras de su bobina o cuadro?

El momento del par que actúa sobre la bobina es $\vec{M} = NI\vec{S} \times \vec{B}$, momento que es compensado por el resorte espiral. A igualdad de intensidad, si reducimos el número de espiras, el momento del par de la bobina será menor, por lo que su tendencia a orientarse a favor del campo magnético disminuirá. La consecuencia de ello es que el galvanómetro marcará un valor menor que el real, es decir, marcará por defecto (véase la figura 5.16).

- 19 IPAU Con una velocidad $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ m/s, un electrón se mueve en una región del espacio en la que el campo magnético viene dado por $\vec{B} = 0,3\vec{i} - 0,02\vec{j}$ T. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre él? ¿Y su módulo?

La fuerza que actúa sobre el electrón es:

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}$$

Sustituyendo los datos:

$$\vec{F} = (-1,6 \cdot 10^{-19}) \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 0,3 & -0,02 & 0 \end{vmatrix} = 9,6 \cdot 10^{-21} \vec{i} + 1,4 \cdot 10^{-19} \vec{j} + 5,4 \cdot 10^{-20} \vec{k} \text{ N}$$

Y, por tanto, su módulo valdrá:

$$F = \sqrt{(9,6 \cdot 10^{-21})^2 + (1,4 \cdot 10^{-19})^2 + (5,4 \cdot 10^{-20})^2}$$

Es decir:

$$F = 1,5 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

- 20 PAU** Una bobina rectangular formada por 30 espiras de 10 cm × 8 cm conduce una corriente de 1,5 A. Se introduce dicha bobina en un campo magnético uniforme de 0,8 T, de modo que la normal al plano de la bobina forma 60° con las líneas del campo.

- a) ¿Cuál es el valor del momento magnético de la bobina?
b) ¿Cuánto vale el momento del par de fuerzas que actúa sobre la bobina?

- a) El momento magnético de la bobina es:

$$m = NIS = 0,36 \text{ A m}^2$$

- b) Teniendo en cuenta que el momento de fuerzas actuante es $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$, el valor de dicho momento del par será:

$$M = mB \sin 60^\circ = 0,249 \text{ N m}$$

Movimiento de partículas cargadas en campos magnéticos

- 21 PAU** ¿Cómo hemos de aplicar dos campos uniformes, uno eléctrico y otro magnético, para que sus respectivas fuerzas sobre una partícula con velocidad v se cancelen? ¿Cuál ha de ser la relación entre sus módulos?

Deben estar cruzados, es decir, ser mutuamente perpendiculares, como se ilustra en la figura 5.23, por ejemplo, y tal y como se ha expuesto al hablar del selector de velocidades.

La relación entre sus módulos ha de ser igual a la velocidad de incidencia de las partículas ($v = E/B$).

- 22** ¿Se podría detener una partícula cargada en un campo magnético uniforme?

No podría detenerse nunca. Si se moviera en la dirección del campo, lo haría con velocidad constante, pues $\vec{F} = 0$, pero si lo hiciera en cualquier otra dirección, llevaría un movimiento helicoidal de avance o un movimiento circular (en caso de que incidiese perpendicularmente).

- 23** ¿Cómo puede usarse el movimiento de una partícula cargada para distinguir un campo eléctrico de uno magnético?

Si la partícula cargada incide en la dirección del campo desconocido y se acelera o decelera, se tratará de un campo eléctrico; por el contrario, si se mueve con velocidad constante, será un campo magnético.

Si incide en dirección perpendicular y sufre una desviación parabólica en la dirección del campo, se tratará de un campo eléctrico, mientras que si sigue una trayectoria circular en dirección perpendicular al campo, estaremos ante un campo magnético.

- 24** ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza magnética sobre una partícula cargada?

El trabajo es nulo, al ser una fuerza centrípeta, perpendicular a la velocidad. De hecho, el campo magnético no modifica la energía cinética de las cargas, tan solo imprime a estas un movimiento circular.

- 25 PAU** Dos iones (Fe^{2+} y Fe^{3+}) penetran en dirección perpendicular a un campo uniforme con la misma velocidad. ¿Cómo son en comparación los períodos de sus revoluciones en el seno del campo? ¿Y los radios de las circunferencias que describen?

El período de revolución viene dado por la expresión:

$$T = \frac{2\pi m}{QB}$$

mientras que el radio que describen es:

$$r = \frac{mv}{QB}$$

En el caso del ion Fe^{2+} , su carga, Q , es igual a $2e$, mientras que en el caso del ion Fe^{3+} la carga Q vale $3e$.

Puesto que todos los demás factores son iguales, la relación entre períodos es:

$$T(\text{Fe}^{2+}) = \frac{3}{2} T(\text{Fe}^{3+})$$

E, igualmente:

$$r(\text{Fe}^{2+}) = \frac{3}{2} r(\text{Fe}^{3+})$$

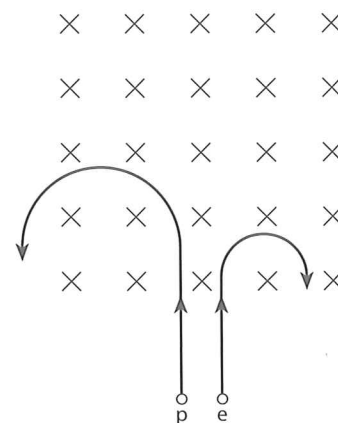
- 26 PAU** Un protón incide en dirección perpendicular a un campo de 3 T. ¿Con qué velocidad debe hacerlo para que el radio de su trayectoria sea de 2 cm?

Si incide perpendicularmente, el radio de su trayectoria vendrá dado por:

$$r = \frac{mv}{QB} \Rightarrow v = \frac{QBr}{m} = 6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- 27 PAU** Un protón y un electrón penetran en dirección perpendicular a un campo magnético entrante hacia el papel. Representa de modo aproximado las trayectorias que describirán, así como la razón entre sus radios. ¿Cuánto tarda cada partícula en completar un círculo si el campo es de 10 T?

Si la velocidad con la que penetran es la misma, el radio del círculo descrito por el protón es mayor que el correspondiente al electrón.



Dichos radios vienen dados por la expresión:

$$r = \frac{mv}{QB}$$

Por tanto, la relación entre ellos será:

$$\frac{r_p}{r_e} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e} \approx 1840 \frac{v_p}{v_e}$$

Puesto que la frecuencia del ciclotrón responde a la expresión:

$$\omega = \frac{Q}{m} B$$

entonces, el tiempo que tarda cada partícula en completar una vuelta viene dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{QB}$$

Sustituyendo los valores correspondientes al protón y al electrón, se obtiene:

$$T_p = 6,56 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

$$T_e = 3,57 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

- 28 PAU** Un ciclotrón ha sido diseñado para acelerar protones. El campo magnético con el que opera es de 1,4 T, y el radio es de 0,5 m. ¿Cada cuánto tiempo tenemos que alternar el voltaje entre las des si no consideramos efectos relativistas? ¿Cuál es la máxima energía en MeV que podría alcanzarse en este ciclotrón?

Debe alternarse el voltaje cada semiperíodo de revolución, es decir:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{QB} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

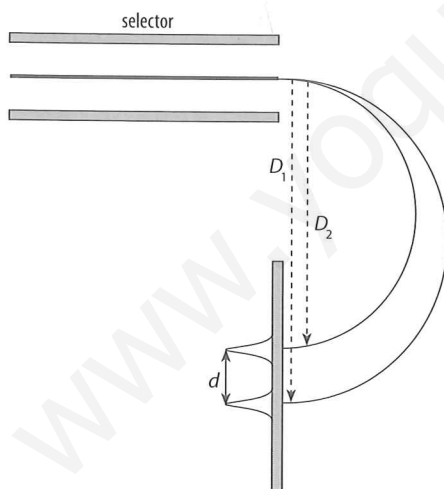
La energía cinética máxima del ciclotrón será:

$$E_{c \text{ máx}} = \frac{Q^2 B^2 r^2}{2m} = 24,5 \text{ MeV}$$

- 29 PAU** Un espectrógrafo de masas utiliza un selector de velocidades consistente en dos placas paralelas separadas 5 mm, entre las que se aplica una diferencia de potencial de 250 V. El campo magnético cruzado en la región de las placas vale 0,5 T. Calcula:

- La velocidad de los iones que entran en el espectrógrafo.
- La distancia entre los picos del registro correspondientes al $^{232}\text{Th}^+$ y al $^{228}\text{Th}^+$ si el campo magnético con el que opera el espectrógrafo en su interior es de 1 T.

La siguiente figura refleja la situación planteada en el enunciado del problema:



- El selector de velocidades selecciona aquellas partículas que, independientemente de su masa, lo atraviesen con una velocidad: $v = E/B$.

donde el campo eléctrico entre las placas es:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = 50\,000 \text{ V/m}$$

Así pues:

$$v = \frac{E}{B} = 10^5 \text{ m/s}$$

- Cuando penetran en el campo de 1 T, los isótopos describen círculos cuyo radio será:

$$r = \frac{mv}{QB}$$

Puesto que v/QB es igual para los dos isótopos mencionados, el radio dependerá de la masa.

Sin embargo, como puede observarse en la figura, la distancia entre los picos es igual a la diferencia entre los diámetros.

Dado que $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, los radios y diámetros de cada isótopo del torio serán:

$$r(^{232}\text{Th}^+) = 0,2407 \text{ m} \Rightarrow \text{diámetro} = 0,4814 \text{ m}$$

$$r(^{228}\text{Th}^+) = 0,2365 \text{ m} \Rightarrow \text{diámetro} = 0,4730 \text{ m}$$

Así pues, la distancia entre los picos será:

$$d = 0,4814 \text{ m} - 0,4730 \text{ m} = 0,0084 \text{ m} = 8,4 \text{ mm}$$

- D30 PAU** Un ion positivo de carga +1 tiene una masa de $3,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. Si se acelera a través de una diferencia de potencial de 300 V para después entrar en dirección perpendicular a un campo magnético de 0,7 T, ¿cuál será el radio de la trayectoria que describirá? ¿Cuál sería el radio si hubiese entrado en el campo formando un ángulo de 60° con él?

La energía cinética que adquiere el ion acelerado es:

$$E_c = Q\Delta V = 4,8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Por lo que su velocidad de entrada será:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 53\,934 \text{ m/s}$$

de modo que el radio de la trayectoria descrita es:

$$r = \frac{mv}{QB} = 0,015 \text{ m}$$

Si incidiera con dicha velocidad formando un ángulo de 60° con el campo, sería la componente perpendicular de la velocidad la que determinaría el valor del radio.

$$r' = \frac{mv_{\text{perp}}}{QB} = \frac{mv \sin 60^\circ}{QB} = 0,013 \text{ m}$$

Campos magnéticos producidos por corrientes

- 31 PAU** Si deseamos que el campo en un punto cualquiera entre dos conductores rectilíneos paralelos sea más intenso que el que correspondería a un único conductor, ¿en qué sentido relativo deberían circular las corrientes?

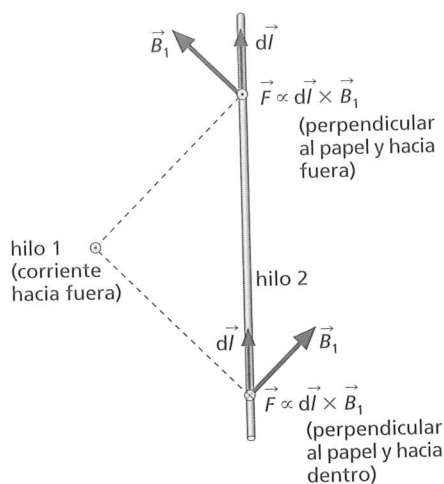
En sentidos opuestos; de ese modo, el sentido de los campos magnéticos producidos por ambos conductores en los puntos intermedios sería el mismo, como puede comprobarse con la regla del pulgar derecho.

- 32** ¿Qué le ocurrirá a un muelle hecho de material conductor si hacemos circular por él una corriente intensa?

El muelle se encogerá, pues cada dos espiras consecutivas portarían corrientes paralelas del mismo sentido, de modo que aparecerán fuerzas atractivas. Sin embargo, en dos puntos diametralmente opuestos de una misma espira, las corrientes circularán en sentidos opuestos, por lo que las fuerzas entre ambos puntos serán repulsivas y tenderán a abrir la espira y aumentar su diámetro. En resumen, las espiras aumentan de diámetro a la vez que se juntan. Podemos decir, pues, que el muelle se comprime y aumenta de diámetro.

- 33** Por dos conductores rectilíneos y perpendiculares se hacen pasar corrientes I_1 e I_2 . ¿Qué efecto producirán?

El campo magnético que genera un conductor produce en el otro fuerzas perpendiculares en cada punto tanto al hilo conductor como a dicho campo. Además, cobra especial relevancia el producto vectorial $d\vec{l} \times \vec{B}$, pues hace que dichas fuerzas tengan distinto sentido a un lado que al otro, tal como se observa en el siguiente dibujo:



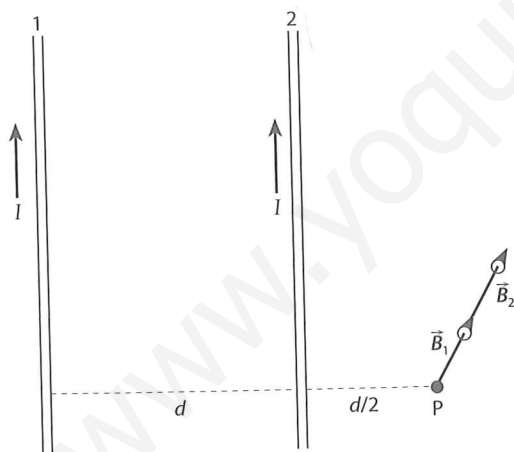
En consecuencia, se genera un par de fuerzas que tiende a orientar ambos conductores.

- 34 ¿Qué ocurrirá si dirigimos un haz de electrones hacia el interior de un solenoide por el que circula una corriente, de manera que aquellos penetren en la dirección del eje principal?

Los electrones se moverán con velocidad constante, sin desviarse, pues el campo en el interior del solenoide es uniforme y tiene la dirección del eje principal.

- 35 **PAU** Por dos conductores rectilíneos y paralelos circula una corriente de intensidad I con el mismo sentido. Si la separación entre ambos es d , calcula el valor del campo magnético en un punto P exterior situado a una distancia $d/2$ de uno de ellos.

La siguiente figura representa la situación planteada en el enunciado del problema:



Los vectores $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tienen la misma dirección y sentido (entrante hacia el papel) y son tangentes a las líneas de fuerza circulares.

Así pues, el campo total será:

$$B_{\text{total}} = B_1 + B_2$$

donde:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d + d/2)} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d}$$

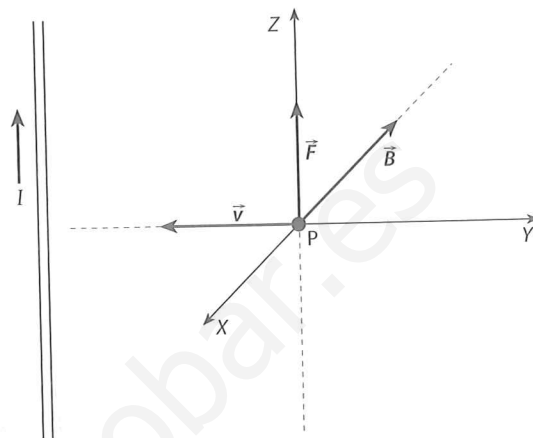
$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d/2} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

Por tanto:

$$B_{\text{total}} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d} + \frac{\mu_0 I}{\pi d} = \frac{4\mu_0 I}{3\pi d}$$

- D36 **PAU** Por un conductor rectilíneo largo circula una corriente de 30 A. Un electrón pasa con una velocidad de $2 \cdot 10^7$ m/s a 2 cm del alambre. Indica qué fuerza actúa sobre él si:

- Se mueve hacia el conductor en dirección perpendicular a este.
 - Se mueve paralelamente al conductor.
 - Se mueve en dirección perpendicular a las dos direcciones anteriores.
- a) La siguiente figura ilustra la situación descrita en el enunciado del problema:



La fuerza que experimente el electrón será la debida al campo originado por la corriente que circula por el conductor. El valor de dicho campo en el punto P , que se encuentra a 2 cm del conductor, es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Y según el sistema de referencia elegido:

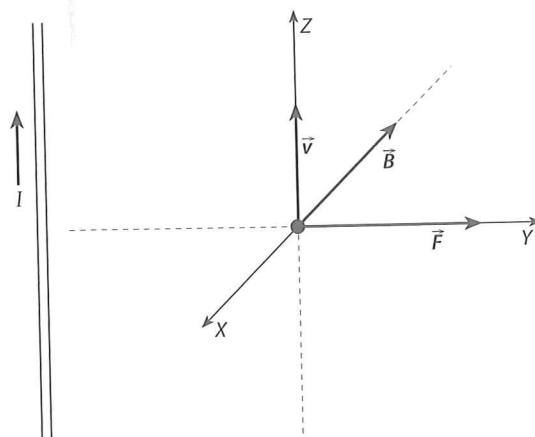
$$\vec{B} = -3 \cdot 10^{-4} \vec{i} \text{ T}$$

Luego, la fuerza que actúa sobre el electrón cuando este incide en el punto P con una velocidad $\vec{v} = -2 \cdot 10^7 \vec{j}$ m/s es:

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B} = 9,6 \cdot 10^{-16} \vec{k} \text{ N}$$

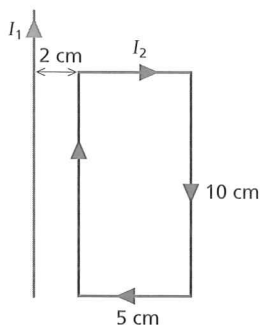
- b) En este caso, si $\vec{v} = 2 \cdot 10^7 \vec{k}$ m/s, la fuerza será:

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B} = 9,6 \cdot 10^{-16} \vec{j} \text{ N}$$



- c) En este tercer caso, se movería en la dirección del campo magnético, por lo que la fuerza que actuaría sería nula.

- 37 **PAU** Una espira rectangular de $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ se sitúa paralela a un conductor rectilíneo de gran longitud a una distancia de 2 cm, como se indica en la figura. Si la corriente que circula por el conductor es de 15 A, y la que circula por la espira en el sentido indicado es de 10 A, ¿cuál es la fuerza neta que obra sobre la espira?



La fuerza neta será la resultante de la fuerza atractiva ($\vec{F}_1$) sobre el segmento paralelo de la izquierda y la fuerza repulsiva ($\vec{F}_2$) sobre el segmento paralelo más alejado:

$$F_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 l}{d} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ N (de atracción)}$$

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 l}{d'} = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ N (de repulsión)}$$

Así pues:

$$F_{\text{total}} = F_1 - F_2 = 1,07 \cdot 10^{-4} \text{ N (de atracción)}$$

- 38 PAU** Una corriente de 30 A recorre un hilo rectilíneo de gran longitud. Una corriente de 10 A circula por un rectángulo, ABCD, cuyos lados BC y AD son paralelos al conductor rectilíneo. Calcula la fuerza ejercida sobre cada lado del rectángulo por el campo magnético creado por el conductor.

Datos: distancia del conductor al lado AD = 10 cm; al lado BC = 20 cm; longitud de AD = 20 cm

En general, la fuerza que el campo magnético creado por la corriente I_1 ejerce sobre cada lado de la espira vendrá dada por:

$$\vec{F} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}$$

- Fuerza sobre el lado AD:

$$B_{AD} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Así pues:

$$\vec{B}_{AD} = -6 \cdot 10^{-5} \vec{i} \text{ T}$$

$$\vec{l}_{AD} = 0,2 \vec{k} \text{ m}$$

Por tanto:

$$\vec{F}_{AD} = I_2 \vec{l}_{AD} \times \vec{B}_{AD} = -1,2 \cdot 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

Es decir, se trata de una fuerza atractiva cuyo módulo es $12 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.

- Fuerza sobre el lado BC:

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Así pues:

$$\vec{B}_{BC} = -3 \cdot 10^{-5} \vec{i} \text{ T}$$

$$\vec{l}_{BC} = -0,2 \vec{k} \text{ m}$$

Por tanto:

$$\vec{F}_{BC} = I_2 \vec{l}_{BC} \times \vec{B}_{BC} = 6 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ N}$$

Es decir, se trata de una fuerza repulsiva cuyo módulo es $6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.

- Fuerza sobre el lado AB:

Consideremos un punto de dicho lado situado a una distancia x del conductor rectilíneo.

El campo magnético vale en él:

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

y la fuerza que actúa sobre un elemento de longitud dx de este lado conductor es:

$$dF_{AB} = I_2 B dx = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} dx$$

Luego, para obtener la fuerza correspondiente a todo el lado AB, hay que integrar la expresión anterior entre $x = 0,1 \text{ m}$ y $x = 0,2 \text{ m}$, esto es:

$$F_{AB} = \int_{0,1}^{0,2} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} [\ln x]_{0,1}^{0,2} =$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{0,2}{0,1} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Esta fuerza está dirigida hacia arriba y es idéntica a la que actúa sobre el lado CD, solo que en este caso está dirigida hacia abajo.

- 39 PAU** ¿Cuántas espiras circulares estrechamente arrolladas deberá tener una bobina de 12,56 mm de radio por la que circula una intensidad de 0,25 A, para que el campo magnético en su centro valga 10^{-4} T ?

El campo en el centro de una bobina formada por N espiras circulares viene dado por la expresión:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2r} \vec{u}_e$$

Es decir, tiene la dirección del eje principal de la bobina; por tanto:

$$N = \frac{2rB}{\mu_0 I} = \frac{2 \cdot 12,56 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 10^{-4} \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 0,25 \text{ A}} = 8$$

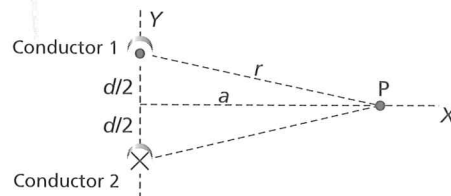
Es decir, la bobina debe tener ocho espiras.

- D40 PAU** Dos conductores largos y paralelos por los que circulan corrientes de intensidad I en sentidos opuestos están separados una distancia d , tal como se aprecia en la figura.

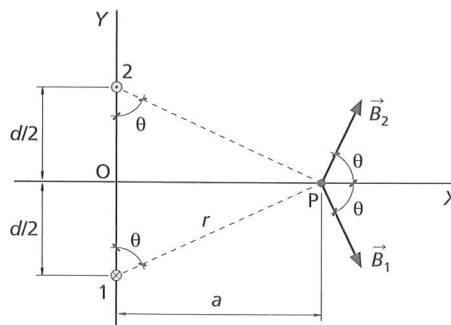
- a) Demuestra que el campo en un punto P cualquiera equidistante de ambos conductores viene dado por la expresión:

$$\vec{B} = \frac{2\mu_0 I d}{\pi(d^2 + 4a^2)} \vec{u}_x$$

- b) Determina, como consecuencia de la anterior expresión general, el valor del campo magnético en el punto medio entre ambos conductores.



- a) En el siguiente dibujo se muestran los campos creados por los dos hilos en el punto P:



El campo magnético total será la suma de los campos creados por ambos hilos conductores. Por simetría, se observa que las componentes Y de los dos campos magnéticos

se anulan mutuamente, mientras que las componentes X se suman. Es decir:

$$B_y = 0$$

$$B_x = 2B_{1x}$$

donde B_{1x} es el campo magnético creado por el conductor 1 en la dirección X . Ahora bien,

$$B_{1x} = B_1 \cos \theta$$

Aplicando la expresión 5.17 y teniendo en cuenta que $\cos \theta = d/2r$, resulta:

$$B_x = 2B_{1x} = \frac{2\mu_0 I}{2\pi r} \frac{d}{2r} = \frac{\mu_0 I d}{4\pi r^2}$$

Ahora bien, $r^2 = d^2/4 + a^2$, luego:

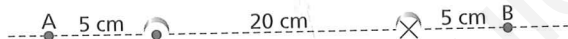
$$B_x = 2B_{1x} = \frac{2\mu_0 I}{4\pi \left(\frac{d^2}{4} + a^2 \right)} = \frac{2\mu_0 I d}{\pi (d^2 + 4a^2)}$$

b) En el punto medio de ambos conductores, $a = 0$, luego:

$$B_x(a=0) = \frac{2\mu_0 I}{\pi d}$$

41 PAU Dos hilos conductores, 1 y 2, rectilíneos, paralelos y muy largos, están separados por una distancia de 20 cm. Por el hilo 1 circula una corriente de intensidad $I = 2$ A dirigida hacia fuera del papel.

- ¿Qué intensidad y en qué sentido debe circular por el conductor 2 para que el campo magnético en el punto A de la figura sea nulo?
- ¿Cuánto valdrá, entonces, el campo magnético en el punto B?
- ¿Qué fuerza actúa en esas condiciones sobre la unidad de longitud de conductor y qué carácter tiene (atractiva o repulsiva)?



a) Los campos magnéticos generados por los hilos 1 y 2 sobre cualquier punto de la recta horizontal que los une serán verticales, si bien pueden estar orientados hacia arriba o hacia abajo. El campo magnético creado por el hilo 1 en el punto A será, aplicando la regla de la mano derecha, hacia abajo, y su módulo vendrá dado por:

$$B_{A1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r d_1} = \frac{\mu_0 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,05}$$

Por su parte, el campo creado por el hilo 2 en dicho punto será:

$$B_{A2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r d_2} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot 0,25}$$

Para que ambos campos se compensen y den un campo resultante nulo, el sentido de corriente en el hilo 2 debe ser opuesto al del hilo 1, es decir, debe ir hacia el fondo del papel. Para determinar el valor de dicha corriente, igualamos ambas expresiones:

$$\frac{\mu_0 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,05} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot 0,25} \Rightarrow I_2 = \frac{2 \cdot 0,25}{0,05} = 10 \text{ A}$$

b) El campo magnético en el punto B será $\vec{B}_B = \vec{B}_{B1} + \vec{B}_{B2}$, donde:

$$B_{B1} = \frac{\mu_0 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,3} \text{ y } B_{B2} = \frac{\mu_0 \cdot 10}{2\pi \cdot 0,05}$$

Ahora bien, $\vec{B}_{B1}$ está dirigido en este caso hacia arriba, y $\vec{B}_{B2}$ hacia abajo. El campo resultante en B será por tanto:

$$B_B = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{2}{0,3} - \frac{10}{0,05} \right) = -3,87 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

El signo menos indica que el campo resultante está dirigido hacia abajo.

c) Sabemos que la fuerza es repulsiva, pues las corrientes circulan en sentidos contrarios. Su valor viene dado por la siguiente expresión:

$$\frac{\vec{F}_{12}}{l} = \frac{\vec{F}_{21}}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 10}{0,2} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$$