Ejercicio 1.-Un oscilador consta de un bloque de 512 g de masa unido a un resorte. En t = 0, se estira 34,7 cm respecto a la posición de equilibrio y se observa que repite su movimiento cada 0,484 segundos. Halle: a) el período, b) la frecuencia, c) la frecuencia angular, d) la constante de fuerza, e) la velocidad máxima, f) la fuerza máxima ejercida sobre el bloque, y g) la ecuación de movimiento (asumiendo que $v(0) = 0$).

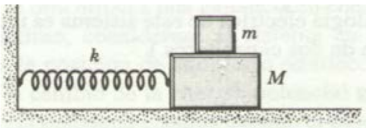
Ejercicio 2.- Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple de acuerdo con la ecuación: $x = 6{,}12 \cos(8{,}38t + 1{,}92)$ con x en metros y t en segundos. Halle: a) el desplazamiento, la velocidad, y la aceleración en el tiempo t = 1,90s y, b) la frecuencia y el período del movimiento.

Ejercicio 3.- El desplazamiento de una partícula está dado por la expresión $x = 4\cos(3\pi\, t+\pi)$, donde x está en metros y t en segundos. Determinar:

a) La frecuencia, la amplitud el período del movimiento y la constante de fase.
b) La velocidad y la aceleración en función del tiempo.
c) La velocidad y aceleración máximas.
d) La aceleración a los 0,25 segundos. Velocidad y aceleración cuando la posición es 1,00 m.

Ejercicio 4.- (de un examen del 2002) – Una partícula de masa **2,0 kg** está unida a un resorte de constante elástica **72 N/m** y se mueve a lo largo del eje x en un movimiento armónico simple. Se observa que en **t = 0,0 s** la velocidad de la partícula es máxima, igual a **4,2 m/s**. Tomando **x = 0,0 m** como la posición de equilibrio del sistema, halla la ecuación de movimiento, de la velocidad y de la aceleración de la partícula. La aceleración a los 0,2m. Halla la velocidad y aceleración para t=1,3seg.

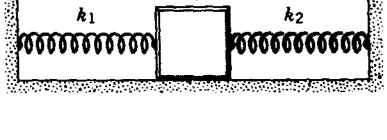
Ejercicio 5.- (de un examen del 2004) Dos bloques (m = 1,22 kg y M = 8,73 kg) y un resorte (k = 344 N/m) están dispuestos sobre una superficie horizontal, sin fricción, como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción estática entre los bloques es de 0,42. Halle la amplitud máxima posible del movimiento armónico simple sin que ocurra un desplazamiento entre los bloques. Determina, entonces, la ecuación de movimiento, de la velocidad y de la aceleración de la partícula



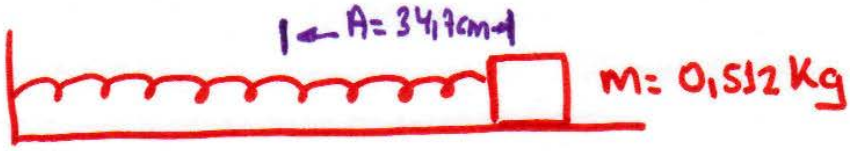
Ejercicio 6.- Un bloque de masa M, en reposo sobre una mesa horizontal sin fricción, está unido a un soporte rígido por medio de un resorte de constante de fuerza k. Una bala de masa m y velocidad v golpea al bloque como se muestra en la figura. La bala se queda empotrada en el bloque. Determine la amplitud del movimiento armónico simple resultante en términos de $m, M, v,$ y k.

Ejercicio 7.- El hecho de que g varíe de un lugar a otro sobre la superficie de la Tierra llevó la atención cuando Jean Richer llevó en 1672 un reloj de péndulo desde París a Cayena, Guayana Francesa, y halló que se atrasaba 2,5 minutos/día. Si $g = 9{,}81$ m/s^2 en París, calcule g en Cayena.

Ejercicio 8.- Dos resortes están unidos a un bloque de masa m que puede deslizar libremente sobre una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura. Demuestre que la frecuencia de oscilación del bloque es : $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}} = \sqrt{\nu_1^{\,2}+\nu_2^{\,2}}$, donde ν_1 y ν_2 son las frecuencias a las que oscilaría el bloque si se uniera solamente al resorte 1 o al resorte 2.



1.-



t=0 seg sale de un extremo, utilizaremos entonces $x = A\cos\omega t$

¿ω? $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{0{,}484} = 13$ rad/seg.

$T = 0{,}484$ seg $\longrightarrow \nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}484} = 2{,}07$ Hz

$\boxed{x = 0{,}347 \cdot \cos(13t)}$

por ejemplo $x(0{,}5\ \text{seg}) = 0{,}347 \cdot \cos(13 \cdot 0{,}5) = 0{,}34$ m

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}512}{(0{,}484)^2} = 86{,}3\ N/m \longrightarrow \boxed{k = 86{,}3\ N/m}$$

$V = -4{,}51\,\text{sen}(13t) \longrightarrow V_{máx} = 4{,}51$ m/seg.

$\longrightarrow V_{min} = 0$ m/seg.

$V(0{,}5) = -4{,}51\,\text{sen}(13 \cdot 0{,}5) = -0{,}97$ m/seg

$a = -58{,}63\cos(13t)$

$\hookrightarrow a_{máx} = 58{,}63\ \frac{m}{s^2}$ $\boxed{\vec{V}(0{,}5) = -0{,}97\vec{i}\ (m/seg)}$

$F_{máx} = m \cdot a_{máx} = 0{,}512 \cdot 58{,}63 = 30N \rightarrow \boxed{F_{máx} = 30N.}$

$F = K \cdot x \rightarrow F_{max} = 86{,}3 \cdot 0{,}347 = 30N$

2.- $x = 6{,}12 \cos(8{,}38t + 1{,}92)$

$x = A \cos(\omega t + \delta)$

$A = 6{,}12\,m$; $\omega = 8{,}38 \frac{rad}{seg}$; $\delta = 1{,}92\,rad$.

$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8{,}38} = 0{,}75\,seg.$

$\hookrightarrow \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}75} = 1{,}33\,Hz$

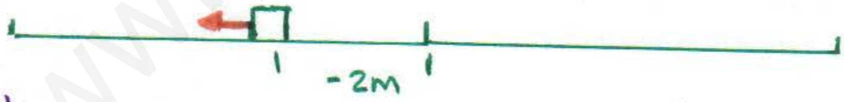
hallamos $V = -51{,}3 \,sen(8{,}38t + 1{,}92)$

vamos a interpretar gráficamente este M.A.S.:

inicialmente sale del punto $x = 6{,}12 \cos(8{,}38 \cdot 0 + 1{,}92)$

$x = 6{,}12 \cos 1{,}92 = -2{,}09\,m$

$\vec{V}(0) = -48{,}2\vec{i}$



y tiene una velocidad de $V(0) = -51{,}3 \,sen 1{,}92 = -48{,}2\,m/s$

$a = -430 \cos(8{,}38t + 1{,}92)$

para $t = 1{,}90$ seg x, V y a valen:

$$x = 6{,}12 \cos(8{,}38 \cdot 1{,}90 + 1{,}92) = 3{,}27 \text{ m}$$

$$V = -51{,}3 \,\text{sen}(8{,}38 \cdot 1{,}90 + 1{,}92) = -45{,}3 \text{ m/seg.}$$

$$a = -430 \cos(8{,}38 \cdot 1{,}90 + 1{,}92) = -229{,}5 \text{ m/seg}^2$$

——— o ——— o ———

3._ $x = 4\cos(3\pi t + \pi)$; $x = A\cos(\omega t + \delta)$ $\Rightarrow$ $A = 4$ m ; $\omega = 3\pi$ rad/seg. ; $\delta = \pi$ rad

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{3\cancel{\pi}} \rightarrow T = \frac{2}{3} \text{ seg.}$$

$$\nu = \frac{3}{2} \text{ Hz}$$

$$V = -12\pi \,\text{sen}(3\pi t + \pi)$$

$$a = -36\pi^2 \cos(3\pi t + \pi)$$

valores máximos: $V_{máx} = 12\pi \frac{m}{seg}$; $a_{máx} = 36\pi^2 \frac{m}{s^2}$

posición inicial:

$x(0 \text{ seg}) = 4\cos(3\pi \cdot 0 + \pi) = 4 \cdot \cos(\pi) = -4$ m.

$V(0) = 0$ m/seg.

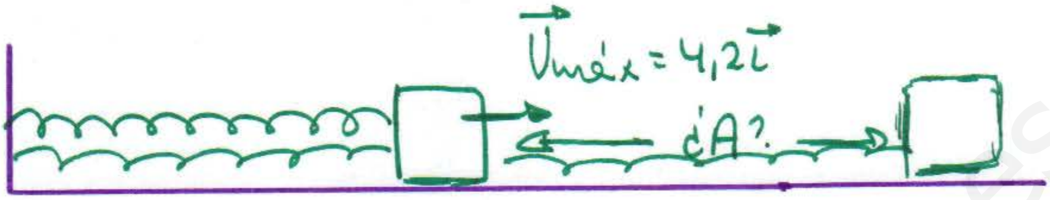
$\vec{a}(0) = 36\pi^2 \,\vec{i}$ (m/s²)

$x(0{,}25 \text{ seg}) = 4\cos(3\pi \cdot 0{,}25 + \pi) = 2{,}83$ cm

$V(0{,}25 \text{ seg}) = -12\pi \,\text{sen}(3\pi \cdot 0{,}25 + \pi) = 26{,}6$ m/seg.

4._ $m = 2\,Kg$ $\quad K = 72\ N/m$

en $t = 0{,}0\,seg \rightarrow V_{max} = 4{,}2\,m/seg \Rightarrow$ SALE DEL CENTRO $\rightarrow$



¿cómo determinamos A?

$$V = -A\omega \cos \omega t \Rightarrow V_{max} = A\omega = 4{,}2\,m/seg.$$

despejo $\omega \rightarrow A = \frac{4{,}2}{\omega} = \frac{4{,}2}{6} = \underline{0{,}7\,m.}$

¿ω? $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/3} = \frac{6\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = 6\,rad/seg$

¿T? $\rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{72}} = \frac{\pi}{3}$

otra forma de calcular A: $E_c = U_{elast}$

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m V^2 \\ U_{elast} = \frac{1}{2} K x^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}} m V_{max}^2 = \cancel{\frac{1}{2}} K \cdot A^2$$

$$A^2 = \frac{M}{K} V_{max}^2 \rightarrow A = V_{máx}\sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$A = 4{,}2\sqrt{\frac{2}{72}} = \frac{4{,}2}{6} = \underline{0{,}7\,m.}$$

S._

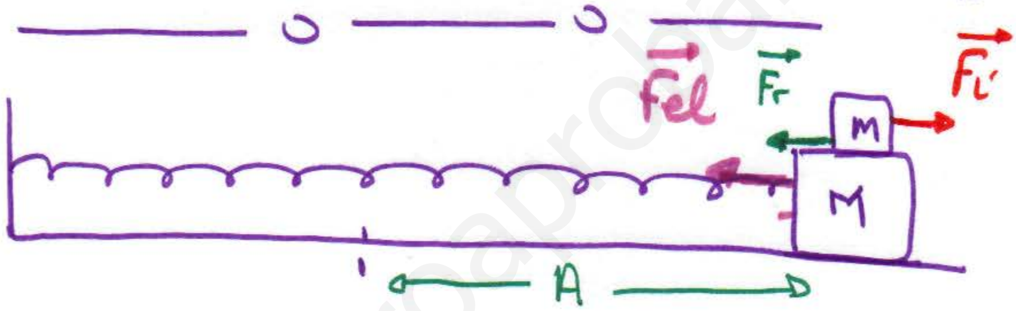
$x = A \operatorname{sen} \omega t = 0{,}7 \operatorname{sen} 6t$

$$\left.\begin{array}{l} x = 0{,}7 \operatorname{sen} 6t \\ V = -4{,}2 \cos 6t \\ a = -25{,}2 \operatorname{sen} 6t \end{array}\right\} \xrightarrow[t = 1{,}3\,seg]{} \left\{\begin{array}{l} x = 0{,}7 \operatorname{sen} 6 \cdot 1{,}3 = 0{,}69\,m. \\ V = -4{,}2 \cos 6 \cdot 1{,}3 = -0{,}22\,m/s \\ a = -25{,}2 \operatorname{sen} 6 \cdot 1{,}3 = -25{,}1\,\frac{m}{s^2} \end{array}\right.$$

$a = -\omega^2 \cdot x = -6^2 \cdot 0{,}2 = -7{,}2\,m/s^2 \Rightarrow a = -7{,}2\,m/s^2$

——— o ——— o ———

S._



exigimos que $F_i = F_r$

$M = 8{,}73\,kg$

$m = 1{,}22\,kg.$

$K = 344\,N/m.$

$\mu = 0{,}42$

$m \cdot a = \mu N$

$\cancel{m} a = \mu \cancel{m} g$

$a = 0{,}42 \cdot 10 = 4{,}2\,m/seg^2$ aceleración máxima.

sabemos que $a = \omega^2 \cdot x$

por tanto $a_{máx} = \omega^2 \cdot A = 4{,}2 \Rightarrow A = \frac{4{,}2}{\omega^2}$

donde $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}07} = 5{,}88\,rad/seg$ $\quad A = \frac{4{,}2}{5{,}88^2} \rightarrow$

y $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{9{,}95}{344}} = 1{,}07\,seg.$

6.–

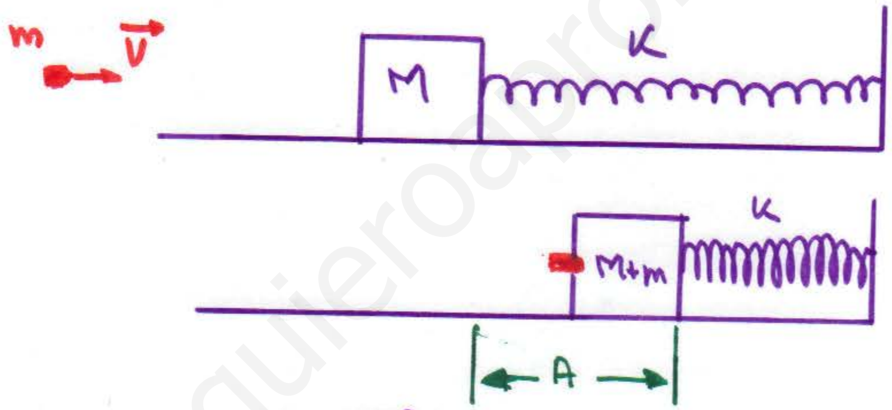
$A = 0{,}12\ m.$ deformación máxima del resorte.

$x = A\cos\omega t = 0{,}12\cos 5{,}88\,t$

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= 0{,}12\cos 5{,}88\,t \\ v(t) &= -0{,}70\ \text{sen}\,5{,}88\,t \\ a(t) &= -4{,}20\cos 5{,}88\,t \end{aligned}}$$

———— o ———— o ————

6.–



Choque inelástico: $\vec{P}_A = \vec{P}_D \Rightarrow m\cdot V = (M+m)\cdot V_d$

$$V_d = \frac{M}{M+m}\cdot V$$

con esta velocidad el bloque comprime el resorte: PIERDE = GANA $\Rightarrow E_c = U_{elast}$

$$\frac{1}{2}(M+m)\cdot V_d^2 = \frac{1}{2}K\cdot A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{(M+m)}{K}\cdot\left(\frac{m}{M+m}\cdot V\right)^2$$

de donde: $A^2 = \frac{\cancel{(M+m)}}{K}\cdot\frac{m^2}{(M+m)^{\cancel{2}}}\cdot V^2 \Rightarrow \boxed{A = \frac{mV}{\sqrt{K(M+m)}}}$

7._ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ París

$T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}}$ Cayena

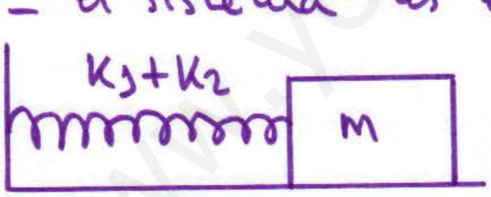
dividiendo: $\dfrac{T}{T'} = \dfrac{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g'}}} \rightarrow \dfrac{T}{T'} = \dfrac{\sqrt{\frac{l}{g}}}{\sqrt{\frac{l}{g'}}}$

$\dfrac{T}{T'} = \sqrt{\dfrac{\cancel{l}/g}{\cancel{l}/g'}} \rightarrow \dfrac{T}{T'} = \sqrt{\dfrac{g'}{g}} \rightarrow \dfrac{g'}{g} = \left(\dfrac{T}{T'}\right)^2$

y por tanto $g' = g\left(\dfrac{T}{T'}\right)^2$

$g' = 9{,}81 \cdot \left(\dfrac{1440}{1437{,}5}\right)^2 = 9{,}84\ m/seg^2 \rightarrow \boxed{g' = 9{,}84\ m/s^2}$

8._ el sistema es equivalente al siguiente:



y como $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{K}}$

nos queda que $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{K_1+K_2}}$ y al ser $\nu = \dfrac{1}{T}$

resulta que $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{\frac{M}{K_1+K_2}}} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K_1+K_2}{M}}$

$\boxed{\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K_1+K_2}{M}}}$ (0)

partiendo de esta igualdad vamos a demostrar la segunda:
si los resortes estuviesen unidos por separado nos quedaría:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow \nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}} \Rightarrow \nu_1^2 = \frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{k_1}{m} \quad (*)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} \Rightarrow \nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}} \Rightarrow \nu_2^2 = \frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{k_2}{m} \quad (**)$$

despejando k_1 de $(*)$:

$$k_1 = 4\pi^2 m \nu_1^2$$

y k_2 de $(**)$: $k_2 = 4\pi^2 m \nu_2^2$

sustituyendo en (o)

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4\pi^2 m\nu_1^2 + 4\pi^2 m \nu_2^2}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4\pi^2 \cancel{m}(\nu_1^2+\nu_2^2)}{\cancel{m}}}$$

$$\nu = \frac{1}{\cancel{2\pi}}\cdot\cancel{2\pi}\sqrt{\nu_1^2+\nu_2^2} \longrightarrow \boxed{\nu = \sqrt{\nu_1^2+\nu_2^2}}$$