PROBLEMAS GRAVITACIÓN

1) Calcula el momento angular de la Tierra respecto al centro del Sol suponiendo nulo el movimiento de rotación de la Tierra sobre sí misma y la órbita de la Tierra como circular. El radio de la órbita terrestre es de $1{,}5\times10^{8}$ km, y su velocidad de traslación 30 km/s.
   Solución: $2{,}68\times10^{40}$ kg.m^2/s
2) UN bloque de masa m gira sin rozamiento, mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable, encima de una mesa, describiendo una circunferencia de radio r, siendo v su velocidad lineal. En el centro de la mesa se practica un orificio, de manera que la cuerda cuelgue. ¿Qué ocurre cuando tiramos suavemente de la cuerda hasta acortar el radio de giro a la mitad?
   Solución: se duplica la velocidad.
3) Un cuerpo está constituido por una barra cilíndrica de masa despreciable y longitud 1 m, que lleva en sus extremos dos bolas metálicas homogéneas de masas 4 y 1,2 kg y radios respectivos de 25 y 10 cm. Hallar la posición del centro de masas del cuerpo.
   Solución: x_{CM} = 0,56 m (si tomamos x = 0 en el extremo de la barra de radio 25 cm).
4) Calcula la aceleración angular de una polea de masa M y radio R que lleva arrollada en su garganta una cuerda de cuyo extremo libre se tira con una fuerza vertical T.
5) Una piedra de afilar en forma de disco macizo, de 1 m de diámetro y 50 kg de masa, gira a 900 r.p.m. Al presionar normalmente una herramienta contra su borde con una fuerza de 200 N, la piedra se para al cabo de 10 s. Halla el coeficiente de rozamiento entre la rueda y la herramienta, y el número de vueltas que da la rueda hasta pararse.
   Solución: 0,59; 75 vueltas.
6) Un cuerpo está formado por dos bolas macizas idénticas, de 2 kg de masa y 10 cm de radio, pegadas a los extremos de una barra cilíndrica de 1 kg de masa y 60 cm de longitud. Calcula su momento de inercia con respecto a un eje perpendicular a la barra que pasa por su centro de masas. Los momentos de inercia de una esfera y de un cilindro respecto a sus centros de masa valen, respectivamente:
   $$\frac{2}{5}mr^2; \quad \frac{1}{12}ml^2$$
7) Si una persona tendida sobre un taburete giratorio y bien lubricado que gira con velocidad angular ω se sienta sin apoyarse en ningún objeto externo, ¿qué le ocurre a su velocidad angular?
8) Supongamos que una persona sentada sostiene en su mano una rueda de bicicleta con la llanta de plomo para aumentar el momento de inercia. ¿Qué ocurrirá en los casos siguientes?
   a) Con el sistema en reposo, pone el eje de la rueda vertical y le imprime un rápido movimiento de rotación a la rueda.
   b) Con el sistema en reposo, pone el eje de la rueda horizontal y le imprime a la rueda un rápido movimiento de rotación.
9) Un disco gira a 600 r.p.m. en torno a un eje perpendicular al plano del disco y que pasa por su centro. En un instante se acopla un segundo disco de manera que ambos giran alrededor del mismo eje. Si el momento de inercia del segundo disco es tres veces el del primero, calcula la nueva velocidad de giro.
   Solución: 150 r.p.m.

10) Una rueda gira a 90 r.p.m. alrededor de un eje vertical perpendicular al plano de la rueda en su centro. En un momento dado se deja caer sobre la rueda un trozo de plastilina de 200 g, que se queda pegado a una distancia de 10 cm del centro. Si el momento de inercia de la rueda es de 0,75 kg.m^2, calcula la velocidad de la rueda después de quedar adherida la plastilina.
    Solución: 89,8 r.p.m.
11) Calcula la aceleración con la que desciende un cuerpo de masa m que cuelga de una cuerda arrollada en la garganta de una polea, en función de su masa, de la masa de la polea M y del radio de ésta R. Resolver usando consideraciones dinámicas y por conservación de la energía mecánica.
    Solución: $a = \frac{mgR^2}{mR^2+I}$
12) Calcula la aceleración con la que se mueven dos cuerpos de masas m_1 y m_2 colgados de los extremos de una cuerda que pasa por la garganta de una polea de masa M y radio R. Suponer $m_1 > m_2$.
    Solución: $a = \frac{gR^2(m_1-m_2)}{I+(m_1+m_2)R^2}$
13) Estudia el movimiento de una bola maciza, de masa m y radio R, que rueda sin deslizarse a lo largo de un plano inclinado de altura h, longitud l e inclinación ϕ con la horizontal. Si el rozamiento a la rodadura es despreciable, ¿qué valor mínimo debe tener el coeficiente de rozamiento entre la superficie de la esfera y el plano inclinado para que la esfera ruede sin deslizarse? $I = \frac{2}{5}mR^2$.
    Solución: $a = \frac{5}{7}gsen\phi$; $\mu \geq \frac{2}{7}tg\phi$
14) Conocido el valor de G, Cavendish calculó la masa de la Tierra y también su densidad media. ¿Cómo lo hizo? Dato: radio de la Tierra 6.370 km.
    Solución: 5.96x10^{24} kg; 5.505 kg/m^3.
15) Calcula la energía potencial asociada a un sistema formado por tres partículas de masas 1, 2 y 3 kg, situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 4 m.
    Solución: 1,75x10^{-10} J.
16) Calcula la variación que experimenta la energía potencial gravitatoria cuando se eleva una masa de 500 kg desde el nivel del mar hasta una altura de 1.000 km. ¿Qué error se comete si se una la fórmula E_p = mgh para resolver el problema?
    Solución: 4,2x10^9 J; 17%.
17) Deduce la expresión que permite calcular cómo varía la gravedad en el interior de la Tierra, supuesto que su densidad es constante.
18) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra hay que elevarse para que la aceleración de la gravedad disminuya en un 5%?
    Solución: 165 km.
19) ¿A qué distancia del centro de la Tierra, y en el interior de ésta, la intensidad del campo gravitatorio terrestre es igual a su valor en un punto situado a una altura igual al radio terrestre sobre la superficie?
    Solución: R_T/4.
20) Si un satélite artificial describe una órbita circular situada a 500 km sobre la superficie terrestre, ¿con qué velocidad se mueve el satélite? ¿Cuál es su período de revolución?

Solución: 7607 m/s; 1 h 35'.

21) Un satélite terrestre se dice que es sincrónico a geoestacionario cuando su período de revolución es igual al período de rotación de la Tierra. El satélite se encontrará, pues, siempre en el mismo punto por encima de la Tierra. ¿A qué altura se hallará?
Solución: $3{,}6 \times 10^{7}$ m.

22) ¿Con qué velocidad se debe lanzar un cohete desde la superficie de la Tierra para que alcance una altura $h = 2\ R_T$?
Solución: 9100 m/s.

23) Se lanza verticalmente y hacia arriba desde la superficie de la Tierra un cuerpo de 1000 kg con una velocidad de 8000 m/s. ¿Qué altura alcanzará y qué energía posee el cuerpo a esa altura?
Solución: $6{,}7 \times 10^{6}$ m; $-1{,}52 \times 10^{10}$ J.

24) Un satélite de 200 kg está en una órbita circular de $7{,}5 \times 10^{6}$ m de radio, alrededor de la Tierra. Calcular sus energías cinética, potencial y mecánica, y la velocidad de escape desde esa altura.
Solución: $E_c = 5{,}3 \times 10^{9}$ J; $E_p = -1{,}06 \times 10^{10}$ J; $E_m = -5{,}3 \times 10^{9}$ J; v = 10296 m/s.

25) Calcula la masa del Sol a partir del período de rotación de la Tierra, y sabiendo que la distancia Tierra-Sol es de $1{,}49 \times 10^{11}$ m.
Solución: $1{,}97 \times 10^{30}$ kg.

26) La masa de la Luna es 1/81 de la masa de la Tierra, y su radio ¼ del radio terrestre. Calcula el peso en la Luna de una persona cuya masa en la superficie terrestre es 70 kg.
Solución: 135,5 N.

27) Calcula, en función del radio de la Tierra, la distancia al centro de ésta a la que sería 1 N el peso del kg patrón.
Solución: $3{,}13\ R_T$.

28) ¿Cuál sería la duración del día si el peso aparente de los cuerpos en el Ecuador fuese nulo?
Solución: aproximadamente 1h 25'.

29) Dos partículas de masas 4 y 0,5 kg se encuentran en el vacío, separadas por 20 cm. Calcular la energía potencial del sistema, el trabajo de la fuerza gravitatoria para aumentar la separación entre las partículas a 40 cm, el trabajo de la fuerza gravitatoria para llevar las partículas hasta el infinito y, a partir de esta última situación, el trabajo de la fuerza gravitatoria para restablecer la distribución inicial.
Solución: $-6{,}67 \cdot 10^{-10}\,J$; $\quad -3{,}335 \cdot 10^{-10}\,J$; $\quad -6{,}67 \cdot 10^{-10}\,J$; $\quad 6{,}67 \cdot 10^{-10}\,J$

30) Calcula el campo gravitatorio en el punto donde se cortan las alturas de un triángulo equilátero de 10 cm de lado en cuyos vértices hay masas de 0,2 kg.
Solución: 0

31) Calcula la energía de enlace (total) de un satélite que describe una órbita alrededor de la Tierra, a una distancia R de la Tierra. ¿Qué significa el signo?
Solución: $-\frac{1}{2}\frac{GMm}{R}$