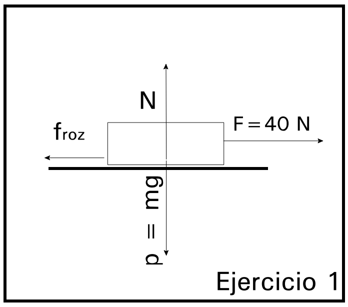
Ejercicios resueltos de Dinámica

(Por comodidad operativa, se toma $g = 10\ ms^{-2}$, en todos los casos, salvo que expresamente se diga lo contrario - que es lo opuesto a lo que tú debes hacer)

1. **Halla, en el gráfico de la derecha, la aceleración con la que se mueve el cuerpo, si su masa es de 10 kg, el coeficiente cinético de rozamiento vale 0,2 y la fuerza impulsora 40 N.**



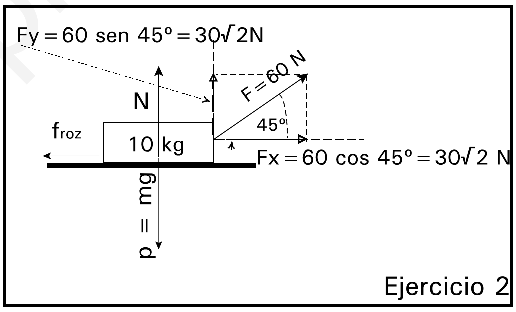
Resolución:
Lo primero dibujar TODAS las fuerzas que actúan sobre el cuerpo (operaremos con los módulos)
Existe *equilibrio en dirección vertical*, luego: N = mg(1)
En dirección horizontal se tiene (2º ley de Newton):

$F - f_{roz} = m.a$.(2). Como, por otra parte, froz = μN=[ver (1)] =μmg=20 N, se tiene al sustituir en (2):

$40-20 = 10.a \rightarrow a = 2ms^{-2}$

2. **Sobre el cuerpo de la figura de masa 10 kg, se ejerce una fuerza que forma un ángulo de 45º con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,1, halla la aceleración con la que se moverá el cuerpo.**

Resolución:



Como siempre, lo primero, dibujar TODAS las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, que son las cuatro que se representan (la de 60 N la proyectamos sobre los ejes para poder operar con ella, es como sí actuaran 3 fuerzas verticales y 2 horizontales) (<u>*Proyecta SIEMPRE sobre los ejes las fuerzas que no lo estén; es la única manera de poder operar con ellas*</u>; ni qué decir tiene, que en un ejercicio se dan las fuerzas sin proyectar y, en consecuencia sin el valor de las proyecciones, que hay que obtener.

En *dirección vertical existe equilibrio*, verificándose, para los módulos[1] de los vectores:

$$F_y + N = mg \rightarrow 30\sqrt{2} + N = 100\ (1)$$

En dirección horizontal, en la que se da el movimiento, se tiene para la ley fundamental de la dinámica (y seguimos operando con módulos):

$$Fx - f_{roz} = m.a\ (2)$$

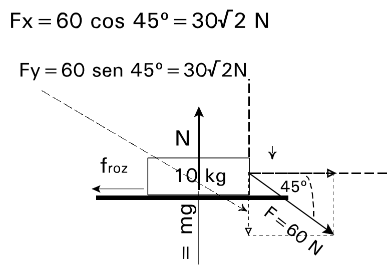
Como $F_x = 30\sqrt{2}$ N y $f_{roz} = \mu N$ = [ver (1)] = $\mu(mg - Fy) = 0,1(100 - 30\sqrt{2})$, sustituyendo en (2), se llega a:

$$30\sqrt{2} - 0,1(100 - 30\sqrt{2}) = 10.a \rightarrow a = \frac{30\sqrt{2} - 0,1(100 - 30\sqrt{2})}{10} = 3,7\ ms^{-2}$$

---

1 **Una vez proyectadas las fuerzas sobre los ejes, para cada eje** se pueden tratar como si fueran escalares pues se suman si tienen el mismo sentido o se restan si sentidos opuestos

3. **Resuelve el problema anterior con los mismos datos pero con la variante de que el ángulo que forma F con la horizontal sea de -45º**



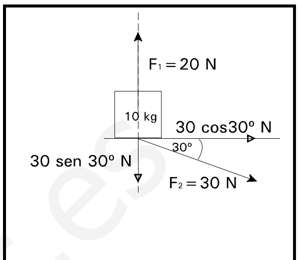
Resolución:

Las ideas a aplicar son las del ejemplo anterior con la variante del equilibrio en dirección vertical, que ahora es:

$F_y + mg = N \rightarrow 30\sqrt{2} + 100 = N$ (1)

Ahora ya puedes seguir…

4. **Un objeto de 10 kg está sometido a las fuerzas F_1 y F_2 como indica la figura. Calcula la aceleración del objeto. Determina una tercera fuerza, F_3 que se debe aplicar para que el objeto estén equilibrio estático.**



Ejercicio 4

Resolución:

Una vez proyectadas las fuerzas que no lo están y evaluadas las proyecciones el problema es ya sencillo, pues basta aplicar la 2º ley. Nota que las fuerzas dibujadas son las únicas que actúan No se considera el peso del cuerpo. Se supone que se anula con otra fuerza .

$$\vec{F}_{res} = (30\cos 30^\circ)\vec{i} + (20 - 30\,\text{sen}\,30^\circ)\vec{j} = 10.\vec{a}$$

y al simplificar por 10 se obtiene directamente la aceleración:

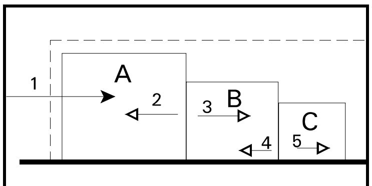
$$3\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \left(2 - \frac{3}{2}\right)\vec{j} = \vec{a}\ (ms^{-2})$$

El segundo apartado es muy sencillo, pues la suma de las tres fuerzas debe se el vector nulo, se tendrá:

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} = (30\cos 30^\circ)\vec{i} + (20 - 30\,\text{sen}\,30^\circ)\vec{j} + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_3 = -(30\cos 30^\circ)\vec{i} + (30\text{sen}30^\circ - 20)\vec{j} =$$

$$= -15\sqrt{3}\vec{i} - 5\vec{j}\ (N)$$

5. **Tres bloques A, B y C de masas respectivas 4, 2 y 1 kg, se encuentran sobre una superficie horizontal sin rozamiento. a) ¿qué fuerza hay que aplicar al bloque A para que el conjunto adquiera una aceleración de 2 m/s²?; b) calcula la fuerza que A ejerce sobre B y la que B ejerce sobre C y sobre A.**



Ejercicio 5

Resolución:

a) La fuerza que aplicamos (numerada como 1 en el gráfico) es la fuerza externa al sistema - conjunto de los tres cuerpos- La 2ª ley aplicada al mismo resulta ser:

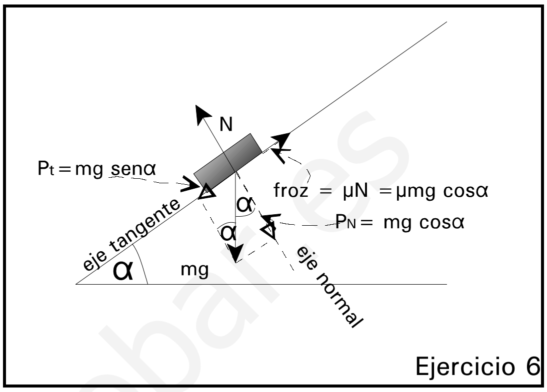
$F = m.a$; $F = (4 + 2 + 1).2 = 8N + 4N + 2N = 14$ N. Siendo 8N, 4N y 2N, las respectivas fuerzas resultantes sobre A, B y C

Como sobre el cuerpo A, actúa una fuerza resultante de 8N y sobre él se aplica directamente la de 14 N, debe actuar una de sentido opuesto (fuerza 2 de la figura) de valor 14-8 = 6N. Dicha fuerza la debe hacer B sobre A, luego A sobre B (acción-reacción) hará una igual y de sentido opuesto (fuerza 3, que, en consecuencia valdrá 6N).

La resultante sobre B es de 4 N, lo que quiere decir que también sobre él debe actuar una de sentido opuesto a la fuerza 3 de valor 2 N (fuerza 4), y en virtud del principio de acción-reacción, B sobre C también ejercerá una fuerza de valor 2 N. Se tienen, pues, 2 parejas acción-reacción

A todo lo anterior se puede llegar aplicando la 2ª ley a cada uno de los cuerpos directamente:
Para el cuerpo A
F_1-F_2 = m_A.a; 14-F_2 =4.2 →F_2 =14-8 = 6N. Esta fuerza es la que el cuerpo B ejerce sobre el A, que será igual y opuesta a la que el A hace sobre el B (F_2 y F_3 es una pareja acción-reacción).
Para el cuerpo B, se tiene:
F_3-F_4=m_B.a ; 6-F_4=2.2 →F_4=2 N (..que es la fuerza que C ejerce sobre B, igual salvo el sentido a F_5, que es la que B ejerce sobre C)

6. Se coloca en lo alto de un plano inclinado 30º un cuerpo de masa 2 kg. Halla la aceleración con la que descenderá en los dos casos siguientes:
a) Si existe rozamiento y μ = 0,2.
b) Si no existe rozamiento
Resolución:
[En primer lugar se va a realizar el apdo b), CON rozamiento, pues el caso a) SIN rozamiento, es un caso particular del b) con μ =0]



Ejercicio 6

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son las de la figura.(como SIEMPRE, las fuerzas que no están situadas sobre un eje, como es el peso en este caso, se proyecta sobre los mismos] Se toma el sistema de referencia de la figura: un eje en la dirección del plano inclinado y el otro, que tiene que ser perpendicular al anterior, en la dirección de la normal (en general, *se toma uno de los ejes en la dirección del movimiento y el otro, perpendicular al anterior*).
Condición de equilibrio en la dirección de la normal:

$$N = P_N = mg\cos\alpha \quad (1)$$

En la dirección del movimiento, la fuerza resultante no es nula. La aplicación de la ley fundamental de la dinámica lleva a:

$$Pt - F_{roz} = m.a \quad (2)$$

Como Pt=mgsenα y Froz=μN = [ver (1)]=μmgcosα, si s sustituye en (2), resulta:
$\cancel{m}g\,sen\alpha - \mu\cancel{m}g\cos\alpha = \cancel{m}a \rightarrow a = g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = 10(\frac{1}{2} - 0{,}2\frac{\sqrt{3}}{2}) = 5(1 - 0{,}2\sqrt{3})$ ms^{-2}.
Si no existe rozamiento:

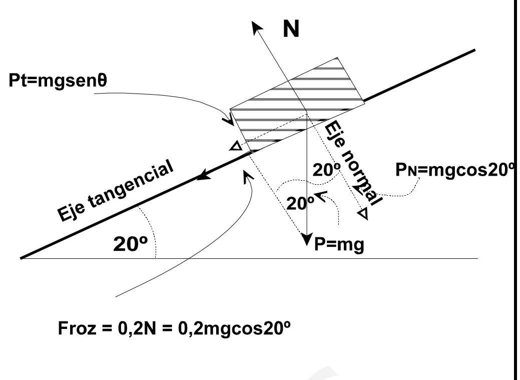
$a = g(sen\alpha - \cancel{\mu\cos\alpha}) = g\,sen\alpha = 10.0{,}5 = 5\ ms^{-2}$, al ser nulo el coeficiente de rozamiento.

*Como puedes ver, en todos estos ejercicios se pide la aceleración, lo que no deja de ser lógico ya que se están resolviendo problemas de Dinámica (fuerzas→ aceleración). Lo que resulta de interés es que una vez **hallada la aceleración por Dinámica** el problema puede seguir vía Cinemática con cálculos de espacios, tiempos y velocidades*

7. Se impulsa un cuerpo de masa 2 kg desde la base de un plano inclinado 20º. Calcula la aceleración con la que asciende en los dos casos siguientes:
a) Si existe rozamiento, siendo el valor del coeficiente dinámico, 0,2
b) Si no existe rozamiento

Resolución:

Lo primero a hacer, como siempre en estos casos, es dibujar TODAS las fuerzas que actúan sobre el móvil. Hay que destacar que no actúa ninguna en sentido positivo del eje tangencial (fuerza impulsora). Si asciende hasta parar es porque se la impulsó en la base del plano inclinado. Como en otros casos semejantes se calcula , primer lugar, lo que sucede cuando hay rozamiento.



Ejercicio 7

Condición de equilibrio sobre el eje normal:

$N = P_N = mg\cos 20º$ (1)

Sobre el eje tangencial se tiene:

$-F_t - fr = ma$ (2) (el signo - en las fuerzas puede interpretarse como oposición al avance del cuerpo)

y, habida cuenta de (1), se obtiene, por sustitución en (2):

$-mg\,sen20º - 0{,}2mg\cos 20 = m.a$

Si se simplifica por la masa y se saca factor común g, se llega a:

$a = -g(sen20º + 0{,}2\cos 20º) = -5{,}3\ ms^{-2}$.

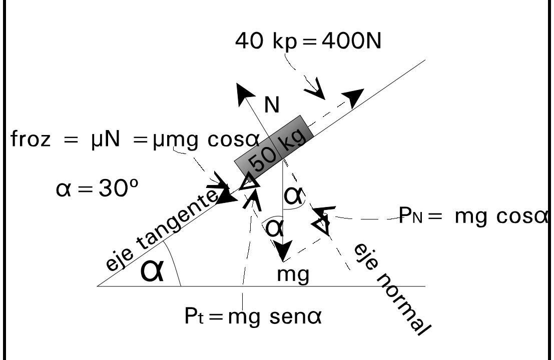
En caso de no existir rozamiento:

$a = -g(sen20º + \cancel{0{,}2\cos 20º}) = -3{,}42\ ms^{-2}$

8. Sabiendo que para ascender un bloque de 50 kg con velocidad uniforme por un plano inclinado 30º hay que aplicar una fuerza paralela al plano de 40 kp, ¿cuál deberá ser el valor del coeficiente de rozamiento cinético, μc?.

Resolución:

Como siempre, se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y se proyectan sobre los ejes, calculando su valor, aquellas que no lo estén.



Ejercicio 8

En dirección normal existe equilibrio, luego se tiene:

$N = mg\cos\alpha = 50.10\sqrt{3}/2 = 250\sqrt{3}$ N (1)

El planteamiento en la dirección del eje tangente es:

$400 - P_t - froz = 50.a = 0$ (2)

, ya que si el cuerpo sube con velocidad constante es que carece de aceleración. Si en

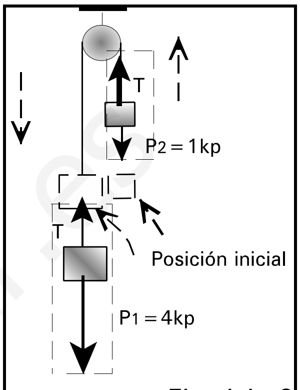
(2) sustituimos el valor de la componente tangencial del peso (ver gráfico) y el de la fuerza de rozamiento [y para ello se toma el valor de la normal dado por (1)], resulta:

$$400\text{-}50.10.½\text{-}\mu c\ 250\sqrt{3}=0.$$

Operando en la igualdad anterior se obtiene:

$$\mu_c = \frac{150}{250\sqrt{3}} = \frac{3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

9. Halla la aceleración del sistema y la tensión en el gráfico de la figura. Si inicialmente los dos cuerpos estaban situados a la misma altura, ¿qué tiempo deberá transcurrir para que estén separados 80 cm?.



Ejercicio 9

Resolución:
Se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre el sistema. Las tensiones dibujadas son las fuerzas que la cuerda ejerce sobre los cuerpos (las que los cuerpos ejercen sobre las cuerdas - reacción de las anteriores- no están dibujadas...porque actúan sobre las cuerdas, de masa despreciable).
Aplicando la 2ª ley de Newton al sistema (conjunto de los dos cuerpos) y tomando como positivas las fuerzas en el sentido del movimiento y como negativas en el opuesto, se tiene:

$$P_1 - \cancel{T} + \cancel{T} - P_2 = (m_1+m_2)a$$

(se suman las masas porque la fuerza resultante mueve TODO el sistema)

Al sustituir se obtiene:

$$40\text{-}10=5.a \rightarrow a=6ms^{-2}$$

[Como se ve, aunque al considerar TODAS las fuerzas que actúan sobre el sistema hay que tener en cuenta las tensiones, como se cancelan, NO es necesario operar con ellas, en otras palabras y tal como se ha dicho : "para hallar la aceleración del sistema no hace falta saber la tensión de la cuerda o cable"].
Si ahora se quiere hallar la tensión se hace aplicando la 2ª ley a *cada una de las partes* que forman el sistema..

Para el cuerpo que desciende se tiene:

$$P_1\text{-}T=m_1.a;\ 40\text{-}T=4.6 \rightarrow T=16N$$

y para el que asciende:

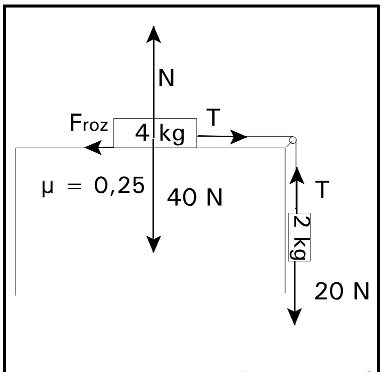
$$T\text{-}P_2=m_2.a;\ T\text{-}10=1.6 \rightarrow T=16\ N$$

[Al dar igual la tensión en las dos ramas de la cuerda bastaría calcular sólo para una de ellas. Esta igualdad sucede SIEMPRE que la masa del objeto que está situado entre los extremos de ambas ramas es despreciable. *Si la masa no es despreciable, las tensiones son SIEMPRE diferentes*, como se verá en un ejemplo posterior]

Cuando estén separadas 80 cm es porque cada una de ellas, partiendo del reposo, ha recorrido 40 cm=0,4 m., luego

$$y=½at^2 \rightarrow 0,4=½.6.t^2 \rightarrow t=(0,4/3)^{½}=0,37\ s.$$

10. Halla la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda en el sistema de la figura



Ejercicio 10

Resolución:
Ya tenemos dibujadas las fuerzas que actúan sobre los dos cuerpos. Además no hay que proyectar sobre ningún eje (tanto mejor).
Equilibrio en dirección vertical del cuerpo que descansa sobre la mesa:

$N = 40N$ (1)

Aplicando la 2ª ley de Newton al sistema se tiene:

$20-\cancel{T}+\cancel{T}-fr\ (m_1+m_2).a$ (2)

(como se ve, aunque se han explicitado las tensiones se pudo prescindir de ellas al cancelarse).

La fuerza de rozamiento es: $f_{roz} = 0{,}25.N$ = [(ver (1)] = $0{,}25.40N = 10$ N... y al sustituir en (2):

$20-10 = (4+2).a \rightarrow a = 5/3\ ms^{-2}$

Si se calcula la tensión en la rama vertical:

$20-T = 2.5/3 \rightarrow T = 50/3$ N

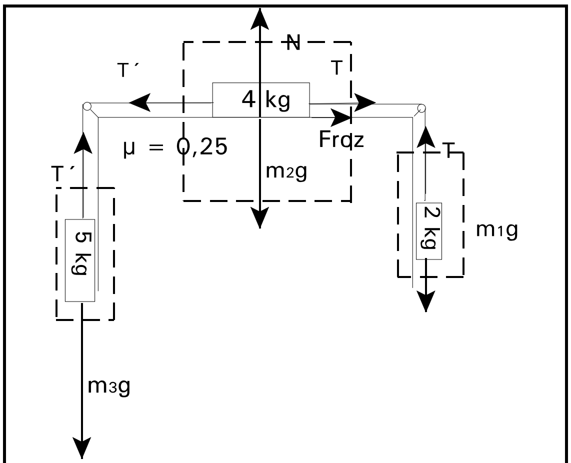
...si se hubiese calculado en la rama horizontal...:

$T-f_{roz} = 4.5/3$; como $f_{roz} = 10$ N (ya calculada), se obtiene finalmente:

$T-10 = 20/3 \rightarrow T = 50/3$ N (*<u>No olvides que las tensiones se hallan operando con cada parte del sistema</u>*).

11. Halla aceleración y tensión en el sistema de 3 cuerpos de la figura adjunta

Resolución:
Ya están dibujadas todas las fuerzas que actúan sobre el sistema y, además no hay que proyectar. Calculemos la aceleración aplicando la 2ª ley de Newton al sistema (conjunto de los tres cuerpos). A favor del movimiento tenemos el peso de cuerpo de la izquierda, mientras que en contra, el peso del de la derecha y la fuerza de rozamiento con el suelo del que descansa sobre la mesa. Esa fuerza resultante mueve TODA la masa del sistema:



Ejercicio 11

$m_3g-f_{roz}-m_1g = (m_1+m_2+m_3).a$ (1)

Para obtener el valor de la fuerza de rozamiento, recordemos que se calcula así:

$f_{roz} = \mu N$ (2)

, y el valor de la normal se obtiene considerando el equilibrio en dirección vertical del cuerpo que descansa en la mesa: N = 40 N, con lo que sustituyendo en (2), se tiene:

$$f_{roz} = 0{,}25.40 = 10N$$

, y al sustituir en (1):.

$$50\text{-}10\text{-}20 = (5 + 4 + 2).a \rightarrow a = 20/11 \ ms^{-2}.$$

Se pasa ahora al cálculo de tensiones. Recuerda que, para ello, se opera con UNA PARTE del sistema. Si se calcula T´por el ramal izquierdo, el descendente, que es por donde resulta más sencillo, se tiene:

$$m_3g\text{-}T' = m_3.a \rightarrow 50\text{-}T' = 5.20/11 \rightarrow T' = 450/11 \ N$$

Si ahora calculamos T por el ramal derecho, el ascendente:

$$T\text{-}m_1g = m_1a \rightarrow T\text{-}20 = 2.20/11 \rightarrow T = 260/11 \ N$$

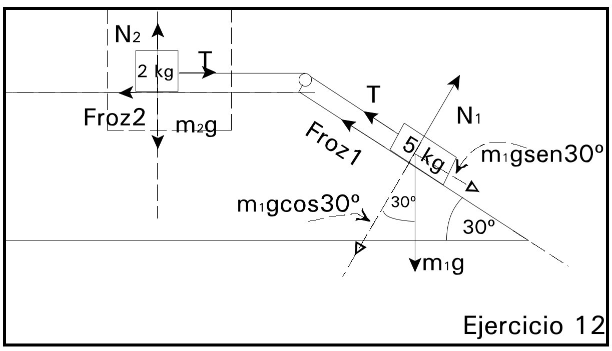
Ya se ha resuelto el problema pero comentémoslo un poco más. En el caso de las poleas, a ambos lados de ambas, la tensión es la misma: T y T; T´y T´pues las poleas son de masa despreciable pero como entre ambas poleas existe un cuerpo de masa no despreciable, pues la tiene de 4 kg, T y T´son diferentes. Si ahora consideramos el cuerpo que está sobre la mesa, se tiene para él:

$T'\text{-}T\text{-}froz = m_2.a$. En esta última igualdad se conoce todo. Veamos que, realmente se cumple:

$$\frac{450}{11} - \frac{260}{11} - 10 = 4.\frac{20}{11}$$

lo que concuerda con el supuesto de que tanto T como T´valen lo mismo a los dos lados de la polea. (recuerda en qué ramales se han calculado sus valores)...aunque son diferentes entre sí por tener masa no despreciable el cuerpo situado entre ambas ramas de la cuerda.

12. Dados los cuerpos representados en la figura, calcula la aceleración con la que se mueven y la tensión de la cuerda. El coeficiente de rozamiento es el mismo para los dos cuerpos y vale 0,2.



Ejercicio 12

Resolución:

Lo primero es lo primero: Se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre los cuerpos y se proyectan sobre los respectivos ejes aquellas que no están sobre los mismos ,calculando su valor.

Ahora, como ya sabemos, se calcula la aceleración del sistema, hallando la resultante de todas las fuerzas. Como, de caer, lo hará hacia la derecha, la única fuerza a favor será la componente tangencial del peso del cuerpo que descansa sobre el plano inclinado (se puede contar también la tensión que tira del cuerpo situado en la horizontal..pero se anula con la otra tensión). Se oponen al movimiento las dos fuerzas de rozamiento. La fuerza resultante moverá toda la masa del sistema. El planteamiento es:

$$m_1 g sen30º - froz1 - T + T - froz2 = (m_1 + m_2).a \quad (1)$$

Para evaluar las respectivas fuerzas de rozamiento basta con tener en cuenta los respectivos equilibrios respecto al eje tangente para el cuerpo que cae por el plano inclinado y respecto al eje vertical para el que está en la horizontal, obteniéndose:

$$N_1 = m_1 g cos30º = 5.10.\sqrt{3}/2 = 25\sqrt{3}\ N \rightarrow froz1 = 0{,}2.25\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\ N (2)$$
$$N_2 = m_2 g = 2.10 = 20N \rightarrow froz2 = 0{,}2.20 = 4\ N\ (3).$$

Si, ahora sustituimos en (1) los valores dados por (2) y (3), se obtiene:

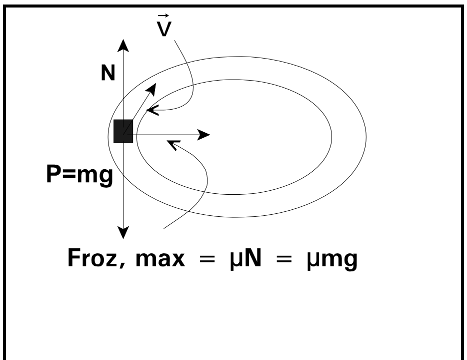
$$5.10.½ - 5\sqrt{3} - 4 = 7.a \rightarrow \quad a = \frac{21-5\sqrt{3}}{7}\ ms^{-2} \quad .$$

Finalmente, se está en disposición de evaluar la tensión. Como vale lo mismo por cada una de las dos ramas, se calculará por la izda que parece (y es) más sencillo. Recuerda que se hace aplicando la 2ª ley de Newton A ESA PARTE DEL SISTEMA. Se obtiene:

$T - froz2 = m_2.a \rightarrow T = froz2 + m_2 a$ (ambos sumandos ya evaluados)

$$= 4 + 2.\frac{21-5\sqrt{3}}{7} = \frac{70-10\sqrt{3}}{7}\ N$$

13. ¿Cuál es la máxima rapidez (módulo de la velocidad, recuerda) con la cual un coche puede tomar una curva plana de 25 m de radio si el coeficiente de rozamiento estático es 0,8?.



Ejercicio 13

Resolución:

Si un cuerpo gira debe existir una fuerza de dirección radial que nos proporcione la fuerza centrípeta. Las fuerzas verticales son el peso y la normal que se compensan. Se ve ahora que, obligatoriamente, debe de existir un rozamiento dirigido como se dibuja: El móvil describe una circunferencia siendo su velocidad tangente a la trayectoria. EL MÓVIL NO SE MUEVE EN SENTIDO RADIAL a menos que derrape (lo que implica moverse hacia un radio mayor). ¿Qué es lo que impide ese derrape?. La fuerza de rozamiento estática (recuerda que en dirección radial no existe movimiento), dirigida hacia el centro de la circunferencia (pues es la que evita el derrape radial y, por tanto de sentido opuesto). En consecuencia, la máxima velocidad con la que un automóvil puede tomar una curva plana dependerá del máximo valor que puede adoptar la fuerza de rozamiento estático que, como sabemos es:

$froz\ est{,}max = \mu N = \mu mg$ y será esta fuerza la que nos proporciona la fuerza centrípeta, es decir;

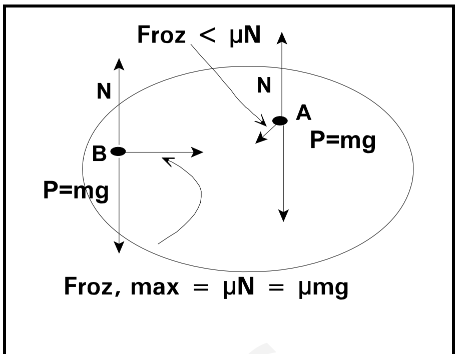
$$\mu \cancel{m} g = \cancel{m}\frac{v_{max}^2}{r}$$

, obteniéndose, finalmente

$$v_{max} = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0{,}8 \times 9{,}8 \times 25} = 14\,m/s$$

14. Un disco de 100 g se coloca sobre una plataforma giratoria horizontal que gira a 1 rps. El disco está situado a 10 cm del eje de rotación . ¿Qué fuerza de fricción (rozamiento) actúa sobre él?. El disco desliza y sale despedido de la plataforma cuando se coloca a una distancia radial mayor de 16 cm. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estático?

Resolución:



Ejercicio 14

Este problema es una profundización de la situación anterior. En la figura se ha representado el mismo disco en las dos situaciones del problema(debes "ver" un único disco en las dos situaciones descritas) . En A dista 10 cm del eje y está en reposo respecto a la plataforma. Como está describiendo una circunferencia de ese radio, 10 cm, la fuerza de rozamiento, que evita su deslizamiento radial, nos proporciona la fuerza centrípeta. Se está, respecto a la plataforma en una situación estática y el valor de la fuerza de rozamiento es, tal como se indica en la figura:

$$f_{roz,\ est} < \mu N = mv^2/r = m\omega^2 r \ (1)$$

, con $\omega = 1 rps = 2\pi$ rad/s y $r = 0,1$ m. Si se sustituye en (1), se tiene:

$$f_{roz,\ est} < \mu N = 0,1.(2\pi)^2 .0,1 = 4.10^{-2}\pi^2 \text{ N}$$

Ten en cuenta que esa fuerza de rozamiento NO es la máxima estática por cuanto el disco puede girar con un radio mayor lo que obliga a aumentar el valor de la fuerza de rozamiento para proporcionar una fuerza centrípeta también mayor hasta llegar a la situación B. Cuando está a 16 cm, la fuerza de rozamiento es la mayor posible, pues para una distancia al eje mayor ya deliza. Resulta entonces:

$$f_{roz,\ est,\ MAX}, = \mu N = mv^2/r = m\omega^2 r \ (2) \ .$$

,y, como la normal debe de ser igual al peso debido al equilibrio vertical, es decir;

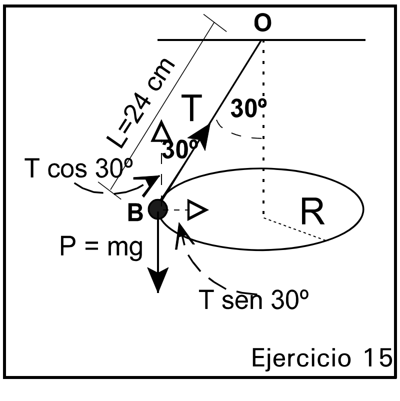
$N = mg$ (3), se tiene, al sustituir en (2):

$$f_{roz,\ est,\ MAX}, = \mu \cancel{m} g = \cancel{m}\omega^2 r \ (4) \rightarrow \quad \mu = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{4\pi^2 \times 0,16}{10} \approx 0,63$$

Nota.- Observa comparando el ejercicio anterior con éste, cómo es irrelevante que el coche se mueva y la pista sea fija o la situación opuesta, el objeto fijo sobre una plataforma que gira

15. Una pelota, B, está amarrada al extremo de una cuerda de 24 cm, y el otro extremo se encuentra sujeto a un punto fijo, O: La pelota gira en un círculo horizontal, como muestra la figura. Encuentra la rapidez de la pelota en su trayectoria circular si la cuerda forma un ángulo de 30º con la vertical.

Resolución:



Ejercicio 15

Sobre el cuerpo actúan dos fuerzas: el peso de la bola y la tensión (fuerza que ejerce la cuerda sobre la bola). Esta última fuerza se va a proyectar sobre los ejes y obtener su valor, (ver figura)

El equilibrio vertical (pues la bola describe una circunferencia horizontal) obliga a que:

$$T_y = T\cos 30^o = mg \ (1)$$

En dirección horizontal (que en este caso es radial) no existe equilibrio pues la componente x de la tensión nos proporciona la fuerza centrípeta:

$$Tx = T\text{sen}30^o = mv^2/r \ (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) son las características de un péndulo cónico. Si se divide miembro a miembro (2) entre (1) (pues no pide T ni da como dato m), se tiene:

$$\frac{\text{sen}30^o}{\cos 30^o} = \frac{v^2}{rg} \ (3).$$

Observa que, como r no es dato, habrá que relacionarlo con L. Es evidente que se cumple:

$$\frac{r}{L} = \text{sen}30^o \Rightarrow r = L\text{sen}30^o = 0{,}24\text{sen}30^o \ (4).$$

Si se sustituye en (3), ya se puede hallar v, que es lo que se pide. Si reemplazas y no te equivocas debes de llegar a:

$$v = \sqrt{\frac{g0{,}24}{\cos 30^o}} \times \text{sen}30^o \approx 0{,}83 m / s.$$

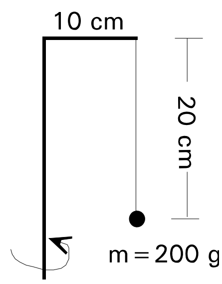
Nota.- Aunque sólo se ha pedido la celeridad o rapidez (módulo de la velocidad), pueden obtenerse más información relacionada con v. Como el móvil realiza un movimiento circular uniforme, se tiene, como sabemos:

$$v = w.r = w(L\text{sen}30^o) = \frac{2\pi}{T}(L\text{sen}30^o)$$

,y se puede obtener también, la velocidad angular (que también se puede pedir en rpm o rps) y el período.

El siguiente es de otro péndulo cónico un poco más complejo.

16. **¿ A cuántas rps debe de girar el aparato de la figura alrededor del eje vertical para que la cuerda forme un ángulo de 45º con la vertical?. ¿Cuál es entonces la tensión de la cuerda?**



Resolución:
Este ejercicio, aparentemente bastante más complejo que el anterior, es muy semejante a él, pues, como se va a ver, sólo varía el radio de la circunferencia que describe la pelota. El segundo dibujo quiere representar el proceso de vuelta completa. Como ves se genera un tronco de cono
Se opera, como siempre, del mismo modo:

1º) Se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo
2º) Se establece un sistema de referencia y proyectan sobre los ejes las fuerzas que así

lo requieran

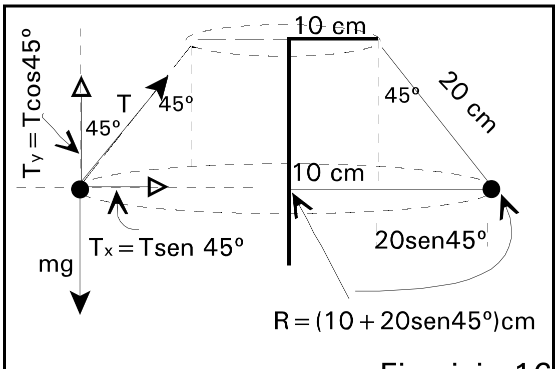
3º) Se calcula el valor de dichas proyecciones.

Equilibrio vertical:

$$T\cos 45^{o} = mg \quad (1)$$

La resultante horizontal, al ser radial, proporciona la fuerza centrípeta:

$$T\text{sen } 45^{o} = mv^2/R = m\omega^2 R \quad (2)$$



Ejercicio 16

Si se divide miembro a miembro (2) entre (1), se tiene:

$$\text{tg}\,45^{o} = 1 = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{g}{10^{-1}(1+\sqrt{2})}} = 6{,}44\,\text{rad / s} = 1{,}02\,\text{rps} \quad (4)$$

Donde, como puede verse en el dibujo, la única variante es el radio, que no es el usual.

Para hallar la Tensión basta observar en (4) que $\omega^2 R = g$ y al sustituir este valor en (2), se tiene, finalmente:

$$T\frac{\sqrt{2}}{2} = m\omega^2 r = 0{,}2g = 2 \Rightarrow T = 2\sqrt{2}\text{N}$$

17. Sobre un cuerpo de masa 100 kg actúa una fuerza de 200 N durante 7 s. ¿Cuál es el impulso comunicado al cuerpo?. ¿cuál es el incremento de velocidad comunicada al cuerpo?

Resolución:

La relación entre el impulso mecánico comunicado a un cuerpo [$\vec{I} = \vec{F}.t$]y la variación del momento lineal que le produce [$\Delta\vec{P}$] es (teorema del momento lineal):

$$\vec{I} = \vec{F}.t = \Delta\vec{P} = \vec{P}_F - \vec{P}_i = m\vec{v}_F - m\vec{v}_i = m(\Delta\vec{V}) \quad (1).$$

Si en (1) se igualan los módulos se tiene:

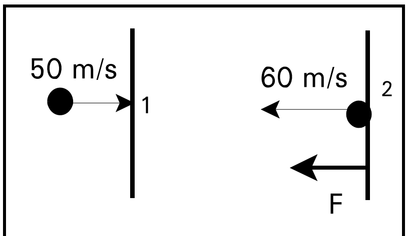
$\left|\vec{I}\right| = \left|\vec{F}\right|.t = m\left|\Delta\vec{v}\right|$ (2). Si se sustituye en (2), resulta:

$$\left|\vec{I}\right| = \left|\vec{F}\right|.t = 200\text{N}.7\text{s} = 1400 \text{ Ns}.$$

Como ese impulso es igual a $m\left|\Delta\vec{v}\right|$, se obtiene, finalmente:

$$\left|\Delta\vec{v}\right| = \frac{\left|\vec{I}\right|}{m} = \frac{1400 \text{ Ns}}{100\,\text{kg}} = 14 \text{ ms}^{-1}$$

18. Una pelota de masa 50 g que se mueve horizontalmente con una velocidad de 50 m/s, Choca contra una pared de modo que inviete el sentido de su movimiento saliendo, inmediatamente tras el choque con una velocidad de 60 m/s. Si el tiempo durante el cual estuvo en contacta con la pared fue 0,002 s, ¿que fuerza ejerció sobre la pelota?



Ejercicio 18

Resolución:
La situación 1 quiere significar la que existe inmediatamente antes del impacto, mientras la 2, inmediatamente después. En el problema anterior hemos podido operar con módulos por cuanto se mantenía el sentido del movimiento. En situaciones como la presente, en la que se invierte, se pone especialmente de manifiesto el carácter vectorial de la velocidad, siendo obligatorio operar en forma vectorial.
Es evidente que el cambio en el momento lineal o cantidad de movimiento de la pelota es debido a la fuerza (externa, claro) que realiza la pared contra ella.
Apliquemos el teorema del momento lineal:

$$\vec{I} = \vec{F}.t = \Delta\vec{P} = \vec{P}_F - \vec{P}_i = m\vec{v}_F - m\vec{v}_i = m(\vec{v}_F - \vec{v}_i)\ (1)$$

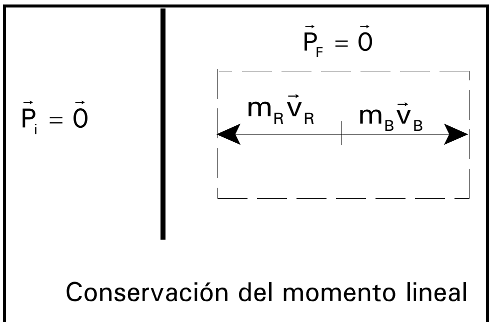
Si se reemplaza en (1) los datos(habida cuenta del convenio usual sobre signos), se tiene;

$$\vec{I} = \vec{F}.0{,}002 = 0{,}05(-60\vec{i} - 50\vec{i}) \quad (SI)\ \ (2)$$

Si en (2) se despeja la fuerza, se obtiene, finalmente: $\vec{F} = -2750\vec{i}$ (N), es decir; una fuerza de 2750 N dirigida a izda (ver gráfico), como no podía ser de otro modo, pues es evidente que este sentido tiene que tener la fuerza que hace la pared sobre la pelota.

19. Un rifle de masa 3,5 kg dispara una bala de 7 g con velocidad de 800 m/s. ¿Cuál será la velocidad de retroceso del fusil?

Resolución:
Un disparo se produce siempre por fuerzas interiores al sistema . Al no actuar fuerzas exteriores se conserva el momento lineal. Como ero nulo antes del disparo (estaba todo en reposo) debe de serlo después, lo que obliga a que el momento lineal de la bala en un sentido sea igual al del arma en el opuesto.(ver gráfico)



Ejercicio 19

Luego, con la notación vectorial conocida, tenemos:

$$(7.10^{-3}8.10^{2}\vec{i} - 3{,}5.\vec{v}) = \vec{0}\ (kg.m/s) \quad (1)$$

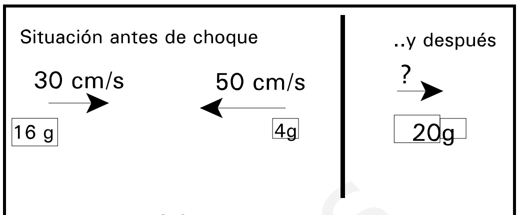
Operando adecuadamente en (1) se llega a: $\vec{v} = -1{,}6\vec{i}\ ms^{-1}$
, o, lo que es lo mismo, el rifle retrocede (movimiento a izda) con una velocidad de 1,6 m/s

20. **Dos masas de 16 y 4 g se mueven en la misma dirección y sentidos opuestos con velocidades respectivas de 30 cm/s y 50 cm/s. Halla la velocidad tras el choque, si permanecen unidas.**

Resolución:

Para comenzar, hacer notar que al estar los datos en el SCGS, en él se va operar (aunque está especialmente indicado que se emplee el SI, pero una transgresión de vez en cuando...).

En un choque se conserva el momento lineal o cantidad de movimiento del sistema por cuanto la variación de los momentos lineales individuales es debida a la acción de un cuerpo contra otro (fuerzas interiores). Nota que aunque se conserva o mantiene el momento lineal del sistema (conjunto) NO se conserva el de cada una de las partículas que lo forman, lo que indica que si el de una varía en un cierto valor el del resto debe variar en la misma cuantía y sentido opuesto para que se conserve el total.



Problema 20

Observa que hay que decidir en este caso y en otros semejantes, por no especificarlo el problema, qué cuerpo se mueve a dcha y cuál a izda. El decisión de cada uno fijarlas..pero una vez hecho debe de actuarse en consecuencia. La realización del problema es inmediata:

Conservación del momento lineal:

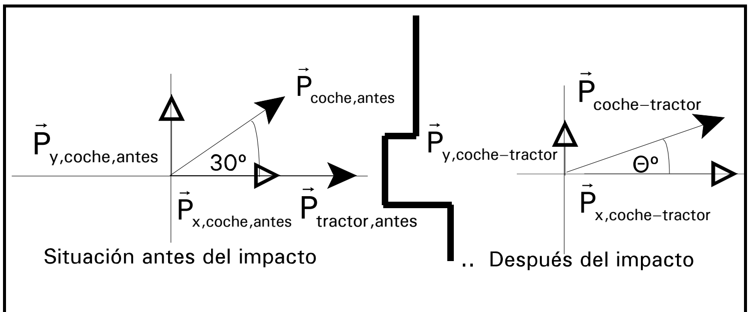
$$\vec{P}_A = \vec{P}_D \rightarrow (16.30\vec{i} - 4.50\vec{i}) = 20\vec{v} \rightarrow \quad \vec{v} = 14\vec{i}\ cms^{-1}$$

, lo que quiere decir que el conjunto se mueve a dcha con una velocidad de 14 cms^{-1}

21. **Un tractor de masa 7500 kg marcha hacia el este con velocidad de 5 m/s y choca con un coche de 1500 kg y velocidad 20 m/s que se mueve formando un ángulo de 30º con la dirección inicial del tractor. Si quedan empotrados tras el choque, ¿qué velocidad común tendrán?**

Resolución:

Antes del impacto, el tractor tienen momento lineal x, mientras que el coche tiene un momento lineal con componentes tanto x como y. No queda mas remedio que obtener proyecciones:



Ejercicio 21

$$\vec{P}_{x,coche,antes} = (1500.20.\cos 30^o)\vec{i}\ kg.m/s$$

$$\vec{P}_{y,coche,antes} = (1500.20.\,sen30^o)\vec{j}\ kg.m/s$$

Con lo que el momento lineal del coche resulta:

$$\vec{P}_{coche,antes} = \vec{P}_{x,coche,antes} + \vec{P}_{y,coche,antes} = 15.10^3(\sqrt{3}\vec{i} + \vec{j})\ kgm/s\ (1)$$

Para calcular el momento lineal total antes del impacto, hay que sumar al del coche el del tractor:

$$\vec{P}_{tractor,antes} = 7500.5\vec{i}\,kgm/s = 37500\vec{i}\ kgm/s \ (2)$$

Si se suma (1) y(2), se tiene el momento lineal TOTAL antes del impacto. Realiza esa suma. Da (s.e.u.o) :

$$\vec{P}_{total,antes} = \vec{P}_{coche,antes} + \vec{P}_{tractorl,antes} = \left[1{,}5\,10^4\left(\sqrt{3} + \frac{5}{2}\right)\vec{i} + \vec{j}\right] kgm/s \ \ (3)$$

Tras el impacto, tenemos un solo cuerpo de masa 9000 kg que tendrá una velocidad: $\vec{v}_{tractor-coche} = v_{x,tractor-coche}\vec{i} + v_{y,tractor-coche}\vec{j}$, y su momento lineal , se obtendrá multiplicando por la masa:

$$\vec{P}_{tractor-coche} = m\vec{v}_{tractor-coche} = 9.10^3 kg.(v_{x,tractor-coche}\vec{i} + v_{y,tractor-coche}\vec{j}\ (4)$$

Como se conserva el momento lineal, (3) será igual a (4). Si se iguala componente a componente (única manera de hacerlo), se tiene, finalmente, tras simplificar por la masa, por un lado y por 3.10^3, por otro:

$$\left.\begin{array}{l} 5\left(\sqrt{3} + \frac{5}{2}\right)m/s = 3v_{x,tractor-coche} \\ 5m/s = 3v_{y,tractor-coche} \end{array}\right. \qquad (5).$$

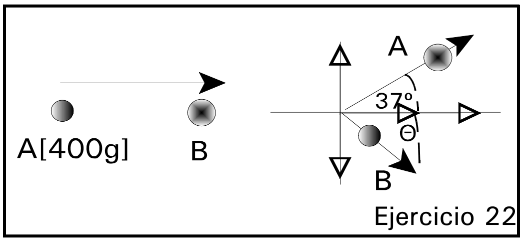
De este sistema despejamos las componentes, con lo que la expresión del vector velocidad del conjunto tractor-coche queda así:

$\vec{v}_{tractor-coche} = \frac{5}{3}\left[\left(\sqrt{3} + \frac{5}{2}\right)\vec{i} + \vec{j}\right] ms^{-1}$. Ahora podéis hallar el módulo de ese vector, aunque no lo pide, pues pide la velocidad (el vector velocidad, se entiende).

Nota.- Si, por curiosidad, se hubiera pedido el ángulo, θ, que forma, con la horizontal, el sistema tractor-coche tras el impacto se tendría: (ver figura)

$$tg\theta = \frac{|\vec{P}_y|}{|\vec{P}_x|} = \frac{m|\vec{v}_y|}{m|\vec{v}_x|} = \frac{|\vec{v}_y|}{|\vec{v}_x|} = \frac{1}{\sqrt{3} + \frac{5}{2}}$$ (hay que simplificar, para llegar a ese resultado)

22. Un cuerpo de masa 600 g, inicialmente en reposo, es golpeado por otro de masa 400 g que incide sobre el primero con velocidad hacia el este de 1,25 m/s. Tras el choque el cuerpo de 400 g lleva una velocidad de 1 m/s formando un ángulo de 37º con su dirección inicial. ¿Cuál será el valor y la dirección de la velocidad del otro cuerpo?.



Ejercicio 22

Resolución:

Antes del impacto, sólo tiene momento lineal el cuerpo A, dirigido según el eje X (luego el momento lineal Y es nulo):

$$\vec{P}_A = \vec{P}_x = 0{,}4.1{,}25\vec{i}\ kgm/s \ \ (1)$$

Tras el choque , se tendrá, ver figura(al no estar los vectores sobre los ejes de referencia debo de proyectar y obtener el valor de las proyecciones):

$$\vec{P}_D = \vec{P}_{A,D} + \vec{P}_{B,D} = \left[(0{,}4.1.\cos 37º)\vec{i} + (0{,}4.1.sen\,37º)\vec{j}\right] + \left[(0{,}6.v_{B,D}\cos\theta)\vec{i} - (0{,}6.v_{B,D}sen\theta)\vec{j}\right] =$$
$$= \left[(0{,}4.1.\cos 37º) + (0{,}6.v_{B,D}\cos\theta)\right]\vec{i} + \left[(0{,}4.1.sen\,37º) - (0{,}6.v_{B,D}sen\theta)\right]\vec{j} \quad (2)$$

, con todas las cantidades en el SI

Observa que la línea última consiste en agrupar por componentes la anterior
Ahora la conservación del momento lineal implica la de sus componentes X e Y. Igualando estas , se tiene:

$0,4.1,25 = 0,4\cos 37^o + 0,6.v_{B,D}\cos\theta$ (3) [conservación del momento lineal, X]
$0 = 0,4.1.\text{sen}37^o - 0,6\ v_{B,D}\text{sen}\theta$ (4) [conservación del momento lineal, Y]

El sistema anterior, cuya solución resuelve lo que se pide, se puede presentar de modo más cómodo para operar:

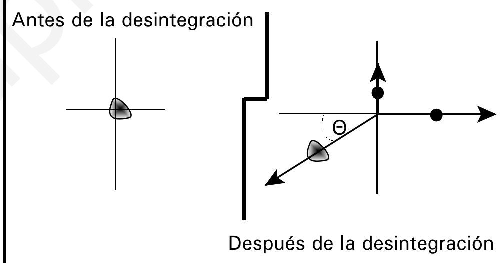
$0,3 = v_{B,D}\cos\theta$ (5)
$0,4 = v_{B,D}\text{sen}\theta$ (6)

Para eliminar la parte angular, basta con elevar al cuadrado tanto (5) como (6) y sumar, obteniéndose:

$0,25 = V_{B,D}^2 \rightarrow v_{B,D} = 0,5$ m/s

Si ahora se divides (6) entre (5), se obtiene el ángulo: $\text{tg}\,\theta = 4/3 \rightarrow \theta = \text{arc tg } 4/3 = 53,13^o$

23. Un núcleo radiactivo, inicialmente en reposo, se descompone radiactivamente emitiendo un electrón, con $\left|\vec{P}_{e^-}\right| = 9{,}22.10^{-16}$ g.cm / s y otra partícula, en dirección perpendicular al anterior, de momento lineal $\left|\vec{P}_P\right| = 5{,}33.10^{-16}$ g.cm / s . ¿En qué dirección retrocederá el núcleo residual?. ¿Cuál será su momento lineal?.



Ejercicio 23

Resolución:
Aunque este ejercicio es aparentemente complejo, es bastante más sencillo que cualquiera de los dos anteriores (a veces las apariencias engañan). En realidad se puede resolver sin acudir a ninguna representación gráfica (aunque se ha hecho una representación gráfica para aclarar ideas.)
Antes de la emisión el momento lineal del sistema es nulo, luego debe de serlo después, con lo que la suma vectorial de los momentos lineales del electrón, de la otra partícula emitida y del núcleo residual debe de darnos el vector nulo. Del electrón y de la otra partícula sólo dice que salen en direcciones perpendiculares, puedo tomar sus momentos lineales sel modo siguiente:

$$\vec{P}_{e^-} = 9{,}22.10^{-16}\,\vec{i}\ \text{g.cm / s} \quad ; \quad \vec{P}_P = 5{,}33.10^{-16}\,\vec{j}\,\text{g.cm / s} \qquad \vec{P}_{N,R} = ?\ ..$$

pero , como se ha dicho, la suma de los tres vectores debe de darnos el vector nulo pues antes de la emisión el núcleo inicial estaba en reposo, es decir;

$$\vec{P}_{N,R} + \vec{P}_{e^-} + \vec{P}_p = \vec{0} \quad (1)$$

Si ahora reemplazo en (1) el momento lineal del electrón y de la otra partícula, que ya sabemos, se obtiene, finalmente:

$$\vec{P}_{N,R} = -(\vec{P}_{e^-} + \vec{P}_p) = -10^{-16}(9{,}22\vec{i} + 5{,}33\vec{j})\ \text{g.cm / s} \quad ...y$$

el problema está resuelto... pero tal como da los datos y cómo pide parece que quiere el módulo del vector momento lineal, (pues también pide la dirección en la que retrocede). El módulo del vector anterior es (hállalo, por favor):

$$\left|\vec{P}_{N,R}\right| = 10{,}65.10^{-16} = 1{,}065.10^{-15}\ g.cm / s$$

La dirección, dada por la tangente del ángulo, es (ver figura):

tg $\theta = 5{,}33/9{,}22 \rightarrow \theta = \text{arc tg } (5{,}33/9{,}22) = 30º$