Departamento de Física e Química	**Física 2º Bacharelato** Ondas y gravitación 14/12/07 Nombre:	

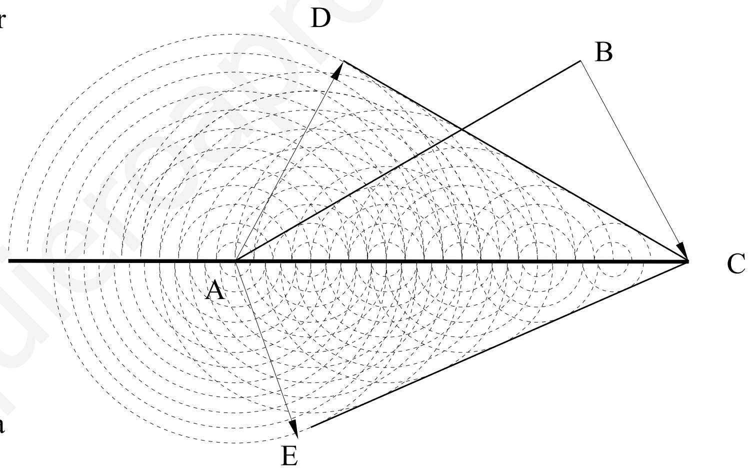
Problema

1. Un satélite de 100 kg tarda 100 minutos en describir una órbita circular alrededor de la Tierra. Calcula:
   a) La energía potencial del satélite. [2 Puntos]
   b) La velocidad con la que se estrellará contra la superficie terrestre cuando, sin pérdida apreciable de energía, acabe desviándose y cayendo sobre el planeta. [2 Puntos]
   Datos: R_T = 6 370 km
   Solución

Cuestiones

2. Encuentra una ecuación que relacione como varía el período de un péndulo con el período al nivel del mar y la altura, a medida que asciende por una montaña. [2 Puntos]
   Solución

3. El principio de Huygens permite demostrar la 2ª ley de Snell de la refracción basándose en que:

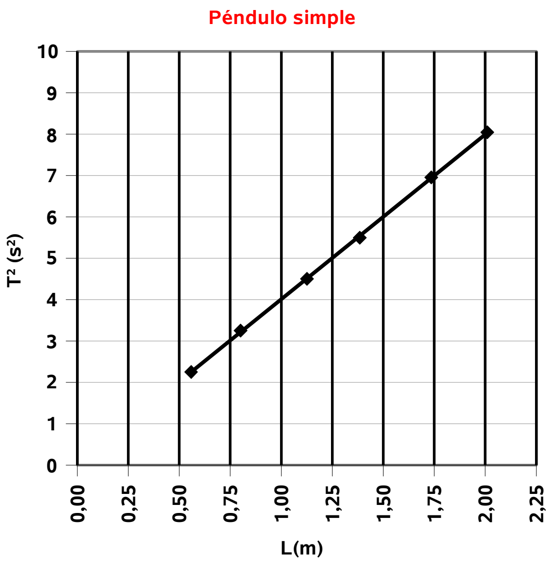


   A. La onda recorre distancias iguales en tiempos iguales en ambos medios. AE = BC
   B. Los triángulos ABCA y AECA formados por el frente de onda AB (EC), el rayo BC (AE) y la superficie AC de separación entre ambos medios son semejantes, pero no iguales.
   C. En el tiempo en que el extremo B del frente de onda incidente tarda en llegar a la superficie AC de separación entre ambos medios, la onda esférica generada en el segundo medio en el punto A, recorre una distancia AE proporcional a la velocidad de la onda en el segundo medio. [1 Punto]
   Solución

4. Comenta la siguiente afirmación, razonando si es verdadera o falsa: En una onda esférica, la amplitud disminuye con el cuadrado de la distancia al foco emisor. [1 Punto]
   Solución

Laboratorio

En la práctica del péndulo simple, un grupo de alumnos obtuvo la siguiente gráfica. Calcula el valor de *g* a partir de la pendiente. [2 Puntos]
Solución



Soluciones

Problemas

1. Un satélite de 100 kg tarda 100 minutos en describir una órbita circular alrededor de la Tierra. Calcula:
a) La energía potencial del satélite.
b) La velocidad con la que se estrellará contra la superficie terrestre cuando, sin pérdida apreciable de energía, acabe desviándose y cayendo sobre el planeta.
Rta.: a) E_p = -5,58×10^9 J b) v_{suelo} = 8,32 km/s

EXAMEN PROBLEMA CUESTIÓN 2 CUESTIÓN 3 CUESTIÓN 4 LABORATORIO

Solución:

a) La energía potencial de un cuerpo de masa *m* en un campo gravitatorio creado por una masa *M*, cuando se encuentra a una distancia *r* es:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

Al no tener los datos de la masa de la Tierra ni la constante *G* de la gravitación universal, usamos el hecho de que en la superficie de la Tierra, el peso *m·g* de un objeto de masa *m* es la fuerza con la que la Tierra lo atrae:

$$m \cdot g_0 = G\frac{M_T m}{R_T^2}$$

de donde

$$G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2$$

Para calcular el radio *r* de la órbita del satélite, usamos la 2ª ley de Newton, ya que despreciamos los demás influencias y suponemos que la única fuerza que actúa sobre el satélite de masa *m* es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra:

$$F_G = G\frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a$$

Suponiendo una órbita circular de radio *r*, (la distancia desde el centro del satélite al centro de la Tierra), la aceleración es un aceleración normal, ya que está dirigida en todo momento hacia el centro de la Tierra, y puede expresarse como:

$$a = a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como no existe aceleración tangencial, el movimiento es circular uniforme, con una velocidad angular *ω* constante y un período *T*, de modo que:

$$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

sustituyendo esta expresión de la velocidad en la aceleración:

$$a = a_N = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$$

que con la primera ecuación da:

$$G\frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$$

simplificando y reordenando queda:

$$\frac{G \cdot M_\text{T}}{4\pi^2}=\frac{r^3}{T^2}$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{G \cdot M_\text{T} \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

Utilizando la igualdad $G \cdot M_\text{T} = g_0 \cdot R_\text{T}^2$ y sustituyendo valores:

$$r=\sqrt[3]{\frac{g_0 \cdot R_\text{T}^2 \cdot T^2}{4\pi^2}}=\sqrt[3]{\frac{9{,}81[\text{m/s}^2]\cdot(6{,}37\times10^6[\text{m}])^2\cdot(6{,}00\times10^3[\text{s}])^2}{4\pi^2}}=7{,}13\times10^6\ \text{m}$$

Análisis: La altura de este satélite $h = 7{,}13\times10^6 - 6{,}37\times10^6 = 0{,}80\times10^6$ m = 800 km *es compatible con el período ya que los satélites en órbitas bajas (*300 – 400 km *de altura) tienen períodos de hora y media y a mayor altura mayor período, por la tercera ley de Kepler.*

La energía potencial del satélite será:

$$E_\text{p}=-G\frac{M_\text{T}\cdot m}{r}=\frac{-g_0 \cdot R_\text{T}^2 \cdot m}{r}=\frac{-9{,}81[\text{m/s}^2]\cdot(6{,}37\times10^6[\text{m}])^2\cdot 100[\text{kg}]}{7{,}13\times10^6[\text{m}]}=-5{,}58\times10^9\ \text{J}$$

b) Si no hay pérdida de energía, al ser la fuerza gravitatoria una fuerza conservativa:

$$(E_\text{p} + E_\text{c})_\text{órbita} = (E_\text{p} + E_\text{c})_\text{suelo}$$

La energía cinética del satélite en la órbita es:

$$E_\text{c} = \tfrac{1}{2}\, m\, \text{v}^2$$

Como la fuerza gravitatoria es la única que actúa sobre el satélite, le produce una aceleración normal, por lo que

$$F_\text{G}=G\frac{M_\text{T}\cdot m}{r^2}=m\cdot a=m\cdot\frac{\text{v}^2}{r}$$

$$G\frac{M_\text{T}}{r}=\text{v}^2$$

La energía cinética del satélite en la órbita es:

$$E_\text{c}=\frac{1}{2}m\,\text{v}^2=\frac{1}{2}m\,G\frac{M_\text{T}}{r}=\frac{1}{2}\frac{G\,M_\text{T}\,m}{r}=-\frac{1}{2}E_\text{p}$$

Por lo que la energía mecánica del satélite en la órbita será:

$$(E_\text{p} + E_\text{c})_\text{órbita} = E_\text{p} + (-\tfrac{1}{2} E_\text{p}) = \tfrac{1}{2} E_\text{p} = -2{,}29\times10^9\ \text{J}$$

En el suelo, la energía potencial es:

$$E_\text{p suelo}=-G\frac{M_\text{T}\cdot m}{R_\text{T}}=\frac{-g_0\cdot R_\text{T}^2\cdot m}{R_\text{T}}=-g_0\cdot R_\text{T}\cdot m=-9{,}81[\text{m/s}^2]\cdot 6{,}37\times10^6[\text{m}]\cdot 100[\text{kg}]=-6{,}25\times10^9\ \text{J}$$

Por lo que la energía cinética con la que se estrellará será:

$$E_\text{c suelo} = -2{,}29\times10^9 - (-6{,}25\times10^9) = 3{,}46\times10^9\ \text{J}$$

que corresponde a una velocidad de:

$$\text{v}_\text{suelo}=\sqrt{\frac{2\cdot E_\text{c suelo}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}46\times10^9[\text{J}]}{100[\text{kg}]}}=8{,}32\times10^3\ \text{m/s}=8{,}32\ \text{km/s}$$

Análisis: Dado que la velocidad es inferior a la velocidad de escape de la Tierra (v_esc = 11,2 km/s*) pero del mismo orden de magnitud, la solución parece aceptable.*

Cuestiones

2. Encuentra una ecuación que relacione como varía el período de un péndulo con el período al nivel del mar y la altura, a medida que asciende por una montaña.

Rta.: aumenta según $T_{\text{h}}=T_0\left(1+\frac{h}{R_{\text{T}}}\right)$

Examen Problema Cuestión 2 Cuestión 3 Cuestión 4 Laboratorio

Solución:

El período T de un péndulo de longitud l, viene dado por la expresión:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

en la que g es la aceleración de la gravedad.
Como la aceleración de la gravedad es igual al campo gravitatorio (en sistemas inerciales y despreciando la rotación terrestre), y varía con la altura h según:

$$g_{\text{h}}=G\frac{M_{\text{T}}}{r^2}=G\frac{M_{\text{T}}}{(R_{\text{T}}+h)^2}=g_0\frac{R_{\text{T}}^2}{(R_{\text{T}}+h)^2}$$

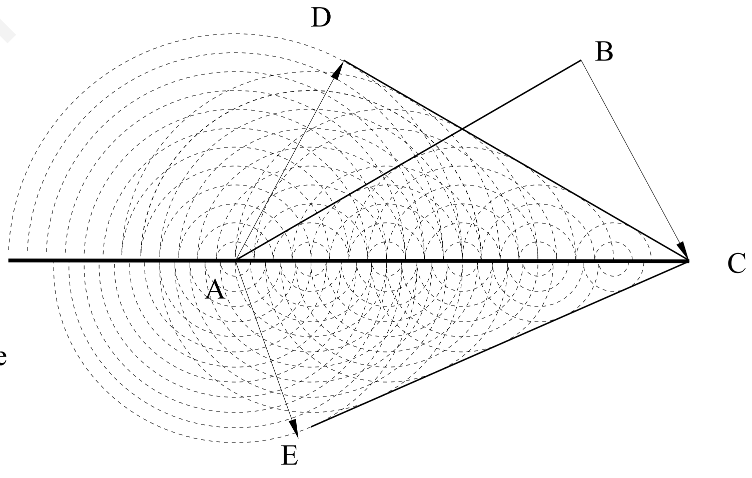
Al nivel del mar, el período será:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$$

A una altura h, el período T_{h} será:

$$T_{\text{h}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{\text{h}}}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}\frac{(R_{\text{T}}+h)^2}{R_{\text{T}}^2}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}\frac{R_{\text{T}}+h}{R_{\text{T}}}=T_0\left(1+\frac{h}{R_{\text{T}}}\right)$$

3. El principio de Huygens permite demostrar la 2ª ley de Snell de la refracción basándose en que:
A. La onda recorre distancias iguales en tiempos iguales en ambos medios. AE = BC
B. Los triángulos ABCA y AECA formados por el frente de onda AB (EC), el rayo BC (AE) y la superficie AC de separación entre ambos medios son semejantes, pero no iguales.
C. En el tiempo en que el extremo B del frente de onda incidente tarda en llegar a la superficie AC de separación entre ambos medios, la onda esférica generada en el segundo medio en el punto A, recorre una distancia AE proporcional a la velocidad de la onda en el segundo medio.

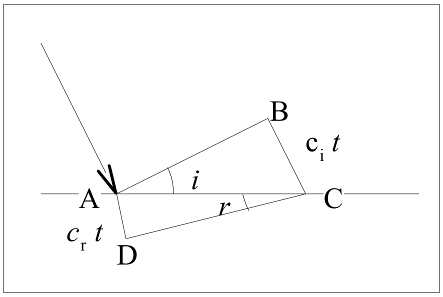


Examen Problema Cuestión 2 Cuestión 3 Cuestión 4 Laboratorio

Solución:

El principio de Huygens dice que cualquier punto alcanzado por un frente de ondas se convierte en un nuevo foco emisor de ondas, y que el nuevo frente de ondas se construye cómo la envolvente de los frentes creados por los nuevos focos.
Cuando un frente de ondas llega la un plano de separación entre dos medios, una parte de él lo atraviesa y pasa al segundo medio, dando lugar a un frente de ondas refractado.

Si c_i es la velocidad de la onda en el medio incidente y c_r es velocidad de la onda en el segundo medio, en el diagrama siguiente la línea AB representa el frente de onda incidente en el momento en que uno de sus extremos toca el plano de separación.
Durante el tiempo t en el que la onda que viajaba por el primero medio recorre la distancia BC = $c_i\, t$, la onda generada con foco en A se propaga por el segundo medio y recorre la distancia AD = $c_r\, t$.



De los triángulos BAC y ACD se pode deducir

$$\frac{sen\ \hat{i}}{sen\ \hat{r}}=\frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AD}{AC}}=\frac{BC}{AD}=\frac{c_i t}{c_r t}=\frac{c_i}{c_r}$$

Por lo tanto, la respuesta correcta es la C, ya que el ángulo de refracción ∠r está relacionado con el ángulo de incidente ∠i por la ecuación anterior (2ª ley de Snell).

4. Comenta la siguiente afirmación, razonando si es verdadera o falsa: En una onda esférica, la amplitud disminuye con el cuadrado de la distancia al foco emisor.

Examen Problema Cuestión 2 Cuestión 3 Cuestión 4 Laboratorio

Solución: F

La energía de una onda viene dada por la expresión:

$$E = ½\, m\, v_{max}^2 = ½\, m\, (A\omega)^2 = 2\, \pi^2\, m\, A^2 f^2$$

donde m es la masa de una partícula del medio, A la amplitud de la onda y f la frecuencia.
En una onda esférica, la energía se reparte entre una superficie cada vez mayor, la intensidad será:

$$I = E / S \cdot t = E / (4\pi R^2\, t)$$

La relación de las intensidades de la onda en dos puntos 1 y 2 que distan del foco emisor unas distancias R_1 y R_2 es

$$I=\frac{E}{S\cdot t}=\frac{E}{4\pi R^2 t}$$

La intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. La relación de las intensidades de la onda en dos puntos 2 y 1 que distan del foco emisor unas distancias R_2 y R_1 es

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_1^2}{R_2^2}$$

pero como las intensidades son directamente proporcionales a los cuadrados de las amplitudes

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{A_2^2}{A_1^2}$$

igualando

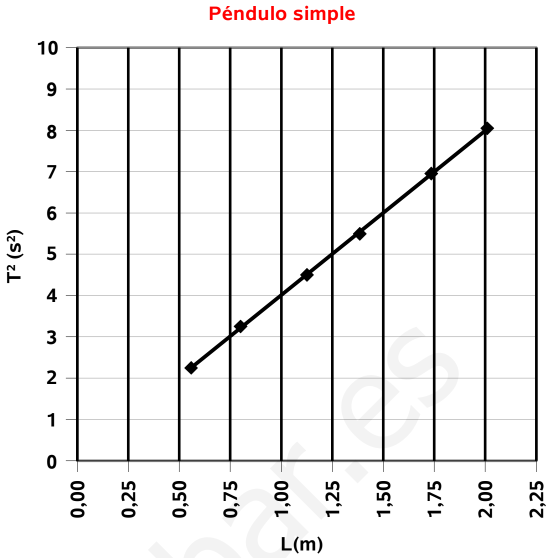
$$\frac{A_2^2}{A_1^2}=\frac{R_1^2}{R_2^2}$$

$$\frac{A_2}{A_1}=\frac{R_1}{R_2}$$

las amplitudes son inversamente proporcionales a las distancias al foco. Es falsa.

Laboratorio

En la práctica del péndulo simple, un grupo de alumnos obtuvo la siguiente gráfica. Calcula el valor de *g* a partir de la pendiente.



EXAMEN PROBLEMA CUESTIÓN 2 CUESTIÓN 3 CUESTIÓN 4 LABORATORIO

Solución:

Se eligen dos puntos de la recta lo más separados posible para minimizar el error.

La pendiente entre los puntos (0,75; 3) y (2,00; 8) es:

$$\frac{\Delta T^2}{\Delta L}=\frac{8{,}0-3{,}0}{2{,}00-0{,}75}=4{,}0\ \text{s}^2/\text{m}$$

De la ecuación del periodo del péndulo:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

se deduce una relación lineal entre los cuadrados de los períodos T^2 y las longitudes L de los péndulos.

$$T^2=\frac{4\pi^2}{g}L$$

que, al representar los cuadrados de los períodos T^2 en el eje de ordenada y las longitudes L de los péndulos en el eje de abscisas da una recta cuya pendiente es:

$$\frac{\Delta T^2}{\Delta L}=\frac{4\pi^2}{g}$$

Despejando el valor de la aceleración de la gravedad g:

$$g=\frac{4\pi^2}{\Delta T^2/\Delta L}=\frac{4\pi^2}{4{,}0}=\pi^2=9{,}9\ \text{m/s}^2$$

que es un resultado bastante aceptable.