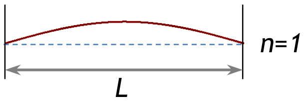
01. La cuerda Mi de un violín vibra a 659,26 Hz en el modo fundamental. La cuerda mide 32 cm.

a) Obtenga el período de la nota Mi y la velocidad de las ondas en la cuerda.

b) ¿En qué posición (refiérala a cualquiera de los dos extremos) se debe presionar la cuerda para producir la nota Fa, de 698,46 Hz frecuencia?

c) Si se produce con el violín un sonido de $10^{-4}$ W de potencia, calcule la distancia a la que habría que situarse para escucharlo con un nivel de intensidad de 50 db.




a) En el modo (armónico) fundamental $\lambda = 2L = 0{,}64\,\text{m}$

El periodo es la inversa de la frecuencia $T = 1{,}517\cdot 10^{-3}\,\text{s}$

luego la velocidad de la onda en la cuerda es $v_{ONDA} = \dfrac{\lambda}{T} = 421{,}89\,\text{ms}^{-1}$

b) ahora si la velocidad de la onda en la cuerda es la misma:

$$v_{ONDA} = 421{,}89\,\text{ms}^{-1} = \frac{\lambda_{FA}}{T_{FA}} = \lambda_{FA}\cdot f_{FA} \;\rightarrow\; \lambda_{FA} = 0{,}604\,\text{m} \;\rightarrow\; L_{CUERDA} = 0{,}30\,\text{m}$$

y deberíamos presionar la cuerda a 2 centímetros del extremo.

c) el nivel de intensidad sonoro de 50dB equivale a una intensidad de:

$$\beta = 10\cdot\log\frac{I}{I_0} \;\rightarrow\; 50 = 10\cdot\log\frac{I}{10^{-12}} \;\rightarrow\; I = 10^{-7}\,\text{wm}^{-2}$$

La intensidad de una onda es $I = \dfrac{E}{S\cdot t} = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{4\pi r^2} \;\rightarrow\; 10^{-7} = \dfrac{10^{-4}}{4\pi r^2} \;\rightarrow\; r = 8{,}92\,\text{m}$

02. Una emisora de FM emite ondas de 108 MHz con una potencia de 20 W. Calcule:

a) El período y la longitud de onda de la radiación.

b) La intensidad de las ondas a 3 km de distancia de la emisora.

c) El número de fotones emitidos por la antena durante una hora.

Dato: h = $6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s

a) el periodo es $T = \dfrac{1}{108\cdot 10^6} = 9{,}26\cdot 10^{-9}\,\text{s}$ y la longitud de onda $\lambda = v_{ONDA}\cdot T = 3\cdot 10^8\cdot 9{,}26\cdot 10^{-9} = 2{,}78\,\text{m}$

b) la intensidad de la onda es $I = \dfrac{E}{4\pi r^2 t} = \dfrac{P}{4\pi r^2} = \dfrac{20}{4\pi 3000^2} = 1{,}77\cdot 10^{-7}\,\text{w}\cdot\text{m}^2$

c) La energía de un fotón es $E = h\cdot f = 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 108\cdot 10^6 = 7{,}16\cdot 10^{-26}\,\text{J}$. En una hora la antena emite una energía de $W = E = P\cdot t = 20\cdot 3600 = 72000\,\text{J}$ que corresponde a $1\cdot 10^{30}$ fotones.

03. Diga si la siguiente afirmación es correcta o incorrecta y por qué:

*"El nivel de intensidad acústica producido por tres violines que suenan a la vez, todos con la misma potencia, es el triple que el nivel que produce un solo violín".*

Es incorrecta. El nivel de intensidad sonora es una función logarítmica.

El nivel de intensidad sonoro con tres violines solo es 4,77 dB mayor:

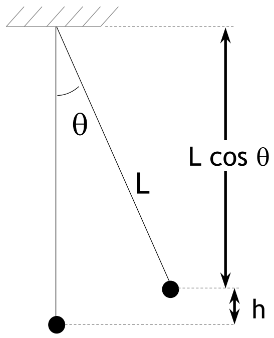
$$\beta_{3V} = 10\cdot\log\frac{I_{3V}}{I_0} = 10\cdot\log\frac{3\cdot I_{1V}}{I_0} = 10\cdot\log 3 + 10\cdot\log\frac{I_{1V}}{I_0} = 4{,}77 + \beta_{1V}$$

04. Hacemos un péndulo con una masa de 0,5 kg suspendida de un hilo de 20 cm de longitud. Desplazamos la masa un ángulo de 10º respecto a su posición de equilibrio y la dejamos oscilar.

a) Calcule el período de oscilación.

b) Calcule la velocidad de la masa en el punto más bajo.

c) Halle la expresión de la energía cinética de la masa en función del tiempo.




El periodo de un péndulo es $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,20}{10}} = 0,89\,s$

Igualando energías: $\frac{1}{2}mv^2 = mgh \;\rightarrow\; v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} = 0,247\,ms^{-1}$

Las características del movimiento son:

$$\left.\begin{array}{l} A = L\,\text{sen}\,\theta = 0,035\,m \\ \varphi = 90^\circ \qquad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 7,06\,s^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow x = 0,035\,\text{sen}(7,06t + \tfrac{\pi}{2}) \;\rightarrow\; v = 0,035\cdot 7,06\cos(7,06t + \tfrac{\pi}{2})$$

y de aquí tenemos $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = 0,0153\cos^2(7,06t + \frac{\pi}{2})$

05. El vuelo 370 de Malaysia Airlines desapareció el 8 de marzo de 2014 en el Mar de China. Los controladores aéreos lo seguían con un radar de 1000 MHz de frecuencia y 1 kW de potencia.

a) Halla el número de fotones por segundo que emite el radar.

b) Calcula la intensidad de las ondas del radar a la distancia que estaba el avión cuando se detectó por última vez, sabiendo que dicha distancia fue de 200 km desde la posición del radar. Suponemos ondas esféricas y que no hay absorción en la atmósfera.

c) Un barco de búsqueda registró señales ultrasónicas provenientes del fondo del océano, que podrían ser de la caja negra del avión. Se sabe que caja negra emite ondas acústicas de 37,5 kHz y 160 dB. Calcula la longitud de onda y la intensidad de estos ultrasonidos.

Datos: $h = 6,63\cdot10^{-34}$ J·s; velocidad del sonido en agua salada=1500 m/s; $I_0=10^{-12}$ W·m$^{-2}$

a) La energía de cada fotón es $E = hf = 6,63\cdot10^{-34}\,1\cdot10^9 = 6,63\cdot10^{-25}\,J$ y la energía emitida por el radar en 1s es $E = P\cdot t = 1000\,J \;\rightarrow\; 1,51\cdot10^{27}$ fotones

b) la intensidad de las ondas del radar a 200 km es $I = \dfrac{P}{4\pi r^2} = \dfrac{1\cdot10^9}{4\pi 200000^2} = 1,99\cdot10^{-3}\,w\cdot m^2$

c) la intensidad de la onda la sacamos de $\beta = 10\cdot\log\dfrac{I}{I_0} \;\rightarrow\; 160 = 10\cdot\log\dfrac{I}{10^{-12}} \;\rightarrow\; I = 10^4\,wm^{-2}$

la longitud de onda es $\lambda = v_{ONDA}T = \dfrac{v_{ONDA}}{f} = \dfrac{1500}{37,5\cdot10^3} = 0,04\,m$

06. Un muelle de masa despreciable, suspendido de su extremo superior, mide 11,5 cm. Al colgar una masa de 300 g en el extremo libre, el muelle se estira hasta una posición de equilibrio en la cual su nueva longitud es de 23,5 cm.

a) Calcula la constante elástica del muelle a partir de la deformación descrita.

b) Empujamos la masa 5 cm hacia arriba comprimiendo el muelle, y la soltamos. Medimos 10 oscilaciones en 7 s. Determina la expresión para la posición de la masa en función del tiempo.

c) Halla el valor de la energía total de la masa mientras oscila.

a) Empezamos por la constante del muelle $F = k\,x \;\rightarrow\; 0{,}3\cdot 10 = k\cdot 0{,}12 \;\rightarrow\; k = 25\,N\cdot m^{-1}$

b) La amplitud de las oscilaciones es $A = 0{,}05\,m$ y el periodo $T = 1{,}43\,s$

c) La energía total es $E = E_{P\,MAX} = \frac{1}{2}k\,A^2 = \frac{1}{2}25\cdot 0{,}05^2 = 3{,}125\cdot 10^{-2}\,J$

07. La radiación de fondo de microondas es una prueba del Big Bang y del origen del universo.

a) ¿Qué distancia ha recorrido esta radiación desde que se originó hace 13700 millones de años hasta el momento actual en que nos llega a la Tierra?

b) Sabiendo que la frecuencia es 160,2 GHz, calcula su longitud de onda.

c) Si la intensidad de la radiación es del orden de $10^{-9}$ W/cm$^2$ estima cuántos fotones nos llegan por segundo y por centímetro cuadrado.

a) 13700 millones de años luz… algo así como $1{,}296\cdot 10^{26}$ m

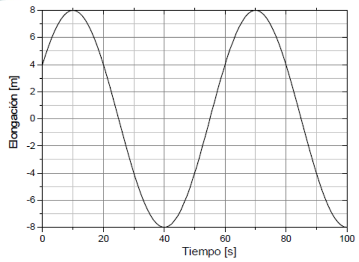
b) $v_{ONDA} = 3\cdot 10^8\,m\cdot s^{-1} \;\rightarrow\; \lambda = v_{ONDA}T = \frac{v_{ONDA}}{f} = 1{,}87\cdot 10^{-3}\,m$

c) La energía de cada fotón es $E = h\cdot f = 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 160{,}2\cdot 10^{9} = 1{,}062\cdot 10^{-22}\,J$ por cada cm$^2$ llegan $10^{-9}$ J en cada segundo, lo que equivale a $\frac{10^{-9}}{1{,}062\cdot 10^{-22}} = 9{,}42\cdot 10^{12}$ fotones

08. La figura representa la elongación de un oscilador armónico en función del tiempo. Determine:

a) La amplitud y el periodo.

b) La ecuación de la elongación del oscilador en función del tiempo.




$$\text{A la vista de la gráfica: } \left.\begin{array}{ll} \text{Amplitud} & A = 8\,m \\ \text{Periodo} & T = 60\,s \\ \text{Elongación inicial} & y_0 = 4\,m \end{array}\right\} \rightarrow \omega = \frac{\pi}{30}s^{-1}$$

La ecuación del movimiento es del tipo $y = A\,sen(\omega t + \varphi)$

Ahora tenemos que calcular el desfase inicial $y_0 = 4 = 8\,sen\varphi \;\rightarrow\; \varphi = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

y la ecuación definitiva es $y = 8\,sen(\frac{\pi}{30}t + \frac{\pi}{6})$

09. Un muelle de longitud en reposo 25 cm cuya constante elástica es k=0,2 N·cm$^{-1}$ tiene uno de sus extremos fijos a una pared. El extremo libre del muelle se encuentra unido a un cuerpo de masa 300 g, el cual oscila sin rozamiento sobre una superficie horizontal, siendo su energía mecánica igual a 0,3 J. Calcule:

a) La velocidad máxima del cuerpo. Indique en qué posición, medida con respecto al extremo fijo del muelle, se alcanza dicha velocidad.

b) La máxima aceleración experimentada por el cuerpo.

La constante del muelle es $k = 20\,N\cdot m^{-1}$ como la energía mecánica es igual a la potencial máxima, la amplitud de las oscilaciones es: $E = E_{P\,MAX} = \frac{1}{2}k\,A^2 \;\rightarrow\; A = \sqrt{\frac{2\cdot E}{k}} = 1{,}73\cdot 10^{-1}\,m$

La velocidad máxima se alcanza cuando el cuerpo pasa por la posición de equilibrio:

$$E = E_{P\,MAX} = E_{C\,MAX} \;\rightarrow\; \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{kA^2}{m}} = \sqrt{\frac{20\cdot 1,73\cdot 10^{-1}}{0,3}} = 3,40\,m\cdot s^{-1}$$

La aceleración máxima se alcanza en los extremos y es:

$$a_{MAX} = \pm\omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = \frac{k}{m}A = \frac{20}{0,3}1,73\cdot 10^{-1} = 11,53\,ms^{-2}$$

10. Un altavoz emite sonido como un foco puntual. A una distancia d, el sonido se percibe con un nivel de intensidad sonora de 30 dB. Determine:

a) El factor en el que debe incrementarse la distancia al altavoz para que el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 20 dB.

b) El factor en el que debe incrementarse la potencia del altavoz para que a la distancia d el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 70 dB.

Dato: Umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m$^{-2}$

Primero vamos a calcular a qué intensidad corresponden 20, 30 y 70 dB:

$$\beta = 10\cdot\log\frac{I}{I_0} \;\rightarrow\; \frac{\beta}{10} = \log I - \log I_0 \;\rightarrow\; \begin{cases} 20\,db \;\rightarrow\; 2 = \log I_{20} + 12 \;\rightarrow\; I_{20} = 10^{-10}\,Wm^{-2} \\ 30\,db \;\rightarrow\; 3 = \log I_{30} + 12 \;\rightarrow\; I_{30} = 10^{-9}\,Wm^{-2} \\ 70\,db \;\rightarrow\; 7 = \log I_{70} + 12 \;\rightarrow\; I_{70} = 10^{-5}\,Wm^{-2} \end{cases}$$

La energía de un foco sonoro es $I = \frac{E}{S\cdot t} = \frac{E}{4\pi r^2 t} = \frac{P}{4\pi r^2}$

a)

$$\left.\begin{aligned} I_{30} &= \frac{P}{4\pi r_{30}^2} \\ I_{20} &= \frac{P}{4\pi r_{20}^2} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{I_{20}}{I_{30}} = \frac{r_{30}^2}{r_{20}^2} \rightarrow \frac{10^{-10}}{10^{-9}} = \frac{r_{30}^2}{r_{20}^2} \rightarrow r_{20} = \sqrt{10}\,r_{30} = 3,16\,r_{30}$$

para pasar de 30 a 20 db la distancia se tiene que hacer 3,16 veces mayor

b)

$$\left.\begin{aligned} P_{70} &= 4\pi^2 r^2 I_{70} \\ P_{30} &= 4\pi^2 r^2 I_{30} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{P_{70}}{P_{30}} = \frac{I_{70}}{I_{30}} = \frac{10^{-5}}{10^{-9}} = 10^4 \;\rightarrow\; P_{70} = 10^4 P_{30}$$

para que la intensidad sonora sea de 70 db tenemos que aumentar la potencia inicial 10000 veces

11. La velocidad de una partícula que describe un movimiento armónico simple alcanza un valor máximo de 40 cm s$^{-1}$. El periodo de oscilación es de 2,5 s. Calcule:

a) La amplitud y la frecuencia angular del movimiento.

b) La distancia a la que se encuentra del punto de equilibrio cuando su velocidad es de 10 cm s$^{-1}$.

a) A partir del periodo tenemos la constante, pero nos falta la masa m: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \;\rightarrow\; k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 6,32\cdot m$

Las energías potencial máxima y cinética máxima son iguales:

$$E_{C\,MAX} = E_{P\,MAX} \;\rightarrow\; \tfrac{1}{2}mv_{MAX}^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 \;\rightarrow\; \cancel{m}\,0,40^2 = 6,32\cdot\cancel{m}\cdot A^2 \;\rightarrow\; A = 0,16\,m \qquad \omega = 2\pi f = 2,51\,s^{-1}$$

b) La energía total del movimiento depende de la masa: $E_{TOT} = \frac{1}{2}kA^2 = 0,08\cdot m$ En nuestro punto:

$$E_{TOT} = E_C + E_P = \tfrac{1}{2}kx^2 + \tfrac{1}{2}mv^2$$
$$0,08\cdot\cancel{m} = \tfrac{1}{2}6,32\cdot\cancel{m}\cdot x^2 + \tfrac{1}{2}\cancel{m}\,0,10^2 \;\rightarrow\; x = 0,154\,m$$

12. Una partícula de masa m empieza su movimiento a partir del reposo en x = 25 cm y oscila alrededor de su posición en equilibro en x = 0 con un periodo de 1,5 s. Escribir las ecuaciones que nos proporcionan x en función de t, la velocidad en función de t y la aceleración en función de t.

La amplitud del movimiento es $A = 0{,}25\,m$ y tiene una fase inicial de -90º.

La pulsación es $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{4}{3}\pi s^{-1}$. Con esto la ecuación del movimiento es $x = 0{,}25\,sen(\frac{4}{3}\pi t - \frac{\pi}{2})$

Velocidad y aceleración se obtiene derivando:

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}25 \cdot \tfrac{4}{3}\pi \cos(\tfrac{4}{3}\pi t - \tfrac{\pi}{2}) \qquad a = \frac{dv}{dt} = -0{,}25(\tfrac{4}{3}\pi)^2\, sen(\tfrac{4}{3}\pi t - \tfrac{\pi}{2})$$

13. La velocidad de las ondas transversales en una cuerda tensa sujeta por sus dos extremos es 35 m/s. Cuando en esta cuerda se propagan ondas de 14 Hz, su interferencia da lugar al segundo armónico de una onda estacionaria. ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

El segundo armónico tiene tres nodos y la longitud de onda coincide con la de la cuerda. Vamos a calcular la longitud de onda:

$$\left.\begin{array}{l} v = 35 m\cdot s^{-1} \\ f = 14 Hz \rightarrow T = 7{,}14\cdot 10^{-2} s \end{array}\right\} \rightarrow \lambda = vT = 2{,}5m \rightarrow L = 2{,}5m$$

14. Una cuerda tensa sujeta por sus dos extremos vibra de acuerdo con la ecuación

$y = 5\,sen 3\pi x \cos 40\pi t$, donde x e y se expresan en cm y t en segundos.

a) Calcular la velocidad y la amplitud de las ondas viajeras cuya superposición da lugar a esta vibración.

b) Hallar la distancia entre nodos consecutivos.

c) Calcular la velocidad de una partícula de la cuerda en la posición x=1,5 cm cuando t=98 s.

a) La amplitud de cada onda viajera es: $A = 2{,}5 cm$

$$\left.\begin{array}{l} \omega = 40\pi s^{-1} \rightarrow f = 20 s^{-1} \rightarrow T = 0{,}05 s \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = 3\pi cm^{-1} \rightarrow \lambda = 0{,}66 cm \end{array}\right\} \rightarrow v_{ONDA} = \frac{\lambda}{T} = 13{,}2 cm\cdot s^{-1}$$

b) La distancia entre dos nudos consecutivos es media longitud de onda 0,33 cm

c) $v = \frac{dy}{dt} = -5\cdot 40\pi\, sen 3\pi x\, sen 40\pi t \rightarrow v_P = -5\cdot 40\pi\, sen 3\pi\cdot 1{,}5\, sen 40\pi\cdot 98 = 0 cm\cdot s^{-1}$

15. Una partícula de masa $10^{-2}$ kg vibra con movimiento armónico simple de periodo $\pi$ s a lo largo de un segmento de 20 cm de longitud. Determinar:

a) Su velocidad y su aceleración cuando pasa por el punto medio del segmento.

b) Su velocidad y su aceleración en los extremos.

c) El valor de la fuerza restauradora cuando su elongación es 8 cm.

Si se mueve en un segmento de 20 cm la amplitud del movimiento es A=0,10 m.

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2 s^{-1}$ y la constante del muelle es $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 0{,}04 Nm^{-1}$

a) cuando pasa por el centro la velocidad es máxima $v = A\cdot\omega = 0{,}20 ms^{-1}$ y la aceleración nula.

b) la velocidad en los extremos es nula y la aceleración $F = k\cdot A = m\cdot a \rightarrow a = 0{,}4 ms^{-2}$

c) cuando la elongación es 8 cm, $F = k\cdot x = 0{,}04\cdot 0{,}08 = 3{,}2\cdot 10^{-3} N$

16. En el laboratorio de Física se quiere determinar la constante elástica de un muelle, y para hacerlo se toman las masas m indicadas en la tabla y se cuelgan del muelle, midiendo el tiempo invertido en 5 oscilaciones (tiempos t de la segunda fila de la tabla). Explicar de qué forma deben tratarse los datos y calcular cuál es la constante elástica del muelle estudiado.

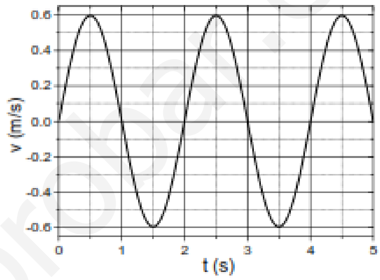
| m (g) | 90 | 120 | 150 | 180 |
|---|---|---|---|---|
| t (s) | 5,4 | 6,2 | 7,1 | 7,8 |

Vamos a añadir dos filas más a la tabla, una con el periodo y otra con el valor de la constante del muelle que se calcula a partir del periodo $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$

| T (s) | 1,08 | 1,24 | 1,42 | 1,56 |
|---|---|---|---|---|
| k ($N{\cdot}m^{-1}$) | 0,122 | 0,123 | 0,117 | 0,117 |

El valor estimado de la constante es la media de las cuatro pruebas (ninguna se descarta) $k=0{,}120\ N{\cdot}m^{-1}$

17. Un muelle con una masa colgada de su extremo inferior oscila armónicamente. En la gráfica se representa la velocidad del muelle en función del tiempo.




a) Determine la amplitud y la frecuencia de dichas oscilaciones. Escriba la ecuación y(t) que describe la posición del muelle con respecto a su posición de equilibrio (y=0) y su aceleración a(t) en cualquier instante.

b) Represente gráficamente y(t) y a(t) en el intervalo 0<t<5 s.

En la gráfica vemos que $v_{MAX}=0{,}6\,m{\cdot}s^{-1} \quad v_0=0{,}0\,m{\cdot}s^{-1} \quad T=2\,s \quad \rightarrow \quad \omega=\pi\,rad{\cdot}s^{-1}$

La ecuación del movimiento es del tipo $y=A\,sen(\omega t+\varphi)$ y la velocidad $v=\frac{dy}{dt}=A\,\omega\cos(\omega t+\varphi)$

$$\text{como } v_{MAX}=A\,\omega \quad \rightarrow \quad A=0{,}191m \quad \text{y además } v_0=0=A\,\omega\cos(\varphi) \quad \rightarrow \quad \varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$\text{la ecuación del movimiento es } y=0{,}191\,sen(\pi t+\tfrac{\pi}{2}) \text{ y su aceleración } a=-0{,}191\pi^2\,sen(\pi t+\tfrac{\pi}{2})$$

18. Un transductor ultrasónico, de los usados en medicina, es un disco muy delgado de 0,1 g de masa, que se hace oscilar como si fuese un oscilador armónico simple de frecuencia 1,0 MHz, por medio de un circuito electrónico de control. Si la máxima fuerza restauradora que se puede aplicar al disco sin que se rompa es $F_{max}$=40 kN, determine:

a) La amplitud A de las oscilaciones para ese caso máximo.

b) La velocidad máxima del transductor que corresponde a esa amplitud.

$$f=1{\cdot}10^6\,Hz \rightarrow \omega=2\pi f=2{\cdot}10^6\,\pi s^{-1} \text{ y como el periodo del oscilador es } T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 m}{k}=\frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad k=4\pi^2 mf=3947{,}84\,N{\cdot}m^{-1}$$

como la fuerza de recuperación máxima del muelle es $F_{MAX}=k{\cdot}A \rightarrow A=\frac{F_{MAX}}{k}=\frac{40000}{3947{,}84}=10{,}03\,m$

la energía potencial máxima es $E_{P\,MAX}=\frac{1}{2}kA^2=198578{,}13\,J$ que es igual a la energía cinética máxima

$$E_{P\,MAX} = E_{C\,MAX} = \frac{1}{2} m v_{MAX}^2 \quad \rightarrow \quad v_{MAX} = \sqrt{\frac{2E_{P\,MAX}}{m}} = 63020,33\,ms^{-1}$$

19. Una partícula de masa m=32 g, unida a un muelle de constante elástica k=20 N/m, oscila armónicamente sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 3 cm. Si el tiempo empieza a contar al soltar la bola desde la máxima elongación:

a) Determina la ecuación del movimiento armónico simple que describe la bola.

b) Escribe la expresión de la velocidad de la partícula en función del tiempo.

c) Calcula la energía mecánica de la partícula. ¿Qué fuerza se ejerce sobre la masa cuando se encuentra a 1 cm de su posición de equilibrio?

Con los datos que nos dan:

$$\left.\begin{array}{l} A = 0,03\,m \qquad \varphi = -\frac{\pi}{2}\,rad \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{32\cdot 10^{-3}}{20}} = 0,08\pi\,s \quad \rightarrow \quad \omega = 25\,rad\cdot s^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow y = 0,03\cdot sen(25\pi t - \tfrac{\pi}{2})$$

La velocidad es la derivada $v = \frac{dy}{dt} = 0,03\cdot 25\pi\cos(25\pi t - \frac{\pi}{2})$

La energía mecánica es igual a la potencial máxima $E = E_{P\,MAX} = \frac{1}{2}kA^2 = 9\cdot 10^{-3}\,J$ y cuando el muelle está estirado 1 cm la fuerza recuperadora es $F = kx = 20\cdot 0,01 = 0,2\,N$

20. Una chica grita frente a una montaña y oye el eco de su voz 10 s después.

a) Explica cómo determinar la distancia a que se encuentra la montaña y calcula su valor.

b) Si la frecuencia de las ondas sonoras es 1 kHz ¿Cuánto vale su longitud de onda?

Dato: Velocidad del sonido en el aire=340 m/s.

En 10 segundos el sonido recorre dos veces la distancia chica-montaña:

$$2e = v\cdot t \rightarrow e = \frac{v\cdot t}{2} = 1700\,m \qquad\qquad \lambda = v_{ONDA}\cdot T = 340\cdot\frac{1}{1000} = 0,34\,m$$

21. Una partícula se mueve con movimiento armónico simple de amplitud 5 cm y frecuencia 15 Hz. Considera la fase inicial nula.

a) Determina la ecuación de la elongación, de la velocidad y de la aceleración de dicho movimiento.

b) Calcula los valores de la elongación, de la velocidad y de la aceleración al cabo de 1 segundo de haberse iniciado el movimiento.

$$\left.\begin{array}{l} A = 0,05\,m \\ f = 15\,Hz \rightarrow \omega = 30\pi\,rad\cdot s^{-1} \end{array}\right\} y = 0,05\cdot sen\,30\pi t \rightarrow v = 0,05\cdot 30\pi\cos 30\pi t \rightarrow y = -0,05(30\pi)^2\,sen\,30\pi t$$

Cuando ha pasado 1 segundo:

$$y = 0,05\cdot sen\,30\pi = 0\,m \rightarrow v = 0,05\cdot 30\pi\cos 30\pi = 1,5\pi\,m\cdot s^{-1} \rightarrow a = -0,05(30\pi)^2\,sen\,30\pi = 0\,m\cdot s^{-2}$$

está en la posición de equilibrio.

22. Al suspender una masa de 250 g de un muelle, este se deforma 5 cm.

a) Calcula la constante elástica del muelle.

b) Si separamos el muelle 12 cm de su posición de equilibrio y lo dejamos en libertad, calcula la frecuencia y la amplitud del movimiento armónico simple que describe la masa.

La fuerza que actúa sobre el muelle es $F = mg = kx \rightarrow k = \frac{mg}{x} = \frac{250\cdot10^{-3}\cdot10}{0,05} = 50\,N\cdot m^{-1}$

La amplitud es 0,12 m y el periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{250\cdot10^{-3}}{50}} = 0,071\,s \rightarrow f = 14,14\,Hz$

23. Un bloque de 50 g, está unido a un muelle de constante elástica 35 N/m y oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 4 cm. Cuando el bloque se encuentra a 1 cm a la derecha de su posición de equilibrio, calcule:

a) La fuerza ejercida sobre el bloque.

b) La aceleración del bloque.

c) La energía potencial elástica, la energía cinética y la energía total del sistema.

La fuerza sobre el bloque es $F = kx = 35\cdot0,01 = 0,35\,N$. En ese momento $0,35\,N = F = m\cdot a \rightarrow a = 7\,m\cdot s^{-2}$

La energía total del sistema es $E = E_{P\,MAX} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}35\cdot0,04^2 = 2,8\cdot10^{-2}\,J$

En el punto indicado $E_P = \frac{1}{2}kx^2 = 1,75\cdot10^{-3}\,J \rightarrow E_C = E - E_P = 2,625\cdot10^{-2}\,J$

24. La intensidad del sonido puede medirse en decibelios (dB). Explique en qué consiste la escala decibélica de intensidad acústica (o sonoridad).

Una fuente sonora de dimensiones despreciables emite en el espacio con una potencia de 10 W, distribuida de forma uniforme en todas las direcciones (onda esférica).

a) Calcule la intensidad del sonido en un punto P a 10 m de dicha fuente, en unidades del S.I.

b) ¿Cuál es la intensidad acústica, en dB, que produce la fuente en dicho punto P?

Datos: Intensidad umbral del oído humano $I_0=10^{-12}\ W\cdot m^{-2}$.

$$\beta = 10\cdot\log\frac{I}{I_0} \quad \text{con } I_0 = 10^{-12}\,W\cdot m^{-2}$$

La energía de la onda es $I = \frac{E}{S\cdot t} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10}{4\pi 10^2} = 7,96\cdot10^{-3}\,W\cdot m^{-2}$

y la intensidad acústica es $\beta = 10\cdot\log\frac{I}{I_0} = 10\cdot\log\frac{7,96\cdot10^{-3}}{10^{-12}} = 99\,dB$

25. Una onda transversal se propaga de izquierda a derecha, según el eje OX, a lo largo de una cuerda horizontal tensa e indefinida, siendo su longitud de onda λ=10 cm. La onda está generada por un oscilador que vibra, en la dirección del eje OY, con un movimiento armónico simple de frecuencia f=100 Hz y amplitud A=5 cm. En el instante inicial t=0, el punto x=0 de la cuerda tiene elongación nula.

a) Escriba una expresión matemática de la onda indicando el valor numérico de todos los parámetros (en unidades S.I.). Escriba la ecuación que describe el movimiento de un punto situado a 30 cm a la derecha del origen.

b) Determine la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

c) Dibuje un esquema de la cuerda en una longitud de 20 cm, en el instante t=0.

a) Los parámetros de la onda son: $\left.\begin{array}{l} A = 0,05\,m; \quad \lambda = 0,1\,m \rightarrow k = 20\pi\,m^{-1} \\ f = 100\,Hz \rightarrow T = 0,01\,s \rightarrow \omega = 200\pi\,s^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow y = 0,05\,sen(200\pi t - 20\pi x)$

el punto que está a 30 cm vibra de acuerdo con la ecuación $y = 0,05\,sen(200\pi t - 6\pi)$

b) las velocidades de propagación y e vibración son:

$$v_{ONDA} = \frac{\lambda}{T} = 10\,m\cdot s^{-1} \qquad v_{VIB} = \frac{dy}{dt} = 0{,}05\cdot 200\pi\cos(200\pi t - 20\pi x) \qquad v_{VIB\,MAX} = 10\pi\, m\cdot s^{-1}$$

c) Es una línea recta; en ese momento comienza el movimiento en el origen.

26. Una onda armónica transversal viaja por una cuerda con una velocidad de propagación v=12 cm $s^{-1}$, una amplitud A=1 cm y una longitud de onda $\lambda$=6 cm. La onda viaja en el sentido negativo de las X y en t=0 s el punto de la cuerda de abscisa x=0 m tiene una elongación y=-1 cm. Determine:

a) La frecuencia y el número de onda.

b) La elongación y la velocidad de oscilación del punto de la cuerda en x = 0,24 m y t = 0,15 s.

La ecuación de onda es

$$\left.\begin{array}{l} v = 0{,}12\,ms^{-1} \rightarrow T = 0{,}5\,s \rightarrow f = 2\,s^{-1} \rightarrow \omega = 4\pi\, s^{-1} \\ \lambda = 0{,}06\,m \quad \rightarrow k = 100\frac{\pi}{3} m^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow y = 0{,}01 sen(4\pi t + 100\tfrac{\pi}{3}x + \varphi)$$

Ahora calculamos la fase inicial: $-0{,}01 = 0{,}01 sen\,\varphi \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

con lo que la ecuación de la onda es $y = 0{,}01 sen(4\pi t + 100\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{2})$ y para x=0,24 m y t=0,15 s:

$$y = 0{,}01\,sen(4\pi t + 100\tfrac{\pi}{3}x - \tfrac{\pi}{2}) \rightarrow y = 0{,}01\,sen(4\pi\cdot 0{,}15 + 100\tfrac{\pi}{3}\cdot 0{,}24 - \tfrac{\pi}{2}) = 9{,}5\cdot 10^{-3}\,m$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}01\cdot 4\pi\cos(4\pi t + 100\tfrac{\pi}{3}x - \tfrac{\pi}{2}) = 0{,}01\cdot 4\pi\cos(4\pi\cdot 0{,}15 + 100\tfrac{\pi}{3}\cdot 0{,}24 - \tfrac{\pi}{2}) = 3{,}88\cdot 10^{-2}\,ms^{-1}$$

27. Una onda transversal, que se propaga en el sentido positivo del eje X, tiene una velocidad de propagación de 600 m $s^{-1}$ y una frecuencia de 500 Hz. Determine:

a) La mínima separación entre dos puntos del eje X que tengan un desfase de 60º, en el mismo instante.

b) El desfase entre dos elongaciones, en la misma coordenada x, separadas por un intervalo de tiempo de dos milésimas de segundo.

$$\left.\begin{array}{l} f = 500\,Hz \quad \rightarrow T = 2\cdot 10^{-3}\,s \quad \rightarrow \omega = 1000\pi\, s^{-1} \\ v = 600\,ms^{-1} \rightarrow \lambda = vT = 1{,}2\,m \rightarrow k = 5{,}24\,m^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow y = A\,sen(1000\pi t - 5{,}24\cdot x)$$

Un desfase de 60º corresponde a un sexto de vuelta, un sexto de $\lambda$, luego la distancia es de 0,2 metros.

Un desfase de dos milésimas corresponde a una vuelta entera (periodo completo) y el desfase es nulo.

28. Una onda armónica transversal de periodo T=2 s se propaga con velocidad de 60 cm/s en sentido positivo a lo largo de una cuerda tensa orientada según el eje X. Se sabe que el punto de la cuerda de abscisa x=30 cm oscila en la dirección del eje Y, de forma que cuando t=1 s la elongación es nula y su velocidad es positiva; y en el instante t = 1,5 s su elongación es 5 cm y su velocidad es nula. Se pide:

a) La frecuencia y la longitud de onda.

b) La fase inicial, la amplitud de la onda armónica y su expresión matemática.

c) La diferencia de fase de oscilación de dos puntos separados por un cuarto de longitud de onda.

$$\left.\begin{array}{l} T = 2\,s \rightarrow f = 0{,}5\,s^{-1} \\ v = 0{,}60\,ms^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow \lambda = vT = 1{,}2\,m \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \omega = 2\pi f = \pi\, s^{-1} \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 5{,}24\,m^{-1} \end{array}\right.$$

La ecuación de la onda es del tipo $y = A\,sen(\omega t - kx + \varphi) = A\,sen(\pi t - 5{,}24x + \varphi)$

Sustituyendo los datos que nos da:

$$\left.\begin{array}{ll} y = 0 = A\,\text{sen}(\pi\cdot 1 - 5{,}24\cdot 0{,}30 + \varphi) & \rightarrow \quad 0 = A\,\text{sen}(\frac{\pi}{2} + \varphi) = -A\cos\varphi \\ y = 0{,}05 = A\,\text{sen}(\pi\cdot 1{,}5 - 5{,}24\cdot 0{,}30 + \varphi) & \rightarrow 0{,}05 = A\,\text{sen}(\pi + \varphi) = -A\,\text{sen}\varphi \end{array}\right\} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \qquad A = 0{,}05\,\text{m}$$

La expresión matemática de la onda es: $y = 0{,}05\cdot \text{sen}(\pi t - 5{,}24x + \frac{\pi}{2})$

Un cuarto de longitud de onda corresponde siempre a una diferencia de fase de 90º.

29. La ecuación de una onda en una cuerda tensa es: $y(x,t) = 4\cdot 10^{-3}\,\text{sen}(8\pi x)\cdot\cos(30\pi t)$ S.I.

a) Indique qué tipo de onda es y calcule su periodo, su longitud de onda y su velocidad de propagación.

b) Indique qué tipo de movimiento efectúan los puntos de la cuerda. Calcule la velocidad máxima del punto situado en x = 0,5 m y comente el resultado.

Se trata de una onda estacionaria. La amplitud es el término que no lleva t, $A = 4\cdot 10^{-3}\,\text{sen}(8\pi x)$

Los parámetros de la onda son: $$\left.\begin{array}{l} \omega = 30\pi = 2\pi f \rightarrow f = 15\,\text{s}^{-1} \rightarrow T = 6{,}67\cdot 10^{-2}\,\text{s} \\ k = 8\pi = \dfrac{2\pi}{\lambda} \quad \rightarrow \lambda = 0{,}25\,\text{m} \end{array}\right\} \rightarrow v_{ONDA} = \frac{\lambda}{T} = 3{,}75\,\text{ms}^{-1}$$

Los puntos de la cuerda vibran en torno a sus posiciones de equilibrio con una velocidad

$$v = \frac{dy}{dt} = -4\cdot 10^{-3}\cdot 30\pi\,\text{sen}(8\pi x)\,\text{sen}(30\pi t)$$

un punto situado a 0,5 m vibra con una velocidad $v = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Se trata de un nodo.

30. Un bloque de masa 1 kg se encuentra acoplado a un muelle horizontal de constante elástica 16 N/m, que le permite oscilar sin rozamiento. Estando el bloque en reposo en su posición de equilibrio, recibe un martillazo que le hace alcanzar, casi instantáneamente, una velocidad v(t=0)=40 cm/s. Aplicando el principio de conservación de la energía, calcule:

a) La amplitud A de las oscilaciones subsecuentes.

b) La velocidad del bloque cuando se encuentra en una posición tal que su elongación es la mitad de la amplitud: x =A/2.

a) La velocidad de 40 $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$=0,4 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ la alcanza en la posición de equilibrio y es la velocidad máxima y la energía total del sistema es $E = E_{C\,MAX} = \frac{1}{2}mv^2 = 0{,}08\,\text{J}$ que coincide con la energía potencial máxima

$$E_{P\,MAX} = \frac{1}{2}kA^2 \quad \rightarrow \quad A = 0{,}1\,\text{m}$$

b) Cuando se encuentra a media amplitud

$$E_P = \tfrac{1}{2}kx^2 = 0{,}02\,\text{J} \;\rightarrow\; E_C = E - E_P = 0{,}06\,\text{J} \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}12}{1}} = 0{,}35\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

31. Una onda armónica se propaga según la ecuación, expresada en el sistema internacional de unidades: $y(x,t) = 2\,\text{sen}(2\pi x - 16\pi t)$

a) Indica en qué sentido se propaga la onda.

b) Determina la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación

c) Halla la expresión de la velocidad de vibración de cualquier punto de la onda y calcula su valor máximo.

La onda $y(x,t) = 2\,\text{sen}(2\pi x - 16\pi t) = -2\,\text{sen}(16\pi t - 2\pi x)$ se mueve hacia la derecha.

$$A = 2\,\text{m} \qquad \left.\begin{array}{l} \omega = 16\pi \;\rightarrow\; f = 8\,\text{s}^{-1} \\ k = 2\pi \;\rightarrow\; \lambda = 1\,\text{m} \end{array}\right\} \; v_{ONDA} = \frac{\lambda}{T} = 8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La velocidad de vibración de un punto es $v = \dfrac{dy}{dt} = -2\cdot 16\pi\cos(16\pi t - 2\pi x) \;\rightarrow\; v_{MAX} = 32\pi\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

32. Por una cuerda tensa se propaga, en el sentido positivo del eje X, una onda sinusoidal transversal a una velocidad de 10 m/s. Los puntos de la cuerda oscilan con una frecuencia f=2Hz. En el instante t=0 el punto de la cuerda en x=0 pasa por la posición de equilibrio con una velocidad de oscilación transversal positiva de 1 m/s.

a) Calcule la amplitud de la onda y su fase inicial.

b) Calcule la máxima velocidad de oscilación trasversal de los puntos de la cuerda.

c) Escriba la función de onda correspondiente, en unidades S.I.

No hay desfase inicial (t=0 y x=0). Con los datos que nos dan:

$$\left.\begin{array}{l} v = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \\ f = 2\,\text{s}^{-1} \;\rightarrow\; T = 0{,}5\,\text{s} \end{array}\right\} \lambda = v\cdot T = 5\,\text{m} \quad \omega = 4\pi \;\rightarrow\; y = A\,\text{sen}(4\pi t - \frac{2\pi}{5}x)$$

La velocidad de vibración (transversal) para cualquier punto es:

$v_{VIB} = \dfrac{dy}{dt} = A\,4\pi\cos(4\pi t - \dfrac{2\pi}{5}x)$ y como en el origen la velocidad es $1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$4\pi A = 1 \;\rightarrow\; A = \dfrac{1}{4\pi}$ luego la ecuación de la onda es $y = \dfrac{1}{4\pi}\text{sen}(4\pi t - \dfrac{2\pi}{5}x)$

La velocidad máxima de vibración es $1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

33. Al suspender una masa de 1 kg de un muelle, este se deforma 5 cm.

a) Calcula la constante elástica del muelle.

b) Si separamos el muelle 12 cm de su posición de equilibrio y lo dejamos en libertad, calcula la frecuencia y la amplitud del movimiento armónico simple que describe la masa.

a) La constante es $mg = F = kx \;\rightarrow\; k = \dfrac{mg}{x} = \dfrac{1\cdot 10}{0{,}05} = 200\,\text{Nm}^{-1}$

b) La amplitud es 0,12 m y el periodo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{200}} = 0{,}444\,\text{s} \;\rightarrow\; f = \frac{1}{T} = 2{,}25\,\text{Hz}$$