Actividades del final de la unidad

1. Razona la veracidad o la falsedad de la siguiente proposición: «En el movimiento ondulatorio hay transporte de materia y de energía».

La proposición es falsa. En el movimiento ondulatorio solo se transmite energía. Las partículas no se desplazan, sino que vibran alrededor de su posición de equilibrio.

2. Las ondas se pueden clasificar en longitudinales y transversales. Indica una diferencia relevante entre ellas y pon algún ejemplo de ambas.

La diferencia deriva de la relación entre la dirección de propagación de la onda y la dirección de oscilación:

- En las ondas longitudinales, ambas direcciones coinciden. Un ejemplo típico son las ondas sonoras.
- En las ondas transversales, la dirección de propagación es perpendicular a la dirección de oscilación. Las ondas electromagnéticas son un ejemplo típico de ondas transversales.

3. ¿A qué es debido el nombre de ondas mecánicas? ¿Y por qué se las denomina también ondas materiales?

Las ondas mecánicas reciben este nombre porque en ellas se transporta energía mecánica. También se las denomina **ondas materiales,** ya que necesitan un **medio material** para propagarse.

4. Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío. ¿Significa esto que no pueden propagarse en un medio material?

Las ondas electromagnéticas se llaman así porque transportan energía electromagnética producida por cargas eléctricas aceleradas o circuitos eléctricos oscilantes. Las ondas electromagnéticas, a diferencia de las ondas mecánicas, que necesitan un medio material para propagarse, pueden propagarse en cualquier medio, como, por ejemplo, el agua.

La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas depende del medio en el que se propaguen. Su valor máximo lo alcanzan en el vacío.

5. La frecuencia de un movimiento ondulatorio es 75 Hz. Sabiendo que para recorrer 125 m de un determinado medio tarda 0,1 s, calcula la longitud de onda en dicho medio.

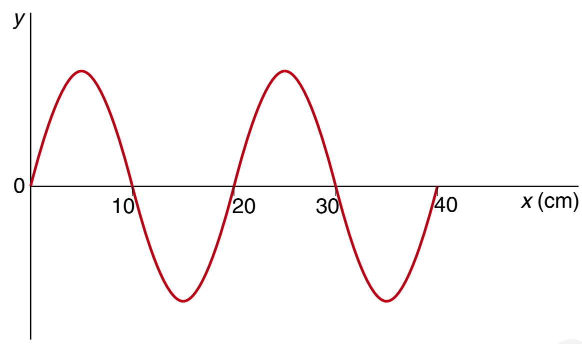
Como el movimiento ondulatorio se propaga con m.r.u., su velocidad de propagación será:

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow v = \frac{125\ \text{m}}{0{,}1\ \text{s}} = 1\,250\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Teniendo en cuenta la relación entre la velocidad, v, la frecuencia, f, y la longitud de onda, λ, esta última será:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1\,250\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{75\ \text{s}^{-1}} = 16{,}67\ \text{m}$$

6. La siguiente figura representa una onda transversal cuya frecuencia es de 75 Hz.



Calcula:

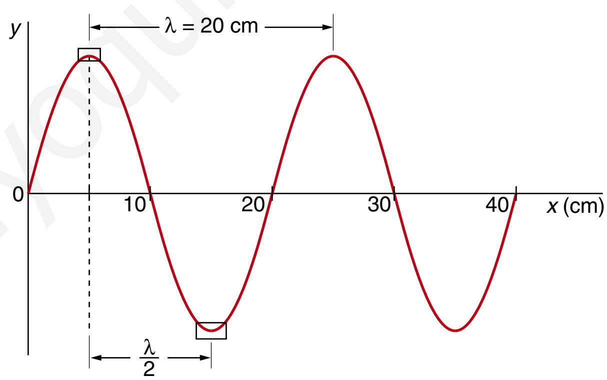
a) La velocidad con que se propaga la onda.

b) El desfase que muestran dos puntos separados 5 cm. Expresa el resultado en fracción de onda, en grados y en radianes.

a) De la figura observamos que λ = 20 cm. Con este dato, podemos obtener la velocidad de propagación, v:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow v = 0{,}2 \text{ m} \cdot 75 \text{ s}^{-1} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Dos crestas opuestas están desfasadas media longitud de onda o π radianes (180°), tal y como muestra la figura:



De acuerdo con ella, podemos establecer la siguiente proporción:

$$\frac{\lambda/2}{10 \text{ cm}} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{1}{4} \cdot \lambda$$

Es decir, un cuarto de longitud de onda o, lo que es lo mismo, 90° o $\pi/2$ rad.

7. Una pequeña bola de plomo cae en una piscina llena de agua, originando una onda armónica que tarda 4 s en recorrer 12 m. Si la distancia entre dos crestas consecutivas es de 30 cm, determina:

a) La velocidad de propagación de la onda.

b) Su frecuencia angular.

a) Como las ondas se propagan con velocidad constante, siempre y cuando el medio sea homogéneo e isótropo, tenemos:

$$s = v \cdot t \ \rightarrow \ v = \frac{s}{t} = \frac{12 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La frecuencia angular, ω, se define como:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Puesto que la distancia entre dos crestas consecutivas es, precisamente, la longitud de onda, tenemos:

$$\lambda = v \cdot T \ \rightarrow \ 0{,}3 \text{ m} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot T \ \rightarrow \ T = 0{,}1 \text{ s}$$

Por tanto, la frecuencia angular resulta:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}1 \text{ s}} = 20 \cdot \pi \text{ rad/s}$$

8. ¿Es lo mismo velocidad de propagación y velocidad de vibración en una onda?

No. En una onda armónica tenemos dos frecuencias y dos velocidades distintas: las de la onda en su conjunto y las que afectan al m.a.s. de cada punto del medio.

Las dos **frecuencias coinciden,** es decir, cada punto del medio oscila con una frecuencia idéntica a la de propagación de la onda.

Sin embargo, las velocidades son muy diferentes, tanto conceptual como numéricamente. La **velocidad de propagación de la onda** o **velocidad de fase** es constante y se calcula con la ecuación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

La velocidad con que vibra cada punto de la onda, o **velocidad de vibración,** no es constante, ya que corresponde a la de un m.a.s. Se calcula mediante la expresión:

$$v = \omega \cdot A \cdot cos\,(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

9. Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal cuya frecuencia es de 500 Hz. Sabiendo que dos puntos cuya diferencia de fase vale π/2 rad, están separados una distancia mínima de 10 cm, determina:

a) La longitud de onda.

b) La velocidad de propagación.

a) La ecuación general de una onda armónica es:

$$y\,(x,\,t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

donde la expresión $\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$ se denomina fase. Por tanto, podremos escribir, de acuerdo con el enunciado:

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot x_1}{\lambda}\right) - \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot x_2}{\lambda}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Simplificando, nos queda:

$$\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (x_2 - x_1) = \frac{\pi}{2} \ \rightarrow \ \lambda = 4 \cdot (x_2 - x_1) = 4 \cdot 0{,}1 = 0{,}4 \text{ m}$$

A este mismo resultado podemos llegar sabiendo que dos puntos separados una distancia igual a la longitud de onda tienen una diferencia de fase $2 \cdot \pi$ rad. Luego:

$$\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{d} \rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\Delta\varphi} \cdot d \rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\pi/2} \cdot 0{,}1 \text{ m} = 0{,}4 \text{ m}$$

b) Si el medio es homogéneo e isótropo, la onda se propaga con velocidad constante, $s = v \cdot t$; por tanto:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} \rightarrow v = \lambda \cdot f = 0{,}4 \text{ m} \cdot 500 \text{ s}^{-1} = 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

10. Se hace vibrar el extremo de una cuerda de forma que a través de ella se propaga una onda con una amplitud de 0,2 m, un período de π s y una velocidad de 1,5 m · s^{-1}:

a) Escribe la ecuación de la onda.

b) Indica qué cambios son de esperar si: I) aumentamos el período de la vibración; II) variamos la tensión de la cuerda.

a) La ecuación general de una onda armónica que se propaga transversalmente en el sentido positivo del eje X toma la forma:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

donde A es la amplitud; T, el período, y λ, la longitud de onda.

Como la onda se propaga con movimiento uniforme, tenemos:

$$\lambda = v \cdot T \rightarrow \lambda = 1{,}5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \pi \text{ s} = 1{,}5 \cdot \pi \text{ m}$$

Por tanto, la ecuación de la onda será:

$$y = 0{,}2 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{\pi} - \frac{x}{1{,}5 \cdot \pi}\right)\right] = 0{,}2 \cdot sen\left(2 \cdot t - \frac{4}{3} \cdot x\right)$$

b) I) Si aumentamos el período, la frecuencia disminuirá, ya que son magnitudes inversamente proporcionales. Por otro lado, como la velocidad ha de mantenerse constante, al no haber cambio de medio de propagación, y se cumple la siguiente relación: $v = \lambda/T$, al aumentar el período ha de aumentar en la misma medida la longitud de onda.

II) Si varía la tensión de la cuerda, F, y dado que la velocidad de propagación es constante para cada medio según $v = \sqrt{F/\eta}$, siendo η la densidad lineal de la cuerda, ha de cambiar la densidad de esta en la misma proporción.

11. Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal de 10 cm de amplitud, frecuencia 50 Hz y velocidad de propagación 15 m/s. Determina:

a) La ecuación que describe a esta onda.

b) Para qué valor o valores del tiempo es máximo el valor de *y* cuando *x* = 1 m.

a) La ecuación general de una onda armónica es:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

La amplitud de la onda es: $A = 0{,}1$ m. Por otro lado, los valores del período, T, y de la longitud de onda, λ, son:

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ s}^{-1}} = 0{,}02 \text{ s} \rightarrow \lambda = v \cdot T \rightarrow \lambda = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}02 \text{ s} = 0{,}3 \text{ m}$$

En cuanto al valor de φ_0, dado que el enunciado no nos da más datos, supondremos que vale cero, $\varphi_0 = 0$. Por tanto, la ecuación que describe a esta onda es:

$$y(x, t) = 0{,}1 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t - \frac{10}{3} \cdot x\right)\right]$$

b) El valor máximo de y se obtiene cuando:

$$sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t - \frac{10}{3} \cdot x\right)\right] = 1 \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t - \frac{10}{3} \cdot x\right) = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi \cdot n$$

Sustituyendo el valor $x = 1$, tenemos que:

$$2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t - \frac{10}{3}\right) = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi \cdot n \rightarrow t = 0{,}072 + \frac{1}{50} \cdot n = 0{,}072 + n \cdot T$$

12. Una onda sinusoidal, que avanza con una velocidad de 10 m/s desde un punto *O* que consideramos el origen del eje *X*, tiene una amplitud de 2,5 cm y una frecuencia de 50 Hz:

a) Determina la longitud de onda.

b) Escribe la correspondiente ecuación de onda.

c) Calcula la elongación para x = 10 cm, t = 1 s.

a) Aplicando la ecuación $\lambda = v \cdot T$ y multiplicando valores, se obtiene:

$$\lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{1}{f} \rightarrow \lambda = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \frac{1}{50 \text{ s}^{-1}} = 0{,}2 \text{ m}$$

b) La ecuación general que describe el movimiento ondulatorio armónico es:

$$y(x, t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Como el enunciado no proporciona los suficientes datos, supondremos que $\varphi_0 = 0$, por lo que, al sustituir los datos de los que disponemos, nos queda:

$$y(x, t) = 0{,}025 \cdot sen\ [2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 5 \cdot x)]$$

donde:

$$\frac{1}{T} = f = 50 \text{ s}^{-1} \quad ; \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}2 \text{ m}} = 5 \text{ m}^{-1}$$

c) En el punto $x = 0{,}1$ m y en el instante $t = 1$ s, la elongación, y, vale:

$$y = (0{,}1 \text{ m}, 1 \text{ s}) = 0{,}025 \cdot sen\ [2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot 1 - 5 \cdot 0{,}1)] = 0$$

13. Una onda que se propaga en el sentido negativo del eje *X* tiene 25 cm de longitud de onda. Si el foco emisor vibra con una frecuencia de 50 Hz, una amplitud de 5 cm y fase inicial nula, determina:

a) La ecuación de la onda.

b) El instante en el que un punto que se encuentra a 5 cm del origen tiene, por primera vez, velocidad nula.

a) La ecuación general de una onda armónica unidimensional que se propaga en el sentido negativo del eje X toma la forma:

$$y(x, t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

De los datos del enunciado tenemos que:

$$A = 0{,}05 \text{ m} \quad ; \quad \lambda = 0{,}25 \text{ m} \quad ; \quad \varphi_0 = 0 \text{ rad} \quad ; \quad f = 50 \text{ Hz} \;\rightarrow\; T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ s}^{-1}} = 0{,}02 \text{ s}$$

Por tanto, la ecuación de la onda será:

$$y(x, t) = 0{,}05 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{0{,}02} + \frac{x}{0{,}25}\right)\right] = 0{,}05 \cdot sen\,[2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t + 4 \cdot x)]$$

$$y = 0{,}05 \cdot sen\,(100 \cdot \pi \cdot t + 8 \cdot \pi \cdot x)$$

b) La ecuación de la velocidad la obtenemos derivando con respecto al tiempo la ecuación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt} \;\rightarrow\; v = \frac{d}{dt}\,[0{,}05 \cdot sen\,(100 \cdot \pi \cdot t + 8 \cdot \pi \cdot x)] =$$

$$= 5 \cdot \pi \cdot cos\,(100 \cdot \pi \cdot t + 8 \cdot \pi \cdot x$$

la velocidad se hace cero si $cos\,(100 \cdot \pi \cdot t + 8 \cdot \pi \cdot x) = 0$; la primera vez que esto ocurre se debe cumplir lo siguiente:

$$100 \cdot \pi \cdot t + 8 \cdot \pi \cdot x = \frac{\pi}{2}$$

El instante de tiempo que corresponde a $x = 0{,}05$ m es:

$$100 \cdot t + 8 \cdot 0{,}05 = \frac{1}{2} \;\rightarrow\; 100 \cdot t = 0{,}1 \;\rightarrow\; t = 0{,}001 \text{ s}$$

14. Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación, dada en unidades del S.I.:

$$\boldsymbol{y = 0{,}5 \cdot cos\,(2 \cdot t - 0{,}2 \cdot x)}$$

Calcula:

a) La longitud de onda.

b) La velocidad de propagación.

c) El estado de vibración, la velocidad y la aceleración de un punto de la cuerda situado en *x* = 0,25 m cuando *t* = 1 s.

a) La función de onda puede expresarse con la función coseno del siguiente modo:

$$y = A \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Comparándola con la ecuación de la onda proporcionada por el enunciado tenemos que:

$$\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = 0{,}2 \;\rightarrow\; \lambda = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}2} = 10 \cdot \pi \text{ m}$$

b) Como las ondas se propagan con movimiento uniforme y rectilíneo ($s = v \cdot t$), tenemos que $\lambda = v \cdot T$, por lo que para calcular la velocidad de propagación, necesitamos obtener, en primer lugar, el valor del período.

Análogamente al caso anterior, comparando la ecuación general y la ecuación de la onda de nuestro problema, calculamos el período y, con este, la velocidad de propagación:

$$\frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \;\rightarrow\; T = \pi \text{ s} \quad ; \quad v = \frac{\lambda}{T} \;\rightarrow\; v = \frac{10 \cdot \pi \text{ m}}{\pi \text{ s}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) La ecuación de la velocidad es:

$$v = \frac{dy}{dt} \rightarrow v = \frac{d}{dt}[0{,}5 \cdot cos\ (2 \cdot t - 0{,}2 \cdot x)] = -sen\ (2 \cdot t - 0{,}2 \cdot x)$$

y la de la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt}[-sen\ (2 \cdot t - 0{,}2 \cdot x)] = -2 \cdot cos\ (2 \cdot t - 0{,}2 \cdot x)$$

Por tanto, para conocer la posición (estado de la vibración), la velocidad y la aceleración del punto situado en x = 0,25 m en el instante t = 1 s, sustituimos estos valores en las respectivas ecuaciones:

$$y(0{,}25,\ 1) = 0{,}5 \cdot cos\ (2 \cdot 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}25) = -0{,}185 \text{ m}$$

$$v(0{,}25,\ 1) = -sen\ (2 \cdot 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}25) = -0{,}929 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a(0{,}25,\ 1) = -2 \cdot cos\ (2 \cdot 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}25) = +0{,}74 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

15. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal en el sentido negativo del eje de abscisas, siendo 15 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y amplitud 5 cm, determina:

a) La velocidad de propagación de la onda.

b) La expresión de la función de onda si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas y en el instante *t* = 0 la elongación es nula.

c) La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda.

d) La aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

a) La longitud de onda es, precisamente, la distancia entre dos puntos que oscilan en fase; por tanto:

$$\lambda = 15 \text{ cm} = 0{,}15 \text{ m}$$

Como las ondas se propagan con movimiento uniforme, la velocidad de propagación de la onda será:

$$\lambda = v \cdot T \rightarrow \lambda = v \cdot \frac{1}{f} \rightarrow v = \lambda \cdot f = 0{,}15 \text{ m} \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 7{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La expresión matemática de una onda que se propaga en el sentido negativo del eje X es:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Para determinar φ_0 utilizamos las condiciones iniciales (en t = 0, la elongación del punto en x = 0 vale cero; es decir, $y(0,\ 0) = 0$). Entonces:

$$y(0,\ 0) = 0 = A\ sen\ \varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

Sustituyendo valores en la expresión general de la función de onda, tenemos:

$$y(x,\ t) = 0{,}05 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]$$

c) La ecuación de la velocidad la obtenemos derivando la ecuación de la posición respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} \rightarrow v = \frac{d}{dt}\left(0{,}05 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]\right) =$$

$$= 0{,}05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]$$

Es decir:

$$v = 5 \cdot \pi \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]$$

La velocidad máxima de oscilación se obtiene cuando:

$$cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right] = 1$$

Por tanto:

$$v_{máx} = 5 \cdot \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

d) La ecuación de la aceleración se obtiene derivando la ecuación de la velocidad respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt}\left(5 \cdot \pi \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]\right) =$$

$$= -5 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]$$

Es decir:

$$a = -500 \cdot \pi^2 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right]$$

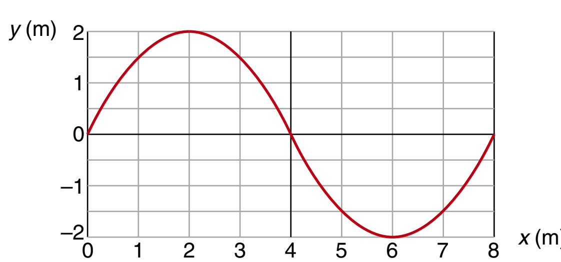
La aceleración máxima se alcanza cuando:

$$sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(50 \cdot t + \frac{x}{0{,}15}\right)\right] = -1$$

Entonces:

$$a_{máx} = 500 \cdot \pi^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

16. La siguiente figura representa una onda transversal que se propaga en el sentido positivo de las *x*:



a) Escribe la ecuación de la onda sabiendo que se propaga con una velocidad de 15 m/s.

b) Calcula la velocidad con que vibra un punto situado en *x* = 5 m, así como la velocidad máxima que puede tener.

a) La ecuación general que describe a una onda armónica unidimensional toma la forma:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

A partir de la figura podemos obtener el valor de la amplitud y la longitud de onda:

$$A = 2\ \text{m}\ \ ;\ \ \lambda = 8\ \text{m}$$

El valor del período es:

$$\lambda = v \cdot T\ \rightarrow\ 8\ \text{m} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot T\ \rightarrow\ T = 0{,}53\ \text{s}$$

Por tanto, la ecuación de la onda es:

$$y(x,\ t) = 2 \cdot sen\ [2 \cdot \pi \cdot (1{,}875 \cdot t - 0{,}125 \cdot x)] = 2 \cdot sen\ (11{,}8 \cdot t - 0{,}785 \cdot x)$$

b) Para hallar la ecuación de la velocidad, derivamos con respecto al tiempo la ecuación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt}\ \rightarrow\ v = \frac{d}{dt}\ [2 \cdot sen\ (11{,}8 \cdot t - 0{,}785 \cdot x)] = 23{,}6 \cdot cos\ (11{,}8 \cdot t - 0{,}785 \cdot x)$$

Por tanto, la velocidad con que vibra un punto situado en $x = 5$ m es:

$$v = 23{,}6 \cdot cos\ (11{,}8 \cdot t - 0{,}785 \cdot x) = 23{,}6 \cdot cos\ (11{,}8 \cdot t - 3{,}925)$$

El valor máximo de la velocidad se alcanza cuando $cos\ (11{,}8 \cdot t - 3{,}925 \cdot x) = 1$; luego:

$$v_{máx} = 23{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

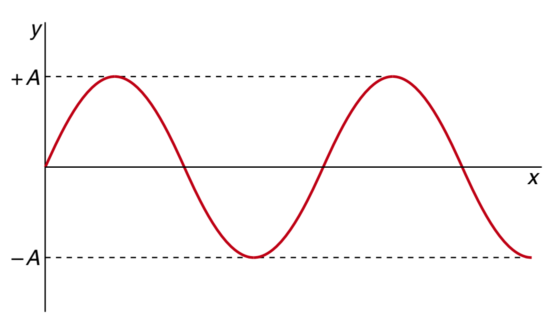
17. Explica el significado de la doble periodicidad de la ecuación de una onda armónica.

La ecuación de una onda armónica que se propaga en una sola dimensión es:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

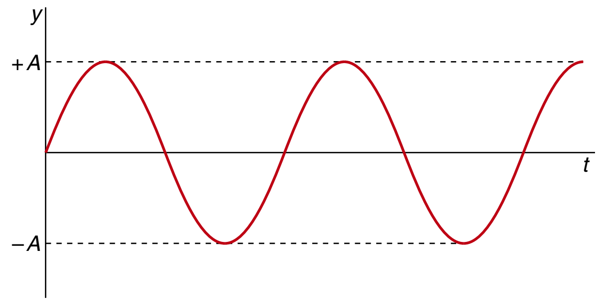
y nos indica que es doblemente periódica, es decir, periódica con respecto a la posición y periódica con respecto al tiempo.

Así, al representar $y = f(x,\ t)$, para un instante de tiempo dado, t, al ir dando valores a x obtenemos la siguiente gráfica:



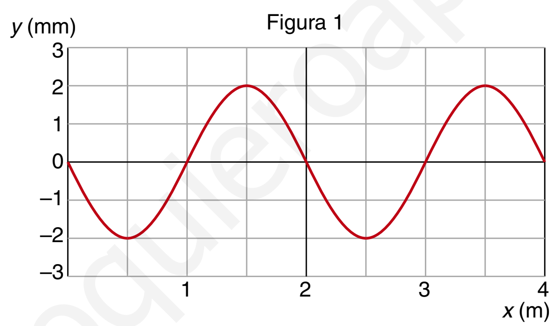
Esta gráfica nos muestra la posición de cada punto de la onda en ese instante dado. Como vemos, los puntos separados una distancia igual a la longitud de onda están en el mismo estado de vibración (igual valor de la elongación, velocidad y aceleración).

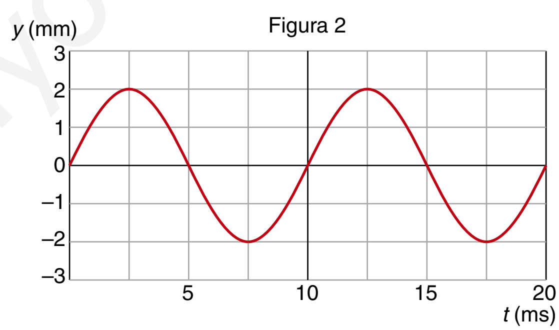
Si ahora tomamos un valor fijo de la posición, y vamos dando valores al tiempo, observamos una periodicidad temporal:



En este caso, la gráfica muestra que la posición de un punto dado de la onda alrededor de su posición de equilibrio se repite periódicamente.

18. Una onda transversal armónica se propaga en el sentido positivo del eje *OX*. En la primera figura se muestra el perfil de la onda en t = 0 s, y en la segunda se representa el desplazamiento transversal del punto de la cuerda situado en x = 0.





a) Escribe la ecuación de la onda.

b) Calcula su velocidad de propagación.

Fe de erratas de la primera edición: En la primera figura del enunciado del libro del alumno, y debe aparecer expresado en mm, no en metros.

a) A partir de las figuras del enunciado podemos obtener las magnitudes que caracterizan a la onda necesarias para escribir su ecuación: amplitud, A; período, T, y longitud de onda, λ:

$$A = 2 \text{ mm} \quad ; \quad \lambda = 2 \text{ m} \quad ; \quad T = 10 \text{ ms}$$

La ecuación general que describe a una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Por tanto, la ecuación de la onda, expresada en unidades S.I., vale

$$y(x,\ t) = 0{,}002 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{0{,}01} - \frac{x}{2}\right) + \varphi_0\right]$$

Para calcular la fase, φ_0, sustituimos los valores iniciales, que obtenemos a partir de las figuras del enunciado, quedando:

$$0 = 0{,}002 \cdot sen\ (2 \cdot \pi \cdot [(0 - 0) + \varphi_0]) \ \rightarrow\ \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

Por tanto, la ecuación de la onda es, finalmente:

$$y(x,\ t) = 0{,}002 \cdot sen\left(2 \cdot \pi \cdot \left[\left(\frac{t}{0{,}01} - \frac{x}{2}\right)\right]\right)$$

b) La velocidad con la que se propaga la onda la calculamos como sigue:

$$v = \frac{\lambda}{T} \ \rightarrow\ v = \frac{2 \text{ m}}{0{,}01 \text{ s}} = 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

19. Una onda armónica (f = 100 Hz; A = 1 m; v = 5 m/s) se propaga en el sentido positivo del eje X. Si cuando x = 0 y t = 0, y = 0,5 m, determina:

a) Su ecuación y la diferencia de fase entre dos puntos separados 10 cm.

b) La velocidad y la aceleración máximas de un punto del medio de la onda.

a) La ecuación general de una onda armónica que se propaga a lo largo del eje X es:

$$y(x,\ t) = A \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Para determinar la ecuación de la onda propuesta en el enunciado, necesitamos calcular λ y φ_0. Las otras dos magnitudes, la amplitud, A, y el período, T, valen:

$$A = 1 \text{ m} \ ;\ T = \frac{1}{f} \ \rightarrow\ T = \frac{1}{100 \text{ s}^{-1}} = 0{,}01 \text{ s}$$

Como las ondas se propagan con movimiento uniforme y rectilíneo, $s = v \cdot t$, tenemos que:

$$\lambda = v \cdot T \ \rightarrow\ \lambda = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}01 \text{ s} = 0{,}05 \text{ m}$$

Para calcular la fase inicial, φ_0, sustituimos los valores en el instante inicial, x = 0 m, t = 0 s, y = +0,5 m. Es decir:

$$0{,}5 = 1 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0}{0{,}01} - \frac{0}{0{,}05}\right) + \varphi_0\right] \ \rightarrow\ 0{,}5 = sen\ \varphi_0 \ \rightarrow\ \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Por tanto, la ecuación que describe a esta onda es:

$$y\ (x,\ t) = sen\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right]$$

Entre el punto x_1 y el punto x_2, separados 10 cm, 0,1 m, la diferencia de fase, $\Delta\varphi$, vale:

$$\Delta\varphi = [2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x_1)] - [2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x_2)]$$

Simplificando y teniendo en cuenta que $x_2 - x_1$ vale 0,1 m, nos queda:

$$\Delta\varphi = 20 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (x_2 - x_1) \ \rightarrow\ \Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 0{,}1 = 4 \cdot \pi \text{ rad}$$

b) La ecuación de la velocidad la obtenemos derivando la ecuación de la onda respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} \rightarrow v = \frac{d}{dt}\left(sen\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right]\right) =$$

$$= 200 \cdot \pi \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right]$$

La ecuación de la aceleración la obtenemos derivando la ecuación de la velocidad respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt}\left(200 \cdot \pi \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right]\right)$$

$$a = -(200 \cdot \pi)^2 \cdot sen\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right] = -(200 \cdot \pi)^2 \cdot y$$

El valor máximo de la velocidad se alcanza cuando:

$$cos\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right] = 1$$

Y el de la aceleración:

$$sen\left[2 \cdot \pi \cdot (100 \cdot t - 20 \cdot x) + \frac{\pi}{6}\right] = -1$$

Por tanto, tendremos:

$$v_{máx} = 200 \cdot \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad ; \quad a_{máx} = 4 \cdot \pi^2 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

20. Determina cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica (v = 125 m/s; f = 75 Hz) para que se encuentren en estados opuestos de vibración.

La ecuación general de un movimiento ondulatorio puede escribirse como:

$$y = A \cdot sen\ (\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

donde $\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0$ representa el ángulo de fase (en radianes). Si dos puntos se encuentran en estados opuestos de vibración, se cumplirá que la diferencia de fase entre ambos es de $(2 \cdot n + 1) \cdot \pi$ radianes. Por tanto, podemos escribir que:

$$\Delta\varphi = (\omega \cdot t - k \cdot x_1 + \varphi_0) - (\omega \cdot t - k \cdot x_2 + \varphi_0) = (2 \cdot n + 1) \cdot \pi$$

Simplificando, nos queda:

$$k \cdot (x_2 - x_1) = (2 \cdot n + 1) \cdot \pi$$

Teniendo en cuenta la expresión del número de ondas, k, tendremos:

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \rightarrow \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (x_2 - x_1) = (2 \cdot n + 1) \cdot \pi \rightarrow x_2 - x_1 = \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot \lambda}{2}$$

La longitud de onda es:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{125 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{75 \text{ s}^{-1}} = \frac{5}{3} \text{ m}$$

Por tanto, la distancia entre ambos puntos debe cumplir la siguiente relación:

$$x_2 - x_1 = \frac{5}{6} \cdot (2 \cdot n + 1) \text{ m}$$

21. Para una onda armónica, con f = 500 Hz y v = 300 m/s, determina:

a) La distancia mínima, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con $\Delta\varphi$ = 60°.

b) La diferencia de fase de la oscilación en un cierto punto en un intervalo de tiempo de t = 0,01 s.

a) La ecuación general de una onda armónica es:

$$y(x, t) = A \cdot sen \left[2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

donde la expresión:

$$2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0$$

se denomina fase.

La longitud de onda, λ, vale:

$$\lambda = v \cdot T \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{500 \text{ s}^{-1}} = 0{,}6 \text{ m}$$

Por tanto, la fase de esta onda toma la expresión:

$$2 \cdot \pi \cdot \left(500 \cdot t - \frac{x}{0{,}6}\right) + \varphi_0$$

Como la diferencia de fase entre los dos puntos es 60°, $\pi/3$ rad, tenemos:

$$\frac{\pi}{3} = \left[2 \cdot \pi \cdot \left(500 \cdot t - \frac{x_1}{0{,}6}\right) + \varphi_0\right] - \left[2 \cdot \pi \cdot \left(500 \cdot t - \frac{x_2}{0{,}6}\right) + \varphi_0\right] = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}6} \cdot (x_2 - x_1)$$

Luego, la distancia mínima que pide el enunciado es:

$$x_2 - x_1 = \frac{0{,}6}{2 \cdot 3} = 0{,}1 \text{ m}$$

b) Utilizando de nuevo la expresión concreta de la fase de esta onda, será:

$$\Delta\varphi = \left[2 \cdot \pi \cdot \left(500 \cdot t_1 - \frac{x}{0{,}6}\right) + \varphi_0\right] - \left[2 \cdot \pi \cdot \left(500 \cdot t_2 - \frac{x}{0{,}6}\right) + \varphi_0\right] = 2 \cdot \pi \cdot 500 \cdot (t_1 - t_2)$$

Entonces, la diferencia de fase pedida resulta:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot 500 \cdot 0{,}01 = 10 \cdot \pi \text{ rad}$$

22. Explica cómo varían, con la distancia, la amplitud y la intensidad de las ondas esféricas.

La intensidad de una onda la podemos expresar en función de la potencia que lleva asociada, P, y de la superficie por la que se propaga, S, colocada de forma perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Es decir:

$$I = \frac{P}{S}$$

Para una onda esférica, $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$; por tanto:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

Por tanto, la intensidad de una onda esférica es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la que se encuentre del foco.

Como la intensidad es proporcional al cuadrado de su amplitud:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}$$

y, según hemos visto antes, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la que se encuentre del foco:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \rightarrow \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Por tanto, la amplitud de una onda esférica decrece proporcionalmente con la distancia al foco emisor.

23. Explica qué es la intensidad de un movimiento ondulatorio y cómo depende de la amplitud.

La intensidad de una onda es la energía que lleva asociada por unidad de tiempo y que atraviesa perpendicularmente la unidad de superficie. Si P es la potencia del foco emisor:

$$I = \frac{E}{t \cdot S} = \frac{P}{S}$$

En general:

$$I = \frac{1}{S} \cdot \frac{dE}{dt}$$

donde:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Como la amplitud es una constante, en la expresión final, después de resolver dE/dt, resulta que la intensidad de la onda es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud:

$$I \propto A^2$$

24. Cuando una onda se aleja del foco emisor, su intensidad disminuye. ¿Quiere decir esto que no se cumple el principio de conservación de la energía?

No. Lo que ocurre es que, en el caso de las ondas esféricas, el frente de onda, al alejarse del foco emisor, va aumentando, por lo que la energía que lleva asociada la onda debe repartirse sobre una mayor superficie. El resultado es que la intensidad de la onda se va atenuando. Existe otro fenómeno físico, la absorción, mediante el cual la onda disminuye su intensidad al ir absorbiendo el medio su energía según se propaga.

En ambos casos se cumple el principio de conservación de la energía.

25. Indica alguna diferencia entre los fenómenos de atenuación y absorción de una onda.

La atenuación es el fenómeno mediante el cual la intensidad de una onda va disminuyendo al alejarse del foco emisor. Este hecho, que se da en las ondas esféricas, es debido a que, al tener el frente de onda una superficie cada vez mayor según se va propagando la onda, la energía debe «repartirse» entre más «puntos».

Sin embargo, en el fenómeno de absorción la intensidad de la onda va disminuyendo debido a efectos disipativos; es decir, debido a que el medio absorbe parte de la energía que lleva asociada la onda.

26. Un foco de 40 W de potencia emite energía mediante ondas esféricas en un medio isótropo cuyo coeficiente de absorción podemos considerar despreciable. Calcula:

a) La intensidad de la onda a una distancia de 5 m de la fuente.

b) El porcentaje en el que disminuye la intensidad al duplicarse la distancia.

c) La relación que existe entre las amplitudes de las ondas en los dos puntos del medio citados anteriormente.

a) La intensidad de la onda a 5 m de la fuente es:

$$I_1 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2} = \frac{40 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (5 \text{ m})^2} = 0{,}13 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

b) Al duplicar la distancia, es decir, $r_2 = 2 \cdot r_1 = 10$ m, la intensidad de la onda vale:

$$I_2 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2} = \frac{40 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (10 \text{ m})^2} = 0{,}032 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Por tanto, la intensidad de la onda ha disminuido:

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 0{,}032 - 0{,}13 = -0{,}098 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Esta disminución, expresada en porcentaje, es:

$$\frac{0{,}13 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}{100\%} = \frac{0{,}098}{x} \rightarrow x = 75\%$$

c) Teniendo en cuenta la relación entre las amplitudes en dos puntos y sus distancias respectivas al foco emisor, tenemos:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad ; \; r_2 = 2 \cdot r_1 \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{2 \cdot r_1}{r_1} = 2 \rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2}$$

27. Un foco de 45 W de potencia emite ondas esféricas, observándose que a una distancia del foco igual a 75 cm la amplitud de la onda es de 1 cm. Calcula la amplitud y la intensidad de la onda a 2,25 m del foco emisor.

La intensidad de la onda esférica a 0,75 m del foco emisor vale:

$$I_1 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2} \rightarrow I_1 = \frac{45 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (0{,}75 \text{ m})^2} = 6{,}37 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

A 2,25 m, la intensidad del foco, I_2, será:

$$I_2 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2} \rightarrow I_2 = \frac{45 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot (2{,}25 \text{ m})^2} = 0{,}707 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

A este mismo resultado podemos llegar sabiendo que:

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

Es decir:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \rightarrow I_2 = I_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow I_2 = 6{,}37 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \left(\frac{0{,}75 \text{ m}}{2{,}25 \text{ m}}\right)^2 = 0{,}707 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Teniendo en cuenta ahora la relación entre las amplitudes en dos puntos y sus distancias respectivas al foco emisor, obtenemos la amplitud de la onda a 2,25 m del foco emisor:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \rightarrow A_2 = \frac{A_1 \cdot r_1}{r_2} = \frac{0{,}01 \text{ m} \cdot 0{,}75 \text{ m}}{2{,}25 \text{ m}} = 0{,}003 \text{ m} = 0{,}3 \text{ cm}$$

28. El coeficiente de absorción de un determinado medio es 10 cm⁻¹. Calcula cuál ha de ser su espesor para que la intensidad de una onda que lo atraviesa se reduzca a la cuarta parte del valor que tenía al entrar en el medio.

La ley general de la absorción para ondas planas es:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x}$$

donde x es el espesor del medio, de coeficiente de absorción β. Para este problema tenemos los siguientes datos:

$$I = \frac{I_0}{4} \ ; \ \beta = 10 \text{ cm}^{-1} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1\,000 \text{ m}^{-1}$$

Sustituyendo datos:

$$\frac{I_0}{4} = I_0 \cdot e^{-1\,000 \cdot x} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{e^{-1\,000 \cdot x}} \rightarrow 4 = e^{1\,000 \cdot x}$$

Tomando logaritmos neperianos, nos queda:

$$ln\ 4 = 1\,000 \cdot x \cdot ln\ e \rightarrow 1{,}386 = 1\,000 \cdot x \cdot 1 \rightarrow x = 0{,}001386 \text{ m}$$

29. Un frente de ondas plano tiene una intensidad de 0,05 W · m⁻². Al incidir sobre un medio absorbente de 1 m de espesor, se observa que al salir del medio la intensidad se ha reducido a la quinta parte de su valor inicial. Calcula el espesor de semiabsorción.

El espesor de semiabsorción, $D_{1/2}$, es aquel que reduce a la mitad la intensidad inicial de la onda, I_0. Está relacionado con el coeficiente de absorción, β, según:

$$D_{1/2} = \frac{ln\ 2}{\beta}$$

De acuerdo con el enunciado:

$$I = \frac{I_0}{5} \ ; \ x = 1 \text{ m}$$

Con estos datos, a partir de la ley general de la absorción, podemos calcular β:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x} \rightarrow \frac{I_0}{5} = I_0 \cdot e^{-\beta} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{e^{\beta}} \rightarrow 5 = e^{\beta}$$

Tomando logaritmos neperianos:

$$ln\ 5 = \beta \cdot ln\ e \rightarrow 1{,}61 = \beta \cdot 1 \rightarrow \beta = 1{,}61 \text{ m}^{-1}$$

Por tanto, el espesor de semiabsorción es:

$$D_{1/2} = \frac{ln\ 2}{1{,}61 \text{ m}^{-1}} = 0{,}43 \text{ m}$$

30. Una onda sonora provoca una variación de presión en el aire que viene dada por la siguiente expresión, donde las magnitudes se expresan en las unidades correspondientes del S.I.:

$$\Delta p(x, t) = 0{,}50 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2} \cdot x - 535 \cdot t\right)$$

Calcula:

a) La amplitud del cambio de presión.

b) La frecuencia de la onda sonora.

c) La velocidad con la que se propaga la onda sonora.

a) La ecuación general de una onda de presión toma la forma:

$$\Delta p = \Delta p_0 \cdot sen\left(\omega \cdot t - k \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$$

Por tanto, la amplitud de presión, Δp_0, es de 0,50 Pa.

b) Comparando la ecuación general con la del enunciado, vemos que:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 535\ s^{-1} \rightarrow f = \frac{535\ s^{-1}}{2 \cdot \pi} = 85{,}1\ Hz$$

c) Si la onda sonora se propaga con velocidad constante:

$$v = f \cdot \lambda$$

Siendo la longitud de onda, λ:

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2}\ m \rightarrow \lambda = 4\ m$$

Resulta, para la velocidad de propagación:

$$v = 85{,}1\ s^{-1} \cdot 4\ m = 340\ m \cdot s^{-1}$$

31. El oído humano detecta sonidos comprendidos entre 20 Hz y 20 000 Hz. Calcula la longitud de onda de estos sonidos en el aire a la temperatura de:

a) 0 °C.

b) 20 °C.

Como la longitud de onda está relacionada con la frecuencia mediante la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

dicha magnitud tendrá dos valores distintos, ya que la velocidad es diferente según la temperatura.

Por tanto:

a) Para T = 273 K, la velocidad del sonido en el aire es:

$$v = 20{,}1 \cdot \sqrt{T} = 20{,}1 \cdot \sqrt{273} = 332\ m \cdot s^{-1}$$

Por tanto, para f = 20 Hz:

$$\lambda_a = \frac{332\ m \cdot s^{-1}}{20\ s^{-1}} = 16{,}6\ m$$

Y para f = 20 000 Hz:

$$\lambda'_a = \frac{332\ m \cdot s^{-1}}{20\,000\ s^{-1}} = 0{,}0166\ m$$

b) Si T = 273 + 20 = 293 K, tenemos:

$$v = 20{,}1 \cdot \sqrt{T} = 20{,}1 \cdot \sqrt{293} = 344\ m \cdot s^{-1}$$

Ahora, para f = 20 Hz:

$$\lambda_b = \frac{344\ m \cdot s^{-1}}{20\ s^{-1}} = 17{,}2\ m$$

Y para f = 20 000 Hz:

$$\lambda'_b = \frac{344\ m \cdot s^{-1}}{20\,000\ s^{-1}} = 0{,}0172\ m$$

32. **El aparato de sónar de un submarino emite un pulso sonoro para conocer a qué distancia se encuentra el fondo marino. Sabiendo que el tiempo que pasa desde que emite el pulso hasta que el sónar lo recibe de nuevo es de 270 ms, calcula dicha distancia.**

Datos: $B_{agua} = 2{,}1 \cdot 10^9$ N · m^{-2};
$\rho_{agua} = 1{,}00$ g · cm^{-3}.

La velocidad de propagación del sonido en el líquido viene dada por la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2{,}1 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}}{1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}} = 1{,}449 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Suponiendo que la onda sonora se propaga con velocidad constante, $s = v \cdot t$, y como $s = 2 \cdot d$, siendo d la distancia al fondo marino, tendremos que:

$$2 \cdot d = 1\,449 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}270 \text{ s} \rightarrow d = 196 \text{ m}$$

33. **Calcula el nivel de intensidad de una onda sonora de $4 \cdot 10^{-4}$ W/m^2.**

La intensidad de una onda sonora, S, viene dada por la expresión:

$$S = 10 \cdot log \frac{I}{I_0}$$

donde I es la intensidad del sonido, e I_0, el umbral de audición o intensidad de referencia; en este caso, 10^{-12} W/m^2.

Por tanto:

$$S = 10 \cdot log \frac{4 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} = 86 \text{ dB}$$

34. **Razona la veracidad o la falsedad de la afirmación siguiente:**

«Un sonido con una intensidad sonora de 70 dB tiene una intensidad 1 000 veces mayor que la de un sonido con una intensidad sonora de 40 dB».

Teniendo en cuenta la expresión:

$$S = 10 \cdot log \frac{I}{I_0}$$

Y sustituyendo los datos de que disponemos, resulta:

$$70 = 10 \cdot log \frac{I_{70}}{I_0} \quad ; \quad 40 = 10 \cdot log \frac{I_{40}}{I_0}$$

Si restamos ambas expresiones, se obtiene:

$$30 = 10 \cdot \left(log \frac{I_{70}}{I_0} - log \frac{I_{40}}{I_0} \right) \rightarrow 3 = log \frac{\frac{I_{70}}{I_0}}{\frac{I_{40}}{I_0}}$$

Y tomando antilogaritmos:

$$10^3 = \frac{\frac{I_{70}}{I_0}}{\frac{I_{40}}{I_0}} \rightarrow I_{70} = 10^3 \cdot I_{40}$$

se comprueba que la afirmación del enunciado es correcta.