VIBRACIONES Y ONDAS

Introducción: movimientos oscilatorios.

Una partícula tiene movimiento oscilatorio cuando se mueve alrededor de una posición de equilibrio, pasando alternativamente (en un sentido y en el contrario) por ésta. El movimiento de un péndulo, las vibraciones de un muelle, o las oscilaciones de un cuerpo que flota en el agua constituyen ejemplos de movimientos oscilatorios.

Si las oscilaciones se repiten cada cierto tiempo fijo, se dice que las oscilaciones son periódicas, y el movimiento es *oscilatorio periódico*.

5.1 MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (m.a.s):

El movimiento armónico simple (m.a.s.) es un caso particular de movimiento oscilatorio periódico. Lo estudiaremos por dos razones:

1) Es el más sencillo de los movimientos oscilatorios
2) Cualquier otro movimiento oscilatorio puede descomponerse en suma de m.a.s. (esto se denomina análisis de Fourier)

Estudio cinemático:

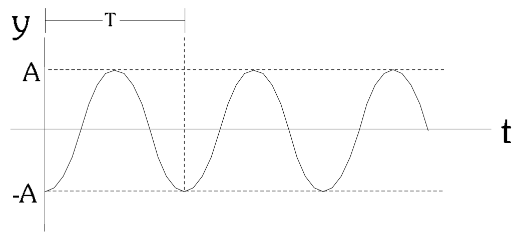
La posición de un móvil que describe un m.a.s viene dada por un ecuación del tipo

$$y = A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

o

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

donde:



y Elongación. Es la posición del móvil respecto al punto de referencia, que se escoge siempre en su posición de equilibrio. Indica el desplazamiento desde dicha posición de equilibrio. Aunque usemos la letra "y", se refiere a cualquier coordenada espacial (x, y, z) en la que se mueva. [y]= m (S.I.)

A Amplitud del m.a.s. Es el valor máximo de la elongación (en valor absoluto). El m.a.s. alcanzará los valores de A y –A en los extremos de su movimiento. [A] = m (S.I.)

ω Frecuencia angular. Indica el ritmo de oscilación (algo análogo a la velocidad angular en un movimiento circular). [ω] = rad s^{-1} (S.I.). A partir de ω podemos obtener

T Periodo de oscilación. Tiempo que tarda el móvil en realizar una oscilación completa. Se calcula como $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ [T]= s (S.I.)

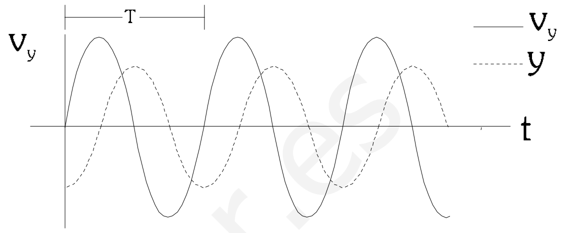
υ Frecuencia. Número de oscilaciones descritas en la unidad de tiempo. Es la inversa del periodo

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$ [υ]= ciclos/s = s^{-1} = Hz (Hertzio) (S.I.)

$\varphi = (\omega \cdot t + \varphi_0)$ Fase. Es un ángulo que nos indica en qué estado de oscilación se encuentra el móvil. Se mide en radianes en el sistema internacional

φ_0 Fase inicial. Valor de la fase para t = 0, cuando comenzamos a estudiar el movimiento. Nos permite calcular cómo era el movimiento al comenzar a estudiarlo. Por ej. La posición inicial se calculará sustituyendo t = 0 s en la ecuación, y quedará $y_0 = y_{(t=0)} = A \cdot sen(\varphi_0)$

Velocidad y aceleración de un m.a.s.

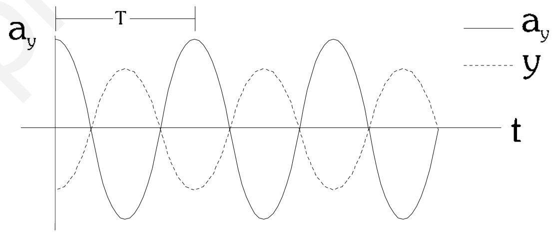


En un movimiento de estas características, la velocidad será variable. Derivando la posición:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad [v_y] = \text{m s}^{-1} \text{ (S.I.)}$$

La velocidad máxima (en valor absoluto) que adquiere el m.a.s. es $v_{yMAX} = A \cdot \omega$

Cuestión: ¿Por qué es esa la $v_{MÁX}$? ¿En qué instantes lleva el m.a.s. dicha velocidad máxima?



La aceleración se calcula derivando la velocidad:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad [a_y] = \text{m s}^{-2} \text{ (S.I.)}$$

La aceleración máxima (en valor absoluto) que adquiere el m.a.s. es $a_{yMAX} = A \cdot \omega^2$

Cuestión: ¿Por qué es esa la $a_{MÁX}$? ¿En qué instantes lleva el m.a.s. dicha aceleración máxima?

Podemos comprobar, tanto numérica como gráficamente, que se cumple que

$$a_y = -\omega^2 \cdot y$$

Esta relación debe cumplirla todo m.a.s., y sirve para distinguir si un movimiento oscilatorio es armónico simple o no. Por ejemplo, las oscilaciones de un péndulo no son un m.a.s.. Sólo para oscilaciones muy pequeñas podemos hacer la aproximación de que es m.a.s.

Estudio dinámico:

Estudiamos a continuación qué características deben tener las fuerzas que actúan sobre el cuerpo para que describa un m.a.s.

Partiendo de la relación $a_y = -\omega^2 \cdot y$ y aplicando la 2ª ley de Newton: $\Sigma F = m \cdot a_y = -m \cdot \omega^2 \cdot y$

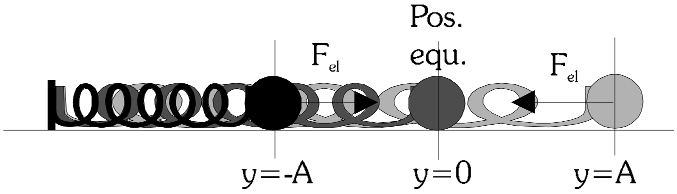
Es decir, la fuerza resultante debe ser proporcional al desplazamiento respecto a la posición de equilibrio, y oponerse a éste.

Una fuerza que posee estas características es la fuerza elástica (de un muelle, resorte, goma...). En adelante todos los m.a.s. que estudiaremos serán producidos por fuerzas elásticas. Recordando que

$$\left.\begin{array}{r} Fel = -K \cdot y \\ \Sigma F = m \cdot a_y = -m \cdot \omega^2 \cdot y \end{array}\right\} \quad K = m \cdot \omega^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Estudiamos dos casos concretos: el muelle horizontal sin rozamiento y el muelle vertical con peso)

<u>Muelle horizontal sin rozamiento</u>: Es el caso más simple. La fuerza resultante sobre el cuerpo es la fuerza elástica. Se cumple todo lo dicho arriba

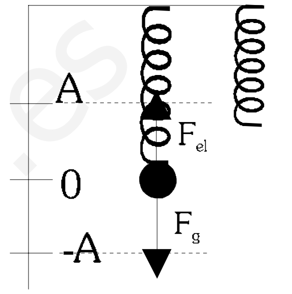


<u>Muelle en vertical</u>: Ahora incluimos la acción de la fuerza gravitatoria. De partida, al colgar el cuerpo, cambia la posición de equilibrio. El cuerpo estaría en reposo cuando

$$F_{el} = F_g \quad \rightarrow \quad K \cdot y_{eq} = m \cdot g \quad \rightarrow \quad y_{eq} = \frac{m \cdot g}{K}$$

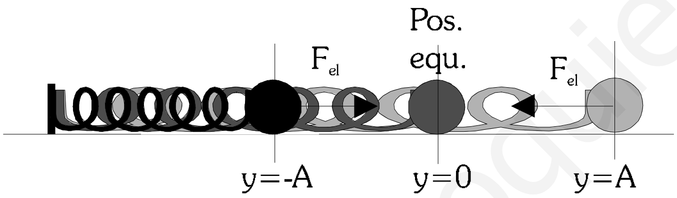
En la posición de equilibrio el muelle ya está algo estirado.

Ese es el único efecto que va a tener la fuerza gravitatoria, modificar la posición de equilibrio. Al desviar el cuerpo de esta posición, comenzará a oscilar en torno a ese punto debido a la acción de la fuerza elástica, y las ecuaciones vuelven a ser las que hemos visto, siempre tomando como punto de referencia la nueva posición de equilibrio.



Estudio energético de un m.a.s.:

Nos centraremos en el m.a.s. que describe un cuerpo unido a un resorte horizontal sobre una superficie sin rozamiento. (es el caso más sencillo, el estudio es similar en otros casos)



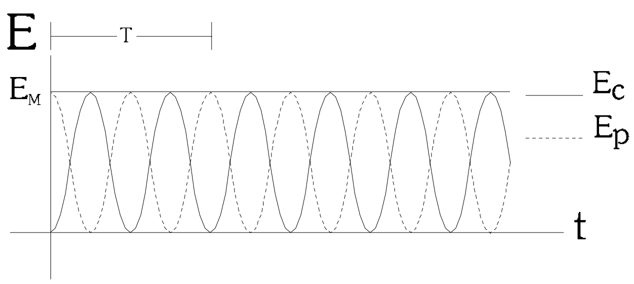
Teniendo en cuenta que la resultante de las fuerzas aplicadas es igual a la fuerza elástica, sabemos que la energía mecánica del sistema se conservará. Así

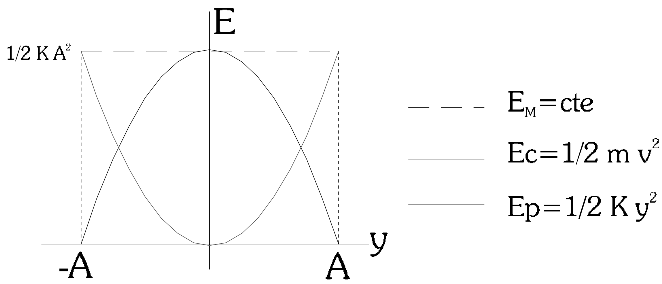
$$Ec = \tfrac{1}{2} m \cdot {v_y}^2 \quad ; \quad Ep_{el} = \tfrac{1}{2} K \cdot y^2$$

$$E_M = Ec + Ep_{el} = \tfrac{1}{2} m \cdot {v_y}^2 + \tfrac{1}{2} K \cdot y^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot (A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0))^2 + \tfrac{1}{2} K \cdot (A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0))^2 =$$
$$= \tfrac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot sen^2(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

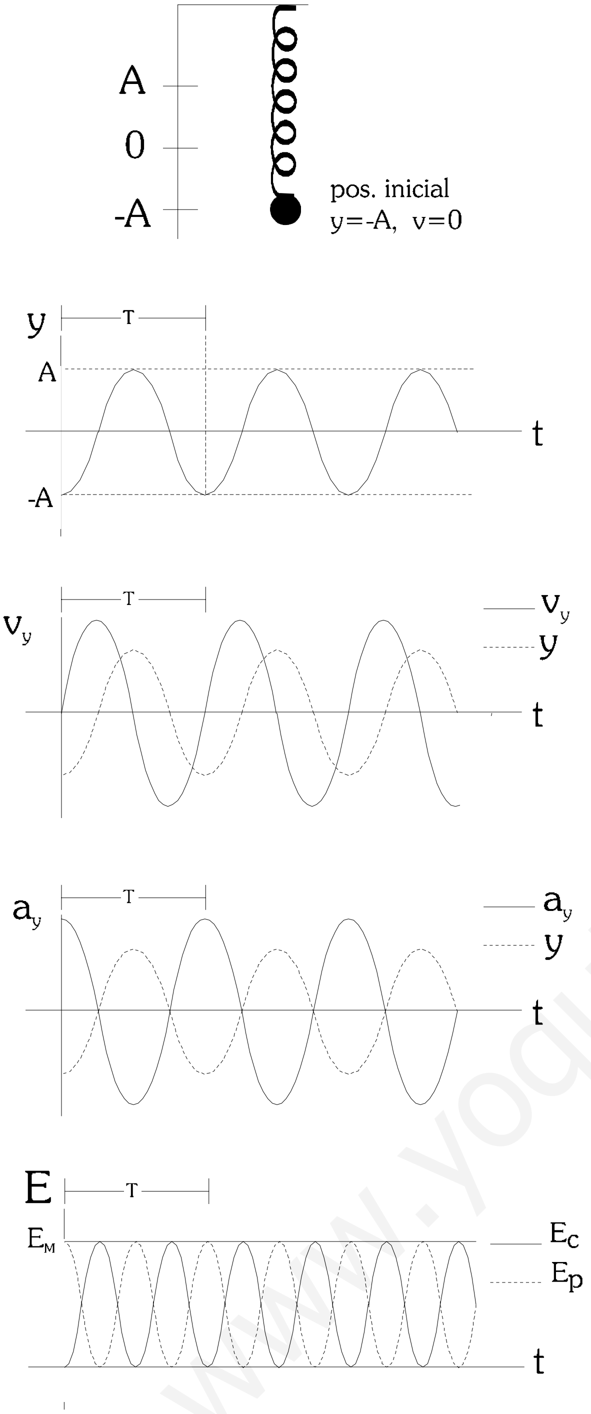
Como $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \rightarrow \quad E_M = \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot sen^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \tfrac{1}{2} K \cdot A^2$

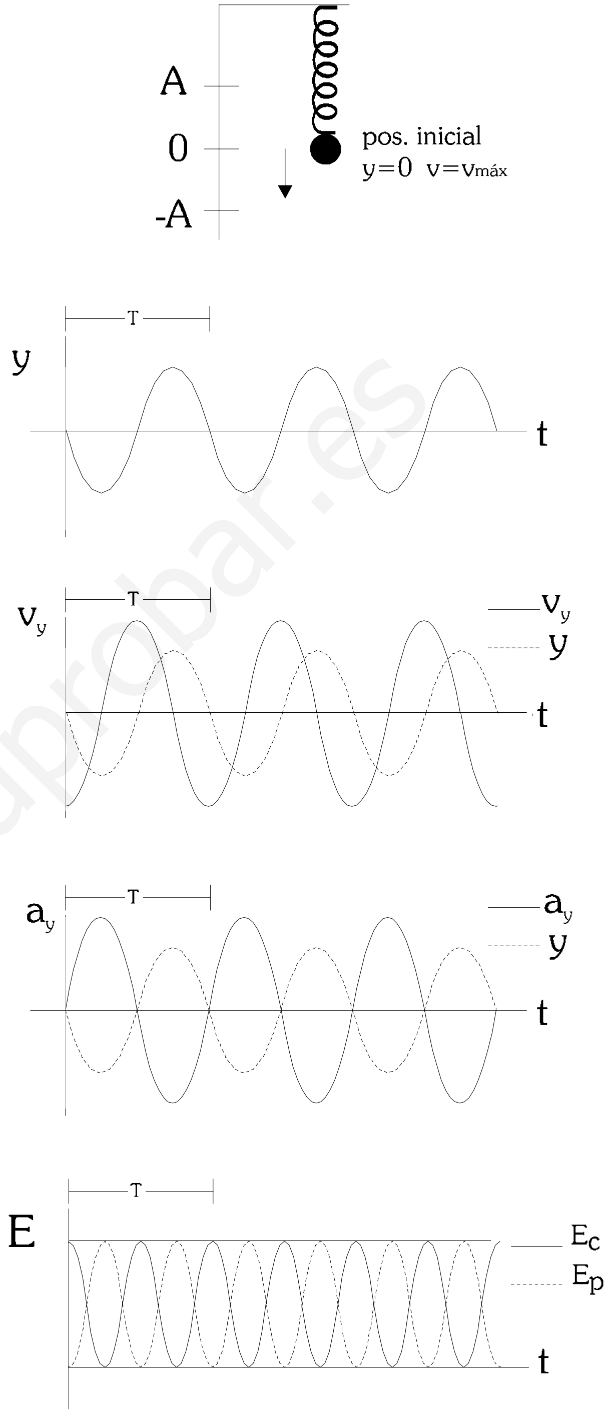
Al mantenerse constante la E_M, tendremos $\Delta Ec = -\Delta Ep_{el}$ Es decir, cuando la Ec es máxima, la Ep es nula, y viceversa. La variación podemos verla en las siguientes gráficas, respecto al tiempo y al despazamiento.





ALGUNOS EJEMPLOS DE GRÁFICAS DE M.A.S.

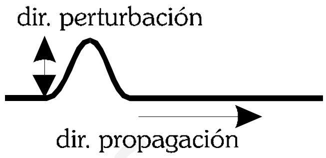




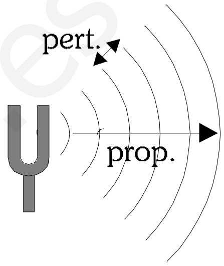
5.2 MOVIMIENTO ONDULATORIO; CARACTERÍSTICAS.

Se entiende por movimiento ondulatorio (onda), la propagación de una perturbación a través de un medio determinado.

Por perturbación entendemos cualquier cambio o magnitud nueva que introduzcamos en el medio. Por ejemplo, si dejamos caer una piedrecita sobre la superficie de un charco, producimos un desplazamiento en las partículas de agua de la superficie. Originamos un movimiento de subida y bajada (una ola) que se va propagando al resto del agua. La perturbación que hemos introducido es ese movimiento, que se puede estudiar a partir de su desplazamiento, su cantidad de movimiento, su energía cinética...



Si seguimos con el ejemplo, vemos que el movimiento que siguen las partículas del agua es sólo de subida y bajada (un movimiento vertical), mientras que la onda se propaga en dirección horizontal, a través de la superficie del agua. Al final, las partículas quedan de nuevo en la posición en la que estaban, no ha habido un desplazamiento neto. Sin embargo, el movimiento (la perturbación) que hemos introducido sí se ha ido transmitiendo de una partícula del medio a otra, hasta llegar a los bordes del charco. En eso consiste el movimiento ondulatorio.



Dirección de propagación y dirección de perturbación:

<u>Dirección de perturbación</u>: Dirección en la que se ha producido la perturbación (en el ejemplo del agua, la dirección en la que se mueven las partículas del agua).
<u>Dirección de propagación</u>: Dirección en la que se propaga la energía que transmite la onda.

Diferencias entre ondas y partículas: Sabemos ya que existen dos formas diferentes de transportar energía por un medio: mediante partículas o mediante ondas. Estas son las características que los diferencian:

- Transporte de materia: Las partículas transportan materia.
  Las ondas no transportan materia, las partículas del medio sólo vibran alrededor de su posición de equilibrio, quedando al final en la misma posición que al principio.

- Localización: Una partícula está localizada en el espacio, ocupa un lugar concreto en un determinado instante.
  Una onda está deslocalizada. La onda afecta a múltiples puntos del espacio al mismo tiempo.

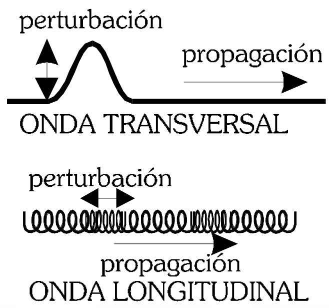
- Transmisión de energía: Las partículas transmiten la energía de forma discreta (discontinua).
  Las ondas transmiten la energía de forma continua.

Clasificación de ondas: Los movimientos ondulatorios pueden clasificarse según diferentes criterios:

<u>Según el medio por el que se puedan propagar</u>:
- Ondas mecánicas: necesitan un medio material para propagarse. No se pueden propagar por el vacío (ej: sonido, ondas sísmicas, ondas en cuerdas y muelles)
- Ondas electromagnéticas: no necesitan de un medio material para propagarse (pueden hacerlo por el vacío, aunque también pueden propagarse por medios materiales). Ej: luz, ondas de radio, microondas, R-UVA, R-X.

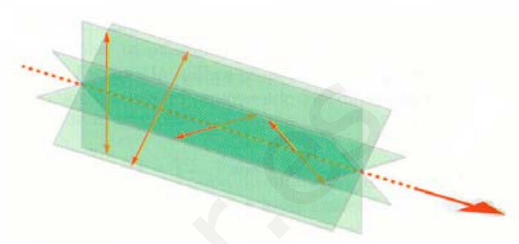
<u>Según el número de dimensiones por las que se propaguen</u>:
- Monodimensionales: se propagan en una única dirección: ondas en cuerdas, muelles.
- Bidimensionales: se propagan por una superficie plana (las olas en la superficie del charco).
- Tridimensionales: se propagan por todo el espacio. Luz, sonido, ondas sísmicas.

Ondas longitudinales y transversales: polarización de ondas:



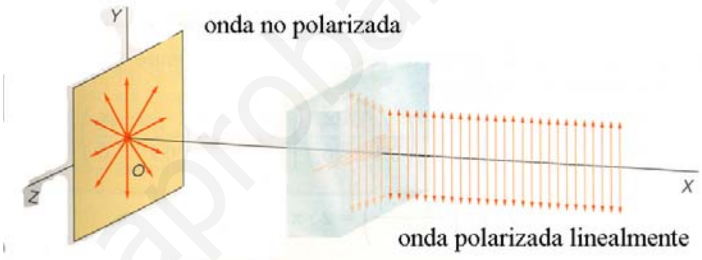
Otra clasificación puede establecerse según la relación que exista entre la dirección de perturbación y la dirección de propagación. Distinguiremos así entre:

- Ondas longitudinales: La dirección de perturbación es paralela a la dirección de propagación (ejemplos: sonido, ondas sísmicas de tipo p, algunas ondas producidas en muelles).
- Ondas transversales: La dirección de perturbación es perpendicular a la dirección de propagación. Por ejemplo, las ondas producidas en cuerdas, las ondas electromagnéticas, las ondas sísmicas tipo s .



Cuando una onda transversal se propaga, la perturbación puede llevar cualquier dirección, siempre que forme 90º con la de propagación. Esto es lo que ocurre normalmente (con la luz, por ej., los campos eléctricos y magnéticos que componen la perturbación van cambiando de dirección aleatoriamente, aunque siempre perpendiculares a la propagación). Se dice entonces que la onda **no** está polarizada.

Si mediante algún procedimiento conseguimos que la dirección de la perturbación se mantenga fija, diremos que ha ocurrido una polarización. La onda estará polarizada.



Para la luz, esto se consigue mediante unas sustancias llamadas polarizadores. Son sustancias (cristales o plásticos) que por su composición química sólo permiten que los atraviese la luz cuyo campo eléctrico vaya en una dirección determinada. De lo contrario la luz es absorbida.

Cuestión: ¿Tiene sentido hablar de polarización para ondas longitudinales?

Magnitudes características de las ondas:

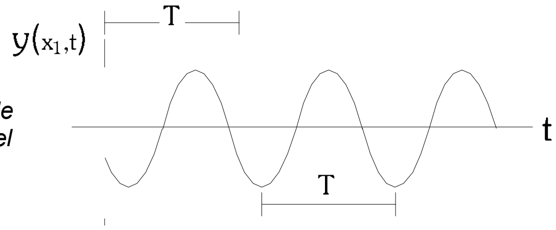
Las ondas que vamos a estudiar en el próximo apartado del tema son aquellas en las que el movimiento de las partículas del medio (la perturbación) es un m.a.s. Se denominan ondas armónicas.

Para estudiar la propagación de la onda, necesitamos conocer tanto la magnitudes de la perturbación (del m.a.s. originado en el foco) como las magnitudes de la propagación por el medio.

Magnitudes dependientes del foco emisor: son aquellas características del m.a.s:

Periodo: (T)
Frecuencia: (υ)
Frecuencia angular: (ω)
Fase inicial: (φ_0)
Amplitud: (A)

Elongación de un punto x del medio en función del tiempo.



Magnitudes dependientes del medio:

Velocidad de propagación: (v) Velocidad a la que se transmite la energía de una partícula a otra del medio. Si las características del medio se mantienen constantes, también la velocidad de propagación será una constante (p.ej: la velocidad del sonido en el aire es de unos 340 m/s, aunque depende de la temperatura y la presión atmosférica; la velocidad de la luz en el vacío es de $3 \cdot 10^8$ m/s, y en el agua de $2{,}25 \cdot 10^8$ m/s.)

Para una cuerda tensa (de una guitarra, p.ej.) la velocidad depende de la tensión de la misma y de su densidad, según la expresión

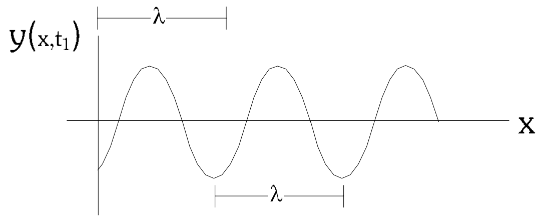
$$v = \sqrt{\frac{Tensión}{densidad}}$$

<u>Magnitudes dependientes tanto del foco como del medio</u>:

Longitud de onda: (λ) Distancia más corta entre dos puntos del medio que tienen el mismo valor de la perturbación. Es decir, es la distancia a la que se repite el valor de la perturbación. En el S.I. se mide en m.

La longitud de onda está relacionada con la velocidad de propagación mediante las expresiones:

$$\lambda = v \cdot T \qquad \lambda = \frac{v}{\upsilon}$$



Elongación de todos los puntos del medio para un instante dado de tiempo

Número de onda: (k) Es una magnitud inversa a la longitud de onda. Su unidad en el S.I. es rad/m. Se calcula mediante la expresión:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad k = \frac{\omega}{v}$$

5.3 ONDAS ARMÓNICAS:

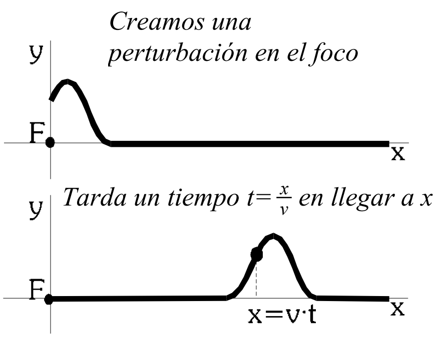
Una onda armónica es aquella cuya perturbación puede estudiarse como un movimiento armónico simple.

Vamos a estudiar este tipo concreto de ondas por dos razones:
1ª: Son las más fáciles de estudiar.
2ª. Cualquier onda puede estudiarse como suma de ondas armónicas (es lo que se denomina análisis de Fourier de una onda)

Expresión de una onda armónica: La expresión de la onda nos debe dar información de cómo es el movimiento de cada partícula del medio en cualquier instante de tiempo.

Comenzamos considerando el movimiento que tendrá el foco emisor (el pto origen, x = 0) de la onda, que será un m.a.s. Tendrá como expresión de la elongación

$$y_{(0,t)} = A \cdot sen(\omega \cdot t)$$



La perturbación en el pto x será la que tenía el foco hace algunos segundos ($t = \frac{x}{v}$)

Un punto cualquiera del medio, situado a una distancia x del foco, realizará el mismo movimiento, pero desfasado, es decir, unos instantes más tarde, justo el tiempo que tarda en llegar la perturbación hasta ese punto (que será igual a x/v). El valor de y en ese punto será, entonces:

$$y_{(x,t)} = A \cdot sen\left[\omega \cdot (t - \tfrac{x}{v})\right]$$ Si x es positiva, desplazamiento en el sentido positivo

$$y_{(x,t)} = A \cdot sen\left[\omega \cdot (t + \tfrac{x}{v})\right]$$ Si x es negativa, desplazamiento en sentido negativo

Trabajando con la expresión, tenemos que $y_{(x,t)} = A \cdot sen\left[\omega \cdot (t \pm \tfrac{x}{v})\right] = A \cdot sen(\omega \cdot t \pm \tfrac{\omega \cdot x}{v}) = A \cdot sen(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$

Si consideramos el caso más general, que el movimiento del foco posea una fase inical φ_0:

$$\boxed{y_{(x,t)} = A \cdot sen(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)}$$

Otra expresión que también se suele utilizar, para el caso de que $\varphi_0 = 0$, es: $\boxed{y_{(x,t)} = A \cdot sen\left(2\pi \cdot (\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda})\right)}$

Nota: siempre usaremos "y" para la elongación, independientemente de que el movimiento de las partículas del medio sea en el eje x (longitudinal) o en el eje y (transversal). Se hace así para diferenciar entre el movimiento de las partículas ("y") y la propagación de la onda ("x")

Relación entre las magnitudes características de una onda armónica:

$$\upsilon = \frac{1}{T} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = 2\pi \cdot \upsilon \qquad \lambda = v \cdot T \qquad \lambda = \frac{v}{\upsilon}$$

$$k = \frac{\omega}{v} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

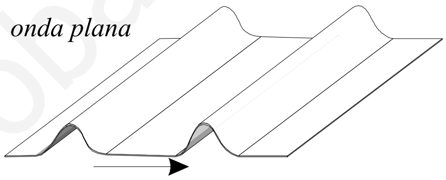
Velocidad de un punto del medio: $v_y = \frac{dy}{dt} = -A\omega \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0) \quad (m/s)$ $\qquad v_{yMÁX} = A\omega$

Aceleración de un punto del medio $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -A\omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0) \quad (m/s^2)$ $\qquad a_{yMÁX} = A\omega^2$

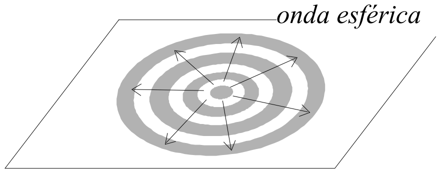
5.4 PROPAGACIÓN DE ONDAS: REFLEXIÓN, REFRACCIÓN, ABSORCIÓN.

Hemos visto que un movimiento ondulatorio consiste en la propagación de una perturbación (que puede ser de naturaleza muy variada) por un medio determinado, material o no.

onda plana



onda esférica



Básicamente, podemos estudiar el movimiento ondulatorio como una transmisión de energía, que se propaga de una partícula del medio a otra.

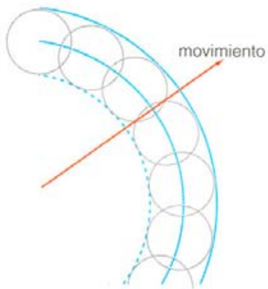
Para facilitar el estudio de cómo se propaga esa energía, nos ayudamos de dos representaciones gráficas.

Frente de onda: Es la superficie (o línea) formada por todos los puntos del medio que tienen la misma fase (el mismo valor de la perturbación) en un instante determinado. Por ejemplo:

- En una ola que se propaga por la superficie del agua, todos los puntos que forman la cresta de la ola tienen el mismo valor de perturbación (la misma fase).
- Para una onda luminosa procedente de una bombilla, el frente de onda estaría formado por todos aquellos puntos que tienen una misma intensidad lumínica. Tendría la forma de una esfera centrada en la bombilla.

Según la forma que tenga el frente de onda, distinguiremos:

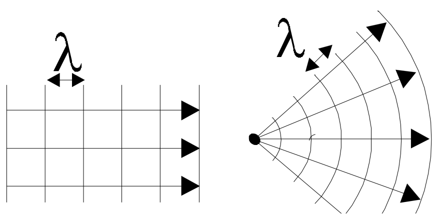
- Onda plana: El frente de onda es una superficie plana (o una línea recta, en dos dimensiones).
- Onda esférica: El frente de onda tiene forma esférica (o de circunferencia, en dos dimensiones).



Una forma de obtener el frente de onda se basa en el **Principio de Huygens**:
"Al propagarse una onda por un medio determinado, cada punto del medio se comporta como un foco puntual de nuevas ondas, idénticas a la que se propaga. El frente de onda es la línea envolvente (superposición) de todos los frentes de onda secundarios".

Diagrama de rayos: Los rayos son líneas que, partiendo del foco, nos indican la dirección y sentido en que se propaga la energía transmitida por la onda. Son siempre perpendiculares al frente de onda.

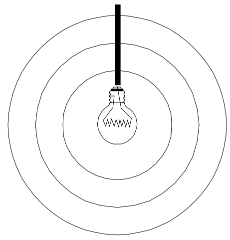
- En una onda plana, los rayos son paralelos entre sí.
- En una onda esférica, los rayos divergen del foco.



onda plana *onda esférica*

Propagación de la energía por el medio:

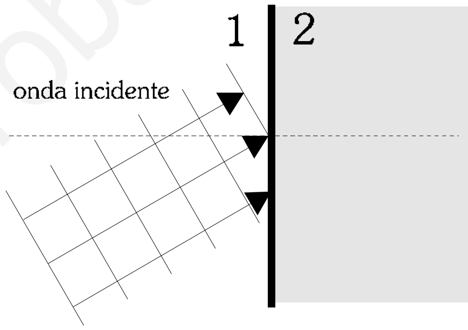
Pensemos en una onda (luminosa, sísmica, de sonido...) que se propaga por un medio. El foco emisor (la bombilla para la luz, el hipocentro del terremoto, al altavoz para el sonido...) proporciona energía a las partículas de su alrededor. Esta energía proporcionada por el foco es la que se va a ir propagando de una partícula a otra, al ir avanzando el frente de onda. Ahora bien, en una onda esférica el frente de onda tiene cada vez mayor superficie, afecta a un número cada vez mayor de partículas. Considerando el caso ideal de que no se pierda energía por rozamiento entre las partículas del medio, la energía que se está transmitiendo debe mantenerse constante. Eso significa que esa energía debe repartirse entre un número cada vez mayor de partículas. Como consecuencia, la energía correspondiente a cada partícula del frente de onda es cada vez menor, y la amplitud de su vibración disminuirá. Este fenómeno se conoce como *atenuación* de la onda, y es responsable de algo tan lógico como que el sonido (o la luz) disminuya su intensidad con la distancia al foco emisor.



La energía generada por el filamento de la bombilla se reparte entre un nº cada vez mayor de partículas

COMPORTAMIENTO DE UNA ONDA EN LA FRONTERA ENTRE DOS MEDIOS:

Vamos a estudiar qué es lo que sucede cuando una onda que se propaga por un cierto medio, se encuentra con un medio diferente (por ejemplo, luz o sonido que se propagan por el aire y se encuentran con agua, o con un cristal). Al llegar a la superficie que separa ambos medios, pueden ocurrir tres fenómenos distintos. Puede incluso, y es lo más común, que ocurran los tres simultáneamente.

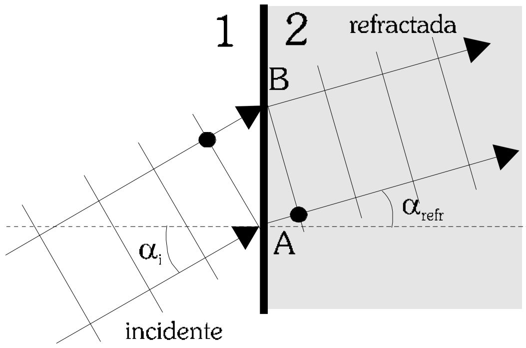


Absorción: Las partículas del nuevo medio, debido a rozamientos internos, absorben parte de la energía que transporta la onda. Se puede dar el caso de que se absorba toda la energía, desapareciendo totalmente la onda.

Refracción: Se forma una onda que se transmite por el nuevo medio. Los puntos de la frontera se contagian de la vibración de la onda incidente y dan lugar a lo que se denomina onda refractada.

La frecuencia de la onda sigue siendo la misma (dependía sólo del foco emisor), pero como ahora el medio es diferente, la velocidad de propagación también lo será y, por tanto también variarán λ , k.

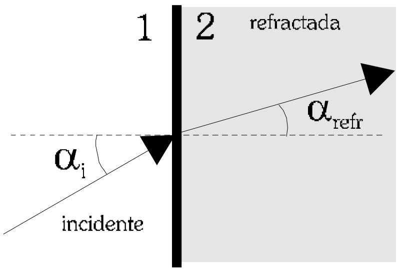
La amplitud de la onda refractada será menor que la de la onda incidente, ya que la energía de la onda incidente debe repartirse entre los tres procesos que pueden ocurrir (reflexión, refracción, absorción)



Cuando la onda incidente llega al punto B, hace algún tiempo que ha llegado a A y ha generado la onda refractada. Como en el caso del dibujo la velocidad en el medio 2 es menor que en el 1, el frente de onda se desvía.

La dirección en la que se propaga la nueva onda refractada también es diferente. Existe una relación entre los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la normal a la superficie. Esta relación se conoce como *ley de Snell*.

$$\frac{sen\alpha_i}{sen\alpha_{refr}} = \frac{v_1}{v_2} = cte$$

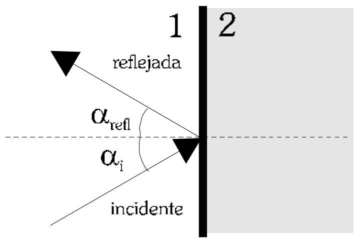


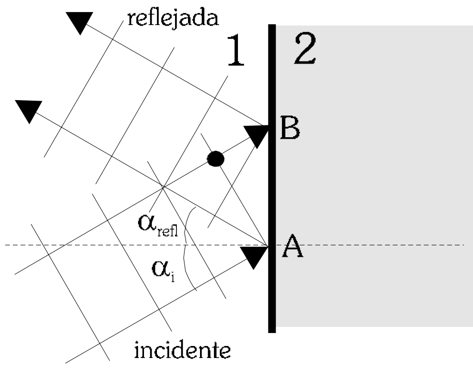
Reflexión: Los puntos de la frontera, al vibrar, también generan una onda que se vuelve a propagar por el medio inicial. Se llama onda reflejada.

La onda reflejada tiene idénticas características que la onda incidente, salvo la amplitud (menor) y la dirección.

La dirección de la onda reflejada forma el mismo ángulo con la normal que la onda incidente.

$$\alpha_i = \alpha_{refl}$$





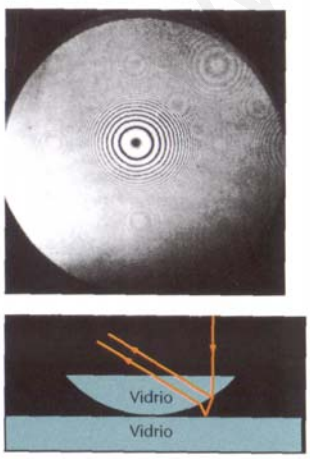
5.5 SUPERPOSICIÓN DE ONDAS: INTERFERENCIAS.

Hasta ahora hemos estudiado la propagación de una sola onda por un medio. Pero sabemos que por el mismo medio pueden propagarse simultáneamente muchas ondas del mismo tipo (muchos sonidos, luz de diferentes focos, las emisiones de muchas cadenas de radio...). Es decir, los mismos puntos del medio pueden transmitir al mismo tiempo perturbaciones diferentes.

También sabemos, por experiencia, que a veces, cuando escuchamos una emisora de radio, o vemos una cadena de televisión (que emiten una onda con una frecuencia característica), se nos "cuela" otra emisora, dando como resultado una mezcla de ambas (es decir, que no hay quien se entere de nada). Decimos que tenemos interferencias. Y eso ocurre no sólo con las ondas electromagnéticas, sino con cualquier tipo de onda.

Interferencias producidas en agua por ondas que provienen de focos diferentes.

El fenómeno de interferencia es característico de las ondas. Se produce cuando dos o más ondas, procedentes de focos diferentes, se propagan por una misma región del espacio. Los puntos del medio se verán afectados por las perturbaciones de ambas ondas, sumándose los efectos (principio de superposición).



Anillos de Newton

Con lo que llevamos dicho, la interferencia se produciría constantemente. Pero realmente se habla de interferencia cuando sus efectos son apreciables. Y esto se da cuando las ondas que se superponen tienen amplitudes parecidas y, sobre todo, cuando tienen la misma longitud de onda (y la misma frecuencia, por tanto). Se habla entonces de *ondas coherentes.*

Para estudiar un caso simple, veremos el caso de ondas coherentes que se propagan simultáneamente por una cuerda. Recordemos que el movimiento ondulatorio consiste en la transmisión de una perturbación, que en este caso es la vibración de los puntos de la cuerda. Así, los puntos de la cuerda se ven afectados por ambas vibraciones. El movimiento resultante será la suma de ambos movimientos vibratorios.

¿Cómo será la vibración resultante en un punto concreto de la cuerda? ¿Qué amplitud tendrá? Pues va a depender de en qué estado llegan las vibraciones a ese punto.

Interferencia constructiva:

Si las ondas llegan *en fase* ($\Delta\varphi = 0\,, 2\pi\,, 4\pi ... = 2n\pi$), cuando uno de los movimientos está en su amplitud, el otro también,. La amplitud del movimiento resultante será la suma de las dos amplitudes ($A = A_1 + A_2$). Se dice que tenemos interferencia constructiva. La condición que se cumple para que estén en fase es $\Delta\varphi = k \cdot (x_2 - x_1) = 2n\pi \quad \rightarrow \quad x_2 - x_1 = n \cdot \lambda$, siendo x_1 y x_2 las distancias desde el punto a cada foco.

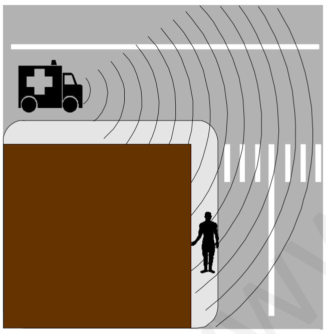
Interferencia destructiva:

Si las ondas llegan *en contrafase* ($\Delta\varphi = \pi\,, 3\pi\,, 5\pi ... = (2n+1)\cdot\pi$), cuando uno de los movimientos está en su amplitud, el otro también, pero negativa (es decir, uno obliga a moverse al punto en un sentido, y el otro en sentido contrario. La amplitud del movimiento resultante será la diferencia de las dos amplitudes ($A = |A_1 - A_2|$). Se dice que tenemos interferencia destructiva. La condición que se cumple para que estén en esta situación es $\Delta\varphi = k \cdot (x_2 - x_1) = (2n+1)\cdot\pi \quad \rightarrow \quad x_2 - x_1 = (2n+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2}$, siendo x_1 y x_2 las distancias desde el punto a cada foco.

Estas situaciones extremas se encuentran intercaladas en el medio. Entre estos puntos con interferencia constructiva o destructiva, existen todas las situaciones intermedias, con amplitudes entre $A = |A_1 - A_2|$ y $A = A_1 + A_2$. Tendremos puntos con una vibración de gran amplitud, y otros con menor amplitud, pero todos vibran con la misma frecuencia.

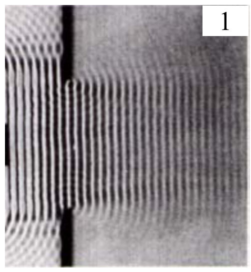
En el caso del sonido, este fenómeno se traducirá en la existencia de zonas de sonido intenso junto a zonas de sonido débil intercaladas. Para la luz, zonas claras y oscuras intercaladas. Si las dos ondas superpuestas tienen igual amplitud, en los puntos con interferencia destructiva se anulará la perturbación (el punto de la cuerda se quedará quieto, o no tendremos sonido o luz en ese punto)

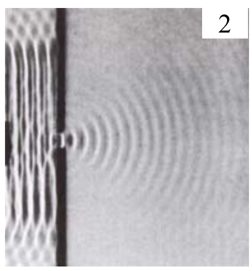
5.6 DIFRACCIÓN:



Oímos la sirena de la ambulancia aunque la esquina se interponga.

Sabemos (al menos hasta ahora) que tanto la luz como el sonido se propagan como ondas. Ahora bien, decimos que la luz tiene una propagación rectilínea (un rayo de luz que entra en la habitación por una rendija); sin embargo, no decimos lo mismo del sonido. Oímos el sonido del claxon de un automóvil antes de que vuelva la esquina, por ejemplo. Parece que el sonido puede "doblar las esquinas" y desviar su dirección de propagación. ¿Por qué esta diferencia?





Algo parecido ocurre con ondas que se propagan en el agua. Observemos las dos fotografías de la derecha, en las que una onda plana que se propaga por la superficie del agua se encuentra con un obstáculo (en este caso, una pared con una abertura). En el primer caso, la abertura es mucho mayor que la longitud de onda, y el comportamiento es rectilíneo, (el que podríamos esperar, incluso, si fueran partículas lo que se propagaran). Pero al ir reduciendo el tamaño de la abertura vemos que, cuando el agujero es de un tamaño aproximadamente igual a λ , la onda no se propaga en línea recta, sino que lo hace por todo el medio. El agujero se comporta como un foco puntual de ondas.

Este fenómeno de "desviación" de la dirección de propagación de la onda al encontrarse con una obstáculo, se conoce como **difracción**. Aunque ocurre siempre, sólo es apreciable y significativo cuando el obstáculo es de un tamaño parecido a la λ de la onda que se propaga. El obstáculo puede ser tanto un agujero como un cuerpo sólido.

¿Cómo se explica la difracción?. Pues hemos de recordar el *principio de Huygens*. Cada punto del medio se comporta como un foco puntual emisor de nuevas ondas. Normalmente tenemos infinitos puntos, y la superposición de todos ellos es lo que constituye el frente de onda. En el agujero, el número de puntos que vibran es reducido, y puede considerarse prácticamente como un foco puntual. El frente de onda será esférico.

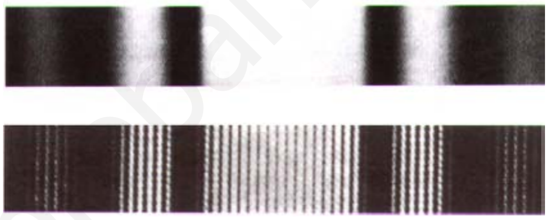
Para el caso del sonido, la longitud de onda la varía entre algunos cm y algunos metros. Estamos rodeados de obstáculos de ese tamaño, y es natural que apreciemos el fenómeno.

Cuestión: *¿Por qué no observamos normalmente este fenómeno con la luz?*

La difracción permite distinguir entre ondas y partículas, ya que de las partículas no cabe esperar este comportamiento. Un chorro de partículas seguirá una trayectoria rectilínea. Este experimento sirvió en 1801 a Young para comprobar que la luz se comportaba como una onda, y en 1927 a Davidson y Germer para observar un comportamiento similar en los electrones.

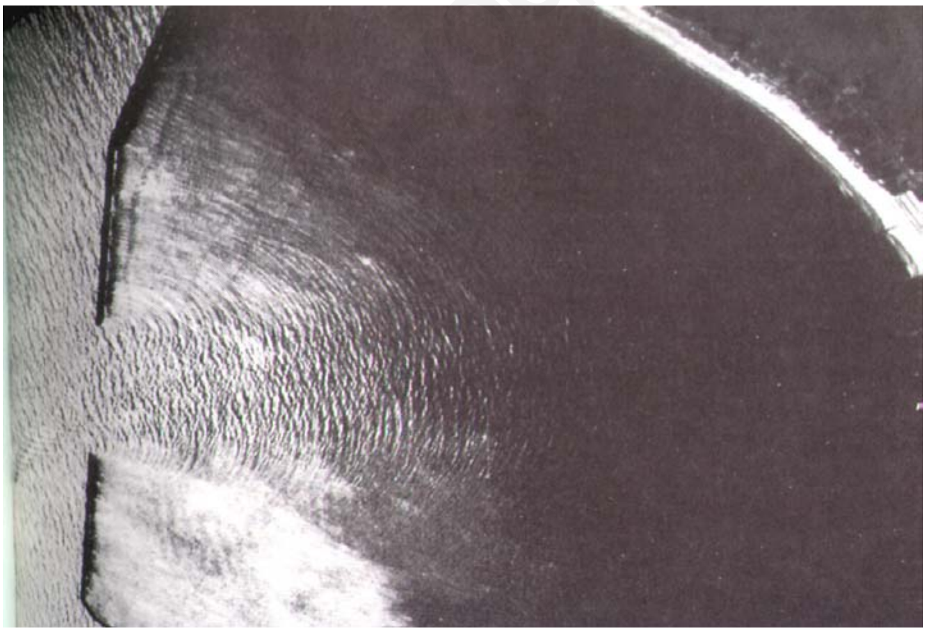
Difracción e interferencias:

Ya hemos visto lo que ocurre cuando el obstáculo es un pequeño agujero o rendija. Pero cuando es un cuerpo, o varias rendijas, la situación se complica, ya que tenemos varios focos puntuales de onda (cada rendija, o los puntos situados a uno y otro lado del obstáculo). Y ya hemos estudiado lo que ocurre cuando tenemos varias ondas similares propagándose por el mismo medio: una interferencia, con los característicos máximos y mínimos de intensidad.



Patrón de difracción de luz para una y dos rendijas

Es difícil observar este fenómeno con la luz, ya que su longitud de onda es del orden de 10^{-7} m. Sin embargo, las ondas de radio de FM y de TV tienen λ de algunos m. Esto explica por qué es necesario instalar repetidores de señal en las zonas montañosas (Para la AM, de $\lambda \approx km$, no hace falta). Las montañas son obstáculos demasiado grandes para que la onda sufra difracción (se desvíe). Y, por otro lado, también se explica el hecho de que podamos captar la señal de radio mejor o peor al mover el aparato un par de metros, o al acercarnos o alejarnos. Los objetos que rodean al aparato de radio producen interferencia (máximos y mínimos de intensidad).



También, una ola producida en un río, al encontrarse con los pilares de un puente, producirá este fenómeno en la zona posterior al puente, observándose un oleaje que puede parecer irregular, pero que obedece las leyes de la interferencia.

5.7 ONDAS ESTACIONARIAS (O.E.):

Es otro caso particular de interferencia. Consiste en la superposición de dos ondas armónicas que se propagan por el mismo medio, con idénticas A, ω, λ, dirección... pero en sentidos contrarios. Es el caso de una onda que, al llegar a la frontera con otro medio, sufre una reflexión total perpendicular. Se superpondrán la onda incidente y la rebotada.

Estudiaremos el caso de ondas estacionarias monodimensionales en cuerdas o resortes.

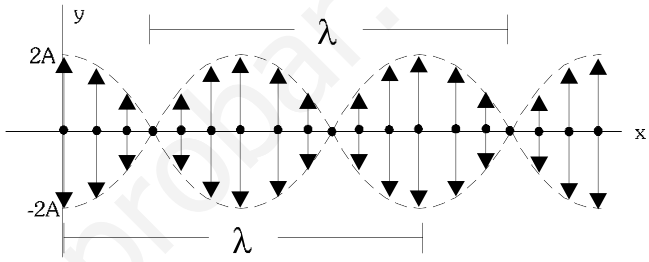
5.7.1 O.E. en cuerdas con extremos libres: En este caso la onda rebotada es idéntica a la incidente, pero en sentido contrario.

$$y_1 = A \cdot sen(\omega t - kx) \quad ; \quad y_2 = A \cdot sen(\omega t + kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot sen(\omega t) \cdot \cos(kx) - A \cdot \cos(\omega t) \cdot sen(kx) + A \cdot sen(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot \cos(\omega t) \cdot sen(kx)$$

$$y = 2A \cdot \cos(kx) \cdot sen(\omega t)$$

Características del movimiento resultante:



Ante todo, **no es un movimiento ondulatorio**. No tenemos propagación de energía a lo largo de la cuerda, debido a que tenemos dos ondas viajeras idénticas (con igual v) pero en sentidos contrarios. La velocidad de propagación total sale nula. ($v_{OE} = 0$)

Tampoco posee λ, k , ω, A propias. Estas magnitudes, que aparecen en la expresión, pertenecen a las ondas viajeras que se han superpuesto.

Las partículas de la cuerda realizan m.a.s., en los que la amplitud es función del punto que consideremos.

$$y_{(x,t)} = A(x) \cdot sen(\omega t) \quad ; \quad amplitud \quad A(x) = 2A \cdot \cos(kx) \quad ; \quad A(x)_{MÁX} = 2A$$

Tendremos puntos con amplitud máxima (**vientres** o **antinodos**) para $\cos(kx) = \pm 1 \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Tendremos puntos en reposo, con amplitud nula (**nodos**) para $\cos(kx) = 0 \rightarrow x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$

Distancia entre nodos = $\frac{\lambda}{2}$

5.7.2 O.E. en cuerdas con extremos fijos: La onda rebotada es la inversa de la onda incidente. Para variar, supongamos que venga dada por una función coseno.

$$y_1 = A \cdot \cos(\omega t - kx) \quad ; \quad y_2 = -A \cdot \cos(\omega t + kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot sen(\omega t) \cdot sen(kx) - A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot sen(\omega t) \cdot sen(kx)$$

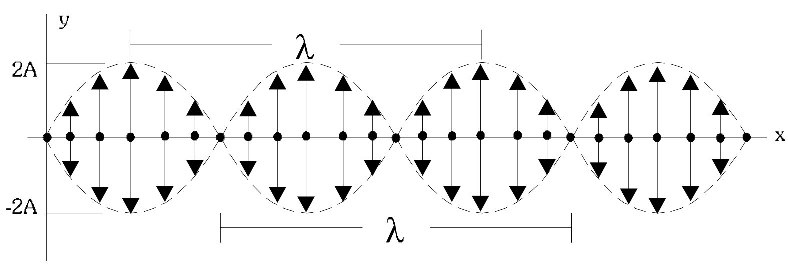
$$y = 2A \cdot sen(kx) \cdot sen(\omega t)$$

$A(x) = 2A \cdot sen(kx)$ Expresión similar a la anterior.

Vientres: $sen(kx) = \pm 1 \rightarrow x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$

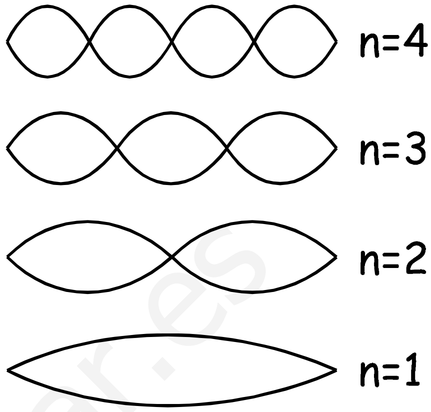
Nodos : $sen(kx) = 0 \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Distancia entre nodos = $\frac{\lambda}{2}$



5.7.3 Armónicos en una O.E:

Al tener la cuerda los extremos fijos, no sólo tendremos un nodo para x = 0, sino también para x = L . Esto hace que no podamos tener en la cuerda cualquier onda estacionaria, con cualquier λ, sino que se debe cumplir una nueva condición:



$$x_{nodos} = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{n}$$

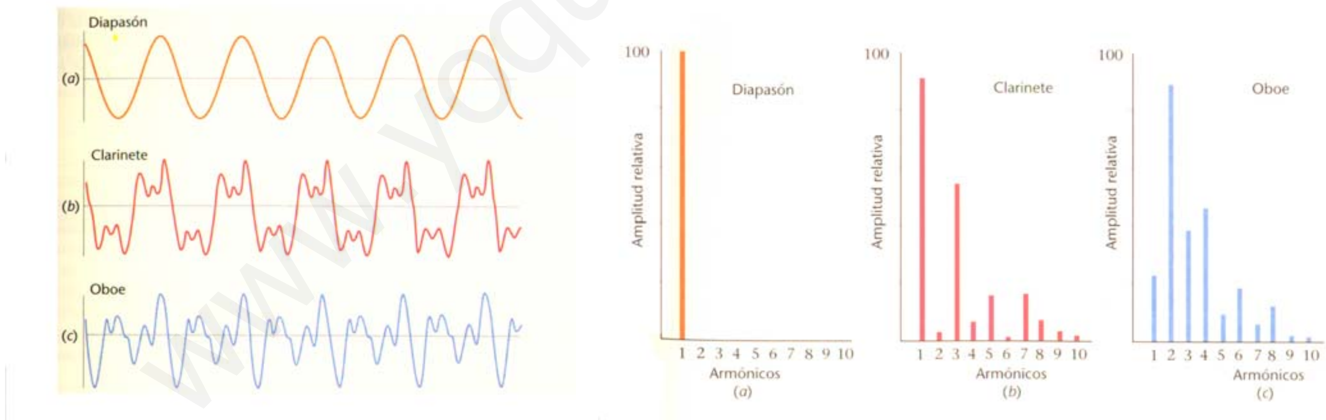
No podremos tener O.E. con cualquier λ, sólo aquellas que cumplan la condición anterior. Por lo tanto, la frecuencia de vibración tampoco podrá ser cualquiera (está *cuantizada*)

$$\upsilon = \frac{n \cdot v}{2L} \quad \text{como} \quad v = \sqrt{\frac{Tens.}{dens.}} \quad \rightarrow \quad \upsilon = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{Tens.}{dens.}}$$

Las diferentes frecuencias obtenidas se denominan **armónicos**. Para n = 1 tenemos el armónico fundamental.
Podemos comprobar que:
nº de nodos = n + 1 nº de vientres = n

En un instrumento musical, el armónico fundamental (la frecuencia correspondiente a ese armónico) es el que nos indica la nota musical que estamos tocando. El resto de los armónicos nos dan el *timbre*, que diferencia a unos instrumentos musicales de otros.

Cuestión: En una cuerda de guitarra ¿Cómo cambia la frecuencia de vibración (es decir, la nota musical) al aumentar o disminuir la longitud de la cuerda? ¿Y al aumentar o disminuir su tensión? ¿Qué ocurre si la cuerda tiene más o menos grosor?



La misma nota producida por diferentes instrumentos. A la derecha, su descomposición en armónicos

5.8 ACÚSTICA. CONTAMINACIÓN SONORA.

La acústica es el estudio de la propagación del sonido. Sabemos que el sonido consiste en vibraciones del aire (u otro medio) que se propagan longitudinalmente. Su velocidad de propagación depende del medio, e incluso en el aire varía con la temperatura según la expresión $v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$, donde γ es una constante que depende de la humedad del aire, y M es la masa molecular promedio.

Velocidad del sonido en distintos medios (20ºC)	
Aire	344 m/s
Etanol	1200 m/s
Agua	1498 m/s
Vidrio	5170 m/s
Aluminio	5000 m/s
Hierro	5120 m/s

Tono y timbre de un sonido:

El **tono** es la característica del sonido que nos indica si éste es agudo (tono alto) o grave (tono bajo). La magnitud física que determina el tono es la frecuencia del sonido. Una frecuencia alta significa un sonido agudo. Una frecuencia baja, un sonido grave.

Sin embargo, cuando escuchamos la misma nota musical (el mismo tono) emitida por dos instrumentos musicales diferentes (un piano y un violín, por ejemplo), suenan de forma distinta, y podemos distinguir a qué instrumento pertenecen. Esto se debe a lo que comentamos en el apartado 5.5.3. Todo instrumento musical, al vibrar, produce ondas estacionarias de múltiples frecuencias (los armónicos). El armónico fundamental es el que nos da la nota musical, y el resto de los armónicos le dan al sonido las características propias del instrumento. Estos armónicos secundarios constituyen el **timbre** del sonido

Ultrasonidos e infrasonidos:

El oído humano es capaz de percibir sonidos comprendidos entre 16 Hz y 20000 Hz de frecuencia.

Por debajo de la frecuencia mínima (infrasonidos), no somos capaces de oír las vibraciones. Pueden producirse infrasonidos intensos por el viento, o en los momentos previos a un terremoto. Si bien no los oímos, estas vibraciones pueden afectar a órganos internos y a terminaciones nerviosas, lo que origina malestar e irritabilidad.

Por encima de 20 kHz se sitúan los ultrasonidos. Existen especies animales (perros, murciélagos, delfines, por ejemplo) que son capaces de distinguir frecuencias más elevadas que el hombre. Los ultrasonidos de muy alta frecuencia transmiten mucha energía y pueden concentrarse en un punto con mucha facilidad, por lo que son utilizados en comunicaciones, en medicina (para romper cálculos de riñón), etc.

Intensidad de una onda sonora. Escala de decibelios (dB):

La intensidad de una onda es la energía que propaga el frente de onda por cada unidad de superficie. En el S.I se mide en $J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2} = W/m^2$. Ya hemos estudiado que, al ampliarse el frente de onda, la energía se reparte y, por tanto, la intensidad disminuye.

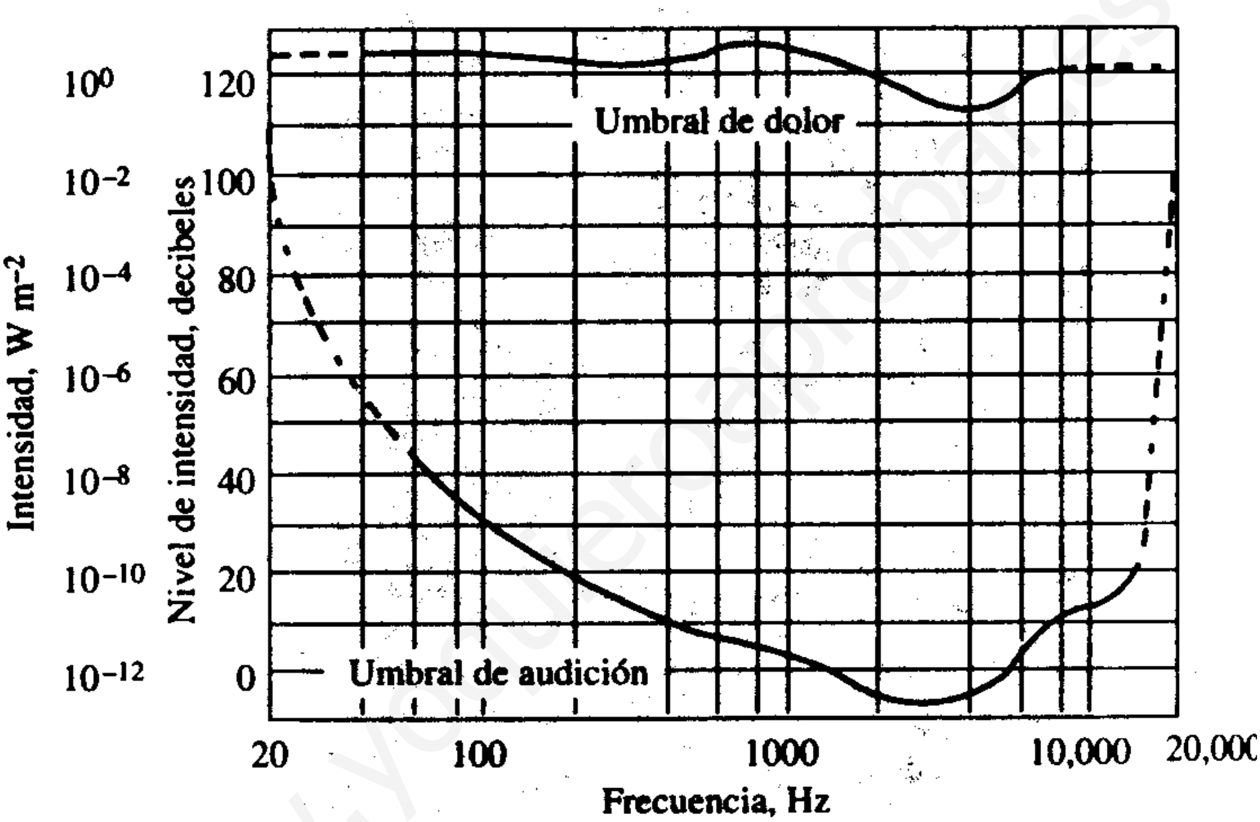
Para medir la intensidad se usa una magnitud, el nivel de intensidad (β), que usa un valor de referencia ($I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$). Se utiliza una escala logarítmica, para evitar las potencias de 10. Así: $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ La unidad de β es el *decibelio (dB)*, en honor a A.G. Bell, inventor del teléfono.

El oído humano es capaz de percibir sonido en un cierto rango de frecuencias (entre 16 Hz y 20000 Hz). Su sensibilidad es tal que, para cada frecuencia, existe un nivel de intensidad mínimo que es capaz de percibir (umbral de audición), y un nivel máximo (umbral de dolor), por encima del cual se producen daños para el oído. En el gráfico de la página siguiente aparecen estos umbrales para las diferentes frecuencias.

Contaminación sonora:

Está comprobado que el ruido afecta al oído y al sistema nervioso. Es causa de sordera, trastornos psicológicos, irritabilidad, estrés, bajo rendimiento, dificultades para dormir... cuando en una zona el nivel de intensidad del ruído es tal que afecta a la salud, se habla de que padece *contaminación sonora*.

El tráfico, las obras, bares, discotecas, son focos de contaminación sonora. Una exposición continuada a un sonido de intensidad superior a 80 dB produce daños a la salud. Existe una legislación sobre contaminación sonora que pretende disminuir el efecto del ruído. Por ejemplo, el horario de cierre de locales de ocio, la insonorización de los mismos con materiales absorbentes (no debe salir al exterior una intensidad mayor de 65 dB), regulación del nivel de vehículos, etc.



PROBLEMAS TEMA 5: VIBRACIONES Y ONDAS.

0. Una partícula vibra según la ecuación $y = 0{,}03 \cdot sen(10\pi \cdot t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.). Calcular:

a) Amplitud, periodo y frecuencia del movimiento.
b) Tiempo mínimo que transcurre entre dos instantes en fase.
c) Posición y velocidad iniciales de la partícula.
d) Represente posición y velocidad de dicho movimiento en función del tiempo.

1. De un resorte elástico de constante K = 500 N/m, cuelga una masa puntual de 5 kg. Estando el conjunto en equilibrio, se desplaza la masa 10 cm, dejándola oscilar libremente a continuación. Calcule:

a) Ecuación de movimiento armónico que describe la masa puntual.
b) Puntos en los que la aceleración de dicha masa es nula.
c) Tiempo que transcurre entre dos instantes en oposición de fase.

2. Una partícula de 0,5 kg, que describe un movimiento armónico simple de frecuencia 5/π Hz, tiene inicialmente una energía cinética de 0,2 J, y una energía potencial de 0,8 J.
a) Calcule la posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
b) Haga un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

3.- Un movimiento ondulatorio viene dado, en unidades del S.I., por y = 5 cos (4t + 10x); con "y" expresada en metros. Calcular:

a) λ, υ, ω, A. b) Velocidad de propagación de la onda.
c) Perturbación que sufre un punto situado a 3 m. del foco a los 20 s.
d) Expresiones generales de la velocidad y la aceleración de las partículas afectadas por la onda.

4.- La ecuación de una onda es y = 2 sen [2π(5 t + 0,1 x)], en unidades C.G.S. ("y" dada en cm).
a) Calcular: λ, υ, y velocidad de propagación de la onda.
b) ¿Cuál es la velocidad máxima que adquirirán los puntos afectados por la onda? ¿En qué instantes adquirirá dicha velocidad un punto situado a 10 cm de la fuente de perturbación?

5. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es: y(x,t) = 0,5 sen π (8 t - 4 x) (S.I.)
a) Determine la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda y explique el significado de cada una de ellas.
b) Represente gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante t = 0, y la elongación en x= 0 en función del tiempo.

6.- La ecuación de un onda transversal es y = 10 sen (2 π t - 10 π z) en el S.I. Calcular:

a) Velocidad de propagación. b) υ, ω, λ, T y k.
c) Velocidad y aceleración máximas de las partículas de la cuerda afectadas por la onda

7.- Escribir la expresión de una onda sinusoidal que se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje OX. La amplitud es 0,02 m, la frecuencia 60 Hz y la velocidad de propagación 10 m/s.

8.- El periodo de un movimiento ondulatorio que se propaga por el eje OX es $3 \cdot 10^{-3}$ s y la distancia entre los dos puntos más próximos con diferencia de fase π/2 rad. es de 30 cm en el eje X.
a) Calcular λ y la velocidad de propagación.
b) Si el periodo se duplicase ¿qué le ocurriría a las magnitudes del apartado anterior?

9.- Una onda sinusoidal se propaga a lo largo de una cuerda. El tiempo que transcurre entre el instante de elongación máxima y el de elongación nula en un punto de la cuerda es de 0,17 s. Calcular:

a) T y υ de la onda b) Velocidad de propagación si λ = 1,4 m.

10.- Una onda armónica se propaga por una cuerda tensa según y = 0,4 cos (50t - 0,2x) (S.I). Calcular:

a) λ, T. b) Velocidad máxima de oscilación de los puntos de la cuerda.
c) Diferencia de fase, en el mismo instante, entre dos puntos separados 7,5 m.

11.- Una onda longitudinal se propaga a lo largo de un resorte en el sentido negativo del eje OX y la distancia más próxima entre dos puntos en fase es de 20 cm. El foco emisor, fijo a un extremo del resorte, vibra con una amplitud de 3 cm y $\upsilon = 25$ Hz. Determinar:

a) Velocidad de propagación de la onda.
b) Expresión de la onda sabiendo que la perturbación en el instante inicial en $x = 0$ es nula.
c) Velocidad y aceleración máximas de un punto del resorte.

12.- Una onda transversal y sinusoidal tiene una frecuencia de 40 Hz y se desplaza en la dirección negativa del eje x con una velocidad de 28,8 cm/s. En el instante inicial, la partícula situada en el origen tiene un desplazamiento de 2 cm y su velocidad es de -377 cm/s. Encontrar la ecuación de la onda. ¿Qué datos pueden obtenerse de ella?

13.- Una onda estacionaria viene dada por $y = 0{,}04\ \text{sen}(0{,}4x)\cos(25t)$ (S.I.). ¿Cuál es su velocidad de propagación?. Calcular υ, λ, A y la velocidad de propagación de las O.V.

14.- Un alambre vibra según $y = 0{,}5\ \text{sen}\,(\pi/3\ x)\ \cos 40\pi t$ (C.G.S). Calcular:

a) υ, A, λ y velocidad de propagación de las ondas viajeras.
b) Distancia entre los nodos.
c) Velocidad de una partícula del alambre que está en $x = 1{,}5$ cm en el instante $t = 9/8$ s.

15.- La ecuación de una onda transversal en una cuerda es $y = 10\cos\pi\,(2x - 10t)$ (C.G.S):

a) Escribir la expresión de la onda que, al interferir con ella, producirá una O.E.
b) Indicar la distancia entre los nodos en la O. E. y la amplitud que tendrán los antinodos.

16.- Una onda viene dada por $y = 10\cos(\pi/6\ x)\cos 10t$ (C.G.S). Calcular la A de las ondas viajeras y su velocidad de propagación, la distancia entre nodos y entre un nodo y un vientre.

17.- La ecuación de una onda es $y = 6\cos 0{,}2\pi x\ \text{sen}\ 4\pi t$ (S.I). Calcular la amplitud de la onda estacionaria y de las ondas cuya superposición podría originarla; la posición de los nodos y antinodos; y la velocidad de una partícula situada en $x = 2$ m.

18.- La ecuación de una onda en una cuerda es $y = 0{,}2\cos 0{,}5\pi x\ \ \text{sen}\ 30\pi t$ (S.I.). Determinar:

a) Magnitudes características b) ¿En qué instantes será máxima la velocidad del punto $x = 0{,}5$ m?
c) Amplitud y velocidad de fase de las ondas cuya superposición podría producirla.

19. Calcular la energía cinética de una partícula oscilante de 3 g de masa a su paso por la posición de equilibrio, siendo su periodo 0,2 s y su amplitud 4 cm. Representar dicha energía cinética en función del tiempo y de la elongación.

20. Al suspender un cuerpo de 0,5 kg del extremo libre de un muelle que cuelga verticalmente, se observa un alargamiento de 5 cm. Si, a continuación, se tira hacia abajo del cuerpo, hasta alargar el muelle 2 cm más, y se suelta, comienza a oscilar.
a) Haga un análisis energético del problema y escriba la ecuación del movimiento de la masa.
b) Si, en lugar de estirar el muelle 2 cm, se estira 3 cm, ¿cómo se modificaría la ecuación de movimiento del cuerpo?

CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Una partícula de masa m, unida a un resorte de constante K, vibra con un m.a.s. Razonar cómo varía el periodo de las oscilaciones si a) duplicamos m ; b) duplicamos K

2. a) ¿En qué instantes y posiciones se igualan las energías cinética y potencial para un móvil que describe un movimiento armónico simple?
b) Cuando la elongación es igual a la mitad de la amplitud, ¿qué fracción de la energía total corresponde a la energía cinética y qué fracción a la potencial en el movimiento armónico simple?

3. Representar gráficamente dos ondas desfasadas π rad, una de doble frecuencia que la otra.

4. ¿Puede polarizarse el sonido? Razonar.

5. Una onda plana viene dada por la ecuación $y(x,t) = 2 \cos (100 t - 5 x)$ (S.I.) ¿Es longitudinal o transversal? Razonar.

6. ¿Cambian las magnitudes características de una onda electromagnética que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio? Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye? Razonar.

7. Comparar lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.

8. Dos rayos de luz inciden sobre un punto ¿Pueden producir oscuridad? Razonar.

9. ¿Por qué no observamos la interferencia de la luz producida por los dos faros de un automóvil?

10. a) Explicar cómo el fenómeno de difracción sirve para distinguir entre ondas y partículas.
b) El radar de un aeropuerto funciona mediante difracción, enviando ondas y midiendo la difracción que los aviones producen en dichas ondas. ¿Sería efectivo el radar si funcionase con una λ de 10 km? Razonar.

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DEL TEMA 5: VIBRACIONES Y ONDAS.

0. a) $A = 0{,}03$ m , $T = 0{,}2$ s , $\upsilon = 5$ Hz ; b) 0,2 s ; c) $y_0 = 0{,}03$ m , $v_{y0} = 0$ m/s

1. a) $x = 0{,}1 \cos (10 t)$ m , ó $x = 0{,}1$ sen $(10 t + 1{,}57)$ m ; **b)** $x = 0$ m ; c) $t = T/2 = 0{,}31$ s

2. a) $v_I = 0{,}89$ m/s ; $x_I = 0{,}18$ m ; $v_{MÁX} = 2$ m/s; **b)** 0,14 m

3. **a)** $\lambda = 0{,}63$ m ; $\upsilon = 0{,}64$ Hz ; $\omega = 4$ rad/s ; $A = 5$ m ; **b)** 0,4 m/s ; **c)** $y = -5$ m ;
d) $v_y = -20$ sen $(4t + 10 x)$ (m/s) ; $a_y = -80 \cos (4t + 10 x)$ (m/s^2)

4. **a)** $\lambda = 0{,}1$ m ; $\upsilon = 5$ Hz ; $v = 0{,}5$ m/s hacia la izda. ; **b)** $v_{máx} = 0{,}628$ m/s ; $t = (n-2)/10$ s

5. **a)** $v = 2$ m/s ; $v_y = 4\pi \cos (8\pi t - 4\pi x)$ m/s

6. **a)** 0,2 m/s ; **b)** $\upsilon = 1$ Hz ; $\omega = 2\pi$ rad/s ; $\lambda = 0{,}2$ m ; $T = 1$ s ; $k = 10\pi$ rad/m
c) $v_{máx} = 20\pi$ m/s ; $a_{máx} = 40\pi^2$ m/s^2

7. $y = 0{,}02 \cos(120\pi t - 12\pi x)$ m

8. 1,2 m ; 400 m/s

9. **a)** $T = 0{,}68$ s ; $\upsilon = 1{,}47$ Hz ; **b)** $v = 2{,}06$ m/s

10. **a)** $\lambda = 31{,}4$ m ; $T = 0{,}125$ s ; **b)** $v_{máx} = 20$ m/s ; **c)** 1,5 rad

11. **a)** 5 m/s ; **b)** $y = 0{,}3 \cos (50\pi t + 10\pi x + \pi/2)$; **c)** 4,7 m/s ; 1402 m/s^2

12. $y = 0{,}024 \cos(80\pi t + 872{,}6x + 0{,}624)$ m ; $\lambda = 0{,}0072$ m ; $T = 0{,}025$ s

13. $v_{OE} = 0$ m/s ; $\upsilon = 3{,}97$ Hz ; $\lambda = 15{,}7$ m ; $A = 0{,}02$ m ; $v_{OV} = 62{,}36$ m/s

14. **a)** $\upsilon = 20$ Hz ; $A = 0{,}25$ cm ; $\lambda = 6$ cm ; $v_{OV} = 1{,}5$ cm/s ; **b)** 3 cm ; **c)** 0 cm/s

15. **a)** $y = 10 \cos \pi(2x + 10t)$; **b)** $d = 0{,}5$ cm ; $A = 20$ cm

16. $A_{OV} = 5$ cm ; $v_{OV} = 19{,}1$ cm/s ; $d_{nodos} = 6$ cm ; $d_{nodo-vientre} = 3$ cm

17- $A_{OE} = 6$ m ; $A_{OV} = 3$ m ; $x_{nodos} = 2{,}5$ m + nl/2 ; $x_{anti} = 0$ m + $n\lambda/2$; $v_y = 7{,}4\, \pi \cos(4\pi t)$ m/s

18. **a)** $A_{OE} = 0{,}2$ m ; $\lambda = 4$ m ; $\upsilon = 15$ Hz ; $T = 0{,}066$ s ; $k = 0{,}5\pi$ rad/m ; **b)** $t = n/30$ s.
c) $A = 0{,}1$ m ; $v = 60$m/s

19. $Ec = 2{,}37 \cdot 10^{-3}$ J

20. a) $x = 0{,}02$ sen $(14{,}14\, t + 3\pi/2)$ m ; **b)** sólo cambia A, que toma el valor 0,03 m.