3 Estudio de diversos movimientos

EJERCICIOS PROPUESTOS

3.1 Un excursionista, de pie ante una montaña, tarda 1,4 s en oír el eco de su voz. Sabiendo que el sonido viaja en el aire a velocidad constante de 340 $m s^{-1}$, calcula a qué distancia está la montaña.

El sonido recorre dos veces la distancia a la montaña.

$$d = \frac{vt}{2} = \frac{340 \cdot 1,4}{2} = 238 \text{ m}$$

3.2 Un coco se desprende del árbol y llega al suelo en 1,5 s. ¿Qué altura tiene la palmera? ¿Con qué velocidad llega el coco al suelo?

Sustituyendo en la ecuación de la caída libre con ($v_{0y} = 0$) se tiene:

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow y_0 = 4,9 \cdot 1,5^2 = 11 \text{ m}$$

$$v = gt = 9,8 \cdot 1,5 = 14,7 \text{ m s}^{-1}$$

3.3 Calcula la velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje en rad s^{-1}. A partir de ese dato, y considerando que el radio terrestre es de 6370 km, calcula la velocidad lineal de un punto del ecuador.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

$$v = \omega r = 7,3 \cdot 10^{-5} \cdot 6370 \cdot 10^3 = 463 \text{ m s}^{-1}$$

3.4 El volante de una máquina tiene 20 cm de radio. Partiendo del reposo acelera con *mcua* hasta conseguir una velocidad angular de 8π rad s^{-1} en 10 s. Calcula el número de vueltas que ha dado en los 10 s.

Su aceleración es: $$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{8\pi - 0}{10} = 2,51 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{at^2}{2} = \frac{2,51 \cdot 10^2}{2} = 125,7 \text{ tad}$$

El número de vueltas es: $\frac{125,7}{2\pi} = 20$ vueltas

3.5 Una mosca vuela a 2 $m s^{-1}$ en el interior de un vagón de tren que avanza a 30 $m s^{-1}$ en la misma dirección y sentido. Desde el punto de vista de un pasajero sentado en el vagón, ¿qué distancia recorre la mosca en 10 s? ¿Y para un observador que se halla en reposo en la vía?

Para un pasajero del interior del vagón: $2 \cdot 10 = 20$ m

Para un observador en reposo, las velocidades del vagón y de la mosca se suman: $32 \cdot 10 = 320$ m

3.6 Desde un vehículo que marcha a velocidad constante se lanza una pelota verticalmente hacia arriba. Razona si la pelota caerá detrás, dentro o delante del vehículo.

Caerá dentro del vehículo. La pelota tiene la misma velocidad horizontal que el coche por lo que recorre la misma distancia horizontal que el coche (composición de movimientos).

3.7 Una cinta transportadora se mueve a 5 $km h^{-1}$ respecto al suelo. ¿Cómo debe moverse una persona sobre la cinta para permanecer inmóvil respecto al suelo?; ¿cómo debe moverse en el suelo para permanecer inmóvil respecto a la cinta?

La persona debe andar hacia atrás a la misma velocidad que la cinta: $v = -5 \text{ km h}^{-1}$

Por el suelo debe desplazarse a la misma velocidad que la cinta: $v = 5 \text{ km h}^{-1}$

3.8 Un avión asciende a velocidad constante de 10 $m s^{-1}$. A 150 m de altura se desprende un trozo del fuselaje. Prescindiendo del rozamiento con el aire, calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo.

En la ecuación del movimiento se considera la velocidad inicial del trozo de fuselaje, la misma que la que lleva el avión y su posición inicial, los 150 m de altura. Se resuelve esta ecuación para y = 0 m.

$$y = y_0 + v_0t - \frac{gt^2}{2};\ 0 = 150 + 10t - 4{,}9t^2;\ t = 6{,}6\ s$$

3.9 Una canica rueda sobre una mesa de 85 cm de altura a una velocidad de 8 $cm s^{-1}$ y, cuando llega al borde, se precipita en el vacío. Calcula:

a) Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo.

b) Con qué velocidad choca contra él.

a) La velocidad inicial en el eje OX es 0,08 $m s^{-1}$ y en el eje OY es cero.

$$\left.\begin{array}{l} x = 0{,}08t \\ y = 0{,}85 - 4{,}9t^2 \end{array}\right\}\ 0 = 0{,}85 - 4{,}9t^2;\ t = 0{,}42\ s$$

b) Se sustituye el tiempo obtenido y se calcula el módulo de la velocidad.

$$v_y = -9{,}8t = -9{,}8 \cdot 0{,}42 = -4{,}1\ m s^{-1};\ v = \sqrt{0{,}08^2 + (-4{,}1)^2} = 4{,}1\ m s^{-1}$$

3.10 Un avión de aprovisionamiento vuela horizontalmente sobre el océano a una altura de 5 km. Si su velocidad es de 360 $km h^{-1}$, calcula:

a) La distancia de la vertical de un islote a la que debe soltar un paquete de víveres para que caiga sobre el objetivo.

b) La velocidad del paquete en el momento del impacto.

a) Se plantean las ecuaciones y se calcula lo que recorre el paquete durante la caída.

$$\left.\begin{array}{l} x = 100t \\ y = 5000 - 4{,}9t^2 \end{array}\right\}\ 0 = 5000 - 4{,}9t^2;\ t = 31{,}9\ s$$

$$x = 100 \cdot 31{,}9 = 3194\ m$$

Hay que dejarlo caer 3194 m antes.

b) Se sustituye el tiempo en la ecuación de velocidad.

$$v_y = -9{,}8 \cdot 31{,}9 = -312{,}6\ m s^{-1};\ v = \sqrt{100^2 + (-312{,}6)^2} = 328{,}2\ m s^{-1}$$

3.11 ¿Qué ángulos de lanzamiento son posibles en un tiro oblicuo de velocidad inicial 300 $m s^{-1}$ para incidir sobre un blanco situado a 5000 m del punto de lanzamiento?

Sustituyendo en la expresión del alcance máximo:

$$x_{máx} = \frac{v_0^2\ sen\ 2\alpha}{g};\ sen\ 2\alpha = \frac{gx_{máx}}{v_0^2} = \frac{5000 \cdot 9{,}8}{300^2} = 0{,}54;\ \alpha = 16{,}5°$$

También se puede lanzar con su ángulo suplementario:

$$\beta = 90 - \alpha = 73{,}5°$$

3.12 Un futbolista realiza un lanzamiento de balón con una velocidad inicial de 20 $m s^{-1}$ que forma un ángulo de 40° con el suelo. Calcula la posición del balón y su velocidad al cabo de 2 s.

$$\left.\begin{array}{ll} x = (v_0 \cos \alpha)t; & x(2) = (20 \cos 40°)2 = 30{,}6\ m \\ y = (v_0\ sen\ \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2; & y(2) = (20\ sen 40°)2 - 4{,}9 \cdot 2^2 = 6{,}1\ m \end{array}\right\}\ \vec{r} = 30{,}6\vec{i} + 6{,}1\vec{j}\ (m)$$

$$\left.\begin{array}{ll} v_x = v_0 \cos \alpha; & v_x(2) = 20 \cos 40° = 15{,}3\ m s^{-1} \\ v_y = v_0\ sen\ \alpha - gt; & v_y(2) = 20\ sen 40° - 9{,}8 \cdot 2 = -6{,}7\ m s^{-1} \end{array}\right\}\ v = \sqrt{15{,}3^2 + (-6{,}7)^2} = 16{,}7\ m s^{-1}$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

3.13 Un móvil recorre una recta a velocidad constante. La posición inicial es $x_0 = 10$ m, y la posición al cabo de 3 s es $x = 18{,}4$ m. Averigua:

a) La velocidad del móvil.

b) La posición cuando $t = 1{,}5$ s.

c) El instante en que su posición es $x = 11{,}2$ m.

a) $v = \dfrac{x - x_0}{\Delta t} = \dfrac{18{,}4 - 10}{3} = 2{,}8\ \text{m s}^{-1}$

b) Sustituyendo la velocidad en la ecuación de la posición: $x = x_0 + vt = 10 + 2{,}8 \cdot 1{,}5 = 14{,}2$ m

c) $t = \dfrac{x - x_0}{v} = \dfrac{11{,}2 - 10}{2{,}8} = 0{,}43$ s

3.14 Sabiendo que la Tierra está a $1{,}5 \cdot 10^8$ km del Sol y que la luz viaja en el vacío a velocidad constante de $3 \cdot 10^8\ \text{m s}^{-1}$, calcula el tiempo que tarda la luz en llegar a la Tierra.

Se despeja el tiempo de la ecuación de la posición:

$$t = \frac{x - x_0}{v} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 500\ \text{s} = 8{,}3\ \text{min}$$

3.15 La velocidad del sonido en el aire es de $340\ \text{m s}^{-1}$. ¿A qué distancia de donde nos encontramos ha caído un rayo si se oye el trueno 6 s después de ver el relámpago?

Suponiendo que la velocidad de la luz es instantánea:

$$x = vt = 340 \cdot 6 = 2040\ \text{m}$$

3.16 Dos corredores A y B parten de un mismo punto. A sale 30 s antes que B con una velocidad constante de $4{,}2\ \text{m s}^{-1}$. B alcanza a A después de haber corrido 48 s a velocidad también constante. Determina la velocidad de B y la distancia al punto de partida cuando le da alcance.

Hay que plantear las ecuaciones teniendo en cuenta que el origen de tiempos para B está desplazado 30 s.

$$\left.\begin{array}{l} x_A = v_A t = 4{,}2t; \\ x_B = v_B(t - t_0) = v_B(t - 30) \end{array}\right\}$$

Cuando B alcanza a A se cumple que $x_A = x_B$ esto sucede 48 s después de partir B, es decir, para A han pasado:

$$t - 30 = 48;\ t = 78\ \text{s};\ x_A = 4{,}2 \cdot 78 = 327{,}6\ \text{m}$$

La velocidad cuando B alcanza a A es:

$$v_B = \frac{x_B}{t - t_0} = \frac{327{,}6}{48} = 6{,}8\ \text{m s}^{-1}$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO, CAÍDA LIBRE Y LANZAMIENTOS VERTICALES

3.17 Un avión necesita una velocidad de $360\ \text{km h}^{-1}$ sobre la pista para poder despegar. Suponiendo que acelera uniformemente desde el reposo con $a = 2{,}5\ \text{m s}^{-2}$, ¿qué longitud de pista ha de recorrer para alcanzar dicha velocidad?

Se cambian las unidades de la velocidad: $360\ \text{km h}^{-1} = 100\ \text{m s}^{-1}$

El tiempo que tarda en alcanzar la velocidad es: $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{100 - 0}{2{,}5} = 40$ s

El espacio que recorre es: $x - x_0 = \dfrac{at^2}{2} = \dfrac{2{,}5 \cdot 40^2}{2} = 2000$ m

3.18 Un tren que se halla inicialmente en reposo en una estación se pone en marcha con aceleración constante de 0,8 $m s^{-2}$.

a) ¿Cuánto tiempo necesita para alcanzar una velocidad de 28 $m s^{-1}$?

b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

a) $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{28 - 0}{0,8} = 35 \text{ s}$

b) $x - x_0 = \dfrac{at^2}{2} = \dfrac{0,8 \cdot 35^2}{2} = 490 \text{ m}$

3.19 Una motocicleta detenida en un semáforo arranca con aceleración constante de 2,5 $m s^{-2}$. En ese mismo momento es sobrepasada por una camioneta que va a velocidad constante de 15 $m s^{-1}$ en su misma dirección y sentido.

a) ¿A qué distancia del semáforo alcanzará la motocicleta a la camioneta?

b) ¿Qué velocidad tendrá la motocicleta en ese instante?

a) La alcanzará cuando su posición sea la misma.

$$\left.\begin{array}{l} x_A = \dfrac{at^2}{2} - \dfrac{2,5t^2}{2} \\ x_B = v_B t = 15t \end{array}\right\} \dfrac{2,5}{2}t^2 = 15t; \quad t = 2 \text{ s}; \quad x = 15 \cdot 12 = 180 \text{ m}$$

b) $v = v_0 + at = 0 + 2,5 \cdot 12 = 30 \text{ m s}^{-1}$

3.20 ¿Con qué velocidad llegarían al suelo las gotas de lluvia procedentes de una nube situada a 1500 m de altura si no fuesen frenadas por el aire?

Se podría resolver calculando el tiempo que tarda la gota en caer, pero se puede utilizar la ecuación del movimiento en la que no interviene el tiempo, ya que se tienen todos los datos necesarios.

$$v^2 = v_0^2 + 2g(y - y_0) = 0 + 2 \cdot 9,8 \cdot 1500 = 29\,400; \; v = \sqrt{29\,400} = 171,5 \text{ m s}^{-1}$$

3.21 Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo A con una velocidad de 10 $m s^{-1}$. Al cabo de 1 s se lanza otro cuerpo B con la misma velocidad. Indica a qué altura se produce el encuentro y qué velocidad tiene cada cuerpo en ese momento.

a) Se plantean las dos ecuaciones teniendo en cuenta que el origen de tiempos para el segundo cuerpo es $t_0 = 1$ s:

$$\left.\begin{array}{l} y_A = v_{0A}t - \dfrac{gt^2}{2} = 10t - 4,9t^2; \\ y_B = v_B(t - t_0) - \dfrac{g(t - t_0)^2}{2} = 10(t - 1) - 4,9(t - 1)^2 \end{array}\right\} y_A = y_B$$

$$10t - 4,9t^2 = 10(t - 1) - 4,9(t - 1)^2; \quad t = 1,52 \text{ s}$$

$$y_A = y_B = 10 \cdot 1,52 - 4,9 \cdot 1,52^2 = 3,9 \text{ m}$$

b) Se sustituye el tiempo en cada una de las ecuaciones de la velocidad:

$$v_A = v_{0A} - gt = 10 - 9,8 \cdot 1,52 = -4,9 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_B = v_{0B} - g(t - t_0) = 10 - 9,8 \cdot 0,52 = 4,9 \text{ m s}^{-1}$$

3.22 La ecuación de un determinado movimiento es $x = 10t^2 + 5t - 4$ (en unidades del SI).

a) ¿Se trata de un *mrua*? ¿Por qué?

b) Determina la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.

c) Calcula la posición, la velocidad y el espacio recorrido al cabo de 4 s.

a) Sí, porque x es una función cuadrática.

b) $x_0 = -4\text{m}; \quad v_0 = 5 \text{ ms}^{-1}; \; a = 20 \text{ ms}^{-2}$

c) Sustituyendo para t = 4 s: $x(4) = 10 \cdot 4 + 5 \cdot 4 - 4 = 176$ m; $v(4) = v_0 + at = 5 + 20 \cdot 4 = 85 \text{ m s}^{-1}$

$$e = x - x_0 = 176 - (-4) = 180 \text{ m}$$

3.23 ¿Con qué velocidad hay que lanzar una pelota verticalmente hacia arriba para que llegue a una altura de 25 m? ¿Cuánto tiempo tarda en regresar al punto de partida?

Suponiendo que la velocidad final es cero y la posición inicial también:

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0); \quad 0 = v_0^2 - 19{,}6 \cdot 25; \quad v_0 = 22{,}1 \text{ m s}^{-1}$$

Despejando de la ecuación del movimiento:

$$y = \frac{1}{2}gt^2; \quad t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{9{,}8}} = 2{,}3 \text{ s}$$

3.24 Un coche que viaja a 24 m s^{-1} frena y se detiene en 5 s. Calcula su aceleración y el espacio que recorre en el último segundo del movimiento.

El valor de su aceleración es: $a = \dfrac{v - v_0}{\Delta t} = \dfrac{0 - 24}{5} = -4{,}8 \text{ m s}^{-2}$;

Para calcular el espacio recorrido en el último segundo suponemos un movimiento cuya velocidad inicial es $v_0 = 4{,}8 \text{ m s}^{-1}$ (que es la velocidad que perderá gracias a la aceleración negativa). También se puede calcular restando ambas posiciones.

$$x - x_0 = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 4{,}8 - \frac{4{,}8 \cdot 1^2}{2} = 2{,}4 \text{ m}$$

3.25 Se deja caer una moneda desde la baranda de un puente que está a 50 m de altura sobre un río. Un segundo más tarde se lanza una segunda moneda hacia abajo con velocidad $v = 12 \text{ m s}^{-1}$.

a) ¿Cuánto tiempo tarda esta en alcanzar a la primera?

b) ¿A qué altura sobre el agua la alcanza?

c) ¿Con qué velocidad impacta cada una sobre el agua?

a) Se plantean las ecuaciones teniendo en cuenta el origen de tiempos del segundo lanzamiento.

$$\left.\begin{array}{l} y_A = -4{,}9t^2 \\ y_B = 12(t - 1) - 4{,}9(t - 1)^2 \end{array}\right\} y_A = y_B; \quad -4{,}9t^2 = 12(t - 1) - 4{,}9(t - 1)^2 \Rightarrow t = 2{,}2 \text{ s}$$

b) Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones: $y_A = y_B = -4{,}9 \cdot 2{,}2^2 = -51$ m; $55 - 51 = 4$ m

c) Se calcula el tiempo que tardan en caer y se sustituye en cada una de las ecuaciones de la velocidad:

$$y_A = -4{,}9t^2; \quad -55 = -4{,}9t^2; \quad t = 3{,}35 \text{ s}$$

$$v_A = gt = -9{,}8 \cdot 3{,}35 = -32{,}8 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_A = v_{0B} - g(t - 1) = -12 - 9{,}8 \cdot 2{,}35 = -34{,}9 \text{ m s}^{-1}$$

3.26 Desde un globo que se eleva a velocidad constante de 3,5 m s^{-1} se suelta un paquete cuando se encuentra a 900 m de altura sobre el suelo. Calcula:

a) La altura máxima del paquete sobre el suelo.

b) El tiempo que tarda en caer.

c) La posición respecto al suelo y la velocidad del paquete 2 s después de haber sido soltado.

a) Cuando se suelta el paquete su velocidad inicial hacia arriba es la del globo:

$$\left.\begin{array}{l} y = y_0 + v_0 t - 4{,}9t^2 \\ v = v_0 - 9{,}8t = 0 \end{array}\right\} v = 0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{-9{,}8} = \frac{0 - 3{,}5}{-9{,}8} = 0{,}36 \text{ s};$$

$$y = 900 + 3{,}5 \cdot 0{,}36 - 4{,}9 \cdot 0{,}36^2 = 900{,}6 \text{ m}$$

b) Cuando caiga, $y = 0$ m. Sustituyendo en la ecuación de la posición y despejando, se tiene:

$$0 = 900 + 3{,}5t - 4{,}9t^2; \quad t = 13{,}9 \text{ s}$$

c) Sustituyendo para el valor dado:

$$y = 900 + 3{,}5 \cdot 2 - 4{,}9 \cdot 2^2 = 887{,}4 \text{ m}; \quad v = 3{,}5 - 9{,}8 \cdot 2 = -16{,}1 \text{ m s}^{-1}$$

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

3.27 Calcula la velocidad angular, en $rad\,s^{-1}$, de la aguja del segundero, la aguja del minutero y la aguja horaria de un reloj.

a) $\frac{1 \text{ (vuelta)}}{1 \text{ (min)}} \cdot \frac{2\pi\text{(rad)}}{1 \text{ (vuelta)}} \cdot \frac{1 \text{ (min)}}{60 \text{ (s)}} = 0{,}105 \text{ rad}\,s^{-1}$

b) $\frac{1 \text{ (vuelta)}}{1 \text{ (hora)}} \cdot \frac{2\pi\text{(rad)}}{1 \text{ (vuelta)}} \cdot \frac{1 \text{ (hora)}}{3600 \text{ (s)}} = 1{,}74 \cdot 10^{-3} \text{ rad}\,s^{-1}$

c) $\frac{1 \text{ (vuelta)}}{12 \text{ (horas)}} \cdot \frac{2\pi\text{(rad)}}{1 \text{ (vuelta)}} \cdot \frac{1 \text{ (hora)}}{3600 \text{ (s)}} = 1{,}45 \cdot 10^{-4} \text{ rad}\,s^{-1}$

3.28 Un móvil que se encuentra inicialmente en la posición $\phi_0 = \frac{\pi}{4}$ rad describe un *mcu* con una velocidad angular $\omega = \frac{\pi}{2}$ $rad\,s^{-1}$. Calcula el tiempo que tarda en llegar a la posición definida por $\phi = 2\pi$ rad.

Se despeja el valor de t de la ecuación del *mcu*: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$; $2\pi = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}t$; $t = 3{,}5$ s

3.29 Las aspas de un ventilador giran a una velocidad de 120 rpm.

a) ¿Cuál es su velocidad en $rad\,s^{-1}$?

b) ¿Cuál es la velocidad lineal de un punto situado a 12 cm del eje?

c) ¿Cuál es la aceleración de este punto?

a) $\frac{12 \text{ (rev)}}{1 \text{ (min)}} \cdot \frac{2\pi\text{(rad)}}{1 \text{ (rev)}} \cdot \frac{1 \text{ (min)}}{60 \text{ (s)}} = 12{,}6 \text{ rad}\,s^{-1}$

b) $v = \omega R = 12{,}6 \cdot 0{,}12 = 1{,}5 \text{ m}\,s^{-1}$

c) Solo tiene aceleración normal: $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1{,}5^2}{0{,}12} = 18{,}8 \text{ m}\,s^{-2}$

3.30 La velocidad angular de un motor de coche aumenta uniformemente de 1200 rpm a 2800 rpm en 12 s. Calcula:

a) La aceleración angular.

b) Las vueltas que ha dado el motor en este tiempo.

a) En primer lugar se cambian de unidades las velocidades:

$$1200 \text{ rpm} = \frac{1200 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad}\,s^{-1} = 125{,}7 \text{ rad}\,s^{-1}; \quad 2800 \text{ rpm} = \frac{2800 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad}\,s^{-1} = 293{,}2 \text{ rad}\,s^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{293{,}2 - 125{,}7}{12} = 14 \text{ rad}\,s^{-2}$$

b) Sustituyendo en la ecuación general del *mcua*:

$$\varphi - \varphi_0 = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} = 125{,}7 \cdot 12 + \frac{14 \cdot 12^2}{2} = 2513 \text{ rad} = 400 \text{ vueltas}$$

3.31 Un volante de 40 cm de radio gira a razón de 60 rpm. Empieza a acelerar y al cabo de 5 s posee una velocidad de 37,7 rad s^{-1}. Suponiendo que realiza un *mcua*, halla:

a) La aceleración angular.

b) Las aceleraciones tangencial y normal a los 3 s.

a) Se escribe la velocidad en unidades del SI.

$\omega = \frac{60 \cdot 2\pi}{60} = 6{,}28 \text{ rad}\,s^{-1}$; $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{37{,}7 - 6{,}28}{5} = 6{,}3 \text{ rad}\,s^{-2}$

b) $a_t = \alpha R = 6{,}28 \cdot 0{,}4 = 25 \text{ m}\,s^{-2}$; $a_n = \omega^2 R = (\omega_0 + \alpha t)^2 R = (6{,}28 + 6{,}3 \cdot 3)^2 \cdot 0{,}4 = 252{,}4 \text{ m}\,s^{-2}$

3.32 Una partícula sigue una trayectoria circular. El ángulo descrito en función del tiempo viene dado por la ecuación $\phi = t^2$, donde ϕ se expresa en radianes y t en segundos.

a) ¿En cuánto tiempo da las dos primeras vueltas?

b) ¿Cuál es la velocidad angular de la partícula en t = 3 s?

a) Como 2 vueltas son 4π radianes, despejamos el valor del tiempo en función del ángulo:

$$t = \sqrt{\phi} = \sqrt{4\pi} = 3{,}5 \text{ s}$$

b) Las magnitudes de este movimiento son: $\phi_0 = 0$; $\omega_0 = 0$; $\alpha = 2 \text{ rad s}^{-1}$. Escribimos la ecuación de la velocidad:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 2 \cdot 3 = 6 \text{ rad s}^{-1}$$

3.33 Un satélite artificial gira alrededor de un planeta en órbita de radio 7000 km y tarda 1,5 h en dar una vuelta completa. Calcula:

a) La velocidad del satélite en m s^{-1}.

b) La aceleración.

c) El ángulo girado en 50 minutos.

a) Como se trata de un movimiento con velocidad constante:

$$v = \frac{2\pi R}{t} = \frac{2\pi 7 \cdot 10^6}{1{,}5 \cdot 3600} = 8145 \text{ m s}^{-1}$$

b) La única aceleración de este movimiento es la normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{8145^2}{7 \cdot 10^6} = 9{,}5 \text{ m s}^{-2}$$

c) $\varphi - \varphi_0 = \omega t = \frac{v}{R} t = \frac{8145}{7 \cdot 10^6} \cdot 50 \cdot 60 = 3{,}5 \text{ rad} = 200°$

3.34 Calcula la velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje y la velocidad lineal de un punto del ecuador sabiendo que el radio terrestre es de 6370 km.

a) $\omega = \frac{1 \text{ (vuelta)}}{1 \text{ (día)}} \cdot \frac{2\pi \text{ (rad)}}{1 \text{ (vuelta)}} \cdot \frac{1 \text{ (día)}}{24 \cdot 3600 \text{ (s)}} = 7{,}27 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$

b) $v = \omega R = 7{,}27 \cdot 10^{-5} \cdot 6370 \cdot 10^3 = 463{,}2 \text{ m s}^{-1}$

3.35 Una bicicleta recorre 15 km en 30 minutos con *mru*. Si el radio de sus ruedas es de 40 cm, calcula:

a) El número de vueltas que han dado las ruedas.

b) La velocidad angular y la velocidad lineal de un punto de la cubierta de la rueda.

a) La longitud de una rueda es:

$$2\pi R = 2\pi \cdot 0{,}4 = 2{,}51 \text{ m}$$

Dividiendo la distancia entre esta longitud:

$$\text{n.° vueltas} = \frac{15\,000}{2{,}51} = 5968 \text{ vueltas}$$

b) Conocemos las vueltas y el tiempo empleado en darlas, luego se puede escribir como una velocidad.

$$\omega = \frac{5968 \text{ (vueltas)}}{30 \text{ (min)}} \cdot \frac{2\pi \text{ (rad)}}{1 \text{ (vuelta)}} \cdot \frac{1 \text{ (min)}}{60 \text{ (s)}} = 20{,}8 \text{ rad s}^{-1}$$

$$v = \omega R = 20{,}8 \cdot 0{,}4 = 8{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

3.36 Un móvil que parte del reposo sigue una trayectoria circular de 3 m de radio con una aceleración angular constante $\alpha = \pi$ rad s^{-2}.

a) ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta entera?

b) ¿Qué distancia recorre en este tiempo?

c) ¿Cuál es la velocidad angular del móvil cuando t = 0,5 s?

d) ¿Cuánto vale la aceleración tangencial y normal en ese instante?

a) Despejando el tiempo de la ecuación del *mcua*:

$$t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\pi}{\pi}} = 2 \text{ s}$$

b) $s = \varphi R = 2\pi \cdot 3 = 18{,}8$ m

c) $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \pi 0{,}5 = 1{,}6$ rad s^{-1}

d) $a_t = \alpha R = \pi 3 = 9{,}4$ m s^{-2}

$a_n = \omega^2 R = 1{,}6^2 \cdot 3 = 7{,}4$ m s^{-2}

3.37 Una rueda parte del reposo y acelera uniformemente hasta conseguir una velocidad de 200 rpm en 6 s. Se mantiene algún tiempo a esa velocidad y, después, se aplican los frenos durante 5 minutos hasta que la rueda se detiene. Sabiendo que la rueda da en total 3100 vueltas, calcula el tiempo total de rotación.

En unidades del SI la velocidad angular es: $\omega = 200 \text{ rpm} = \dfrac{200 \cdot 2\pi}{60} = 20{,}9$ rad s^{-1}

Hasta que adquiere esta velocidad recorre:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{20{,}9 - 0}{6} = 3{,}5 \text{ rad s}^{-2}; \quad \varphi_1 = \frac{\alpha t^2}{2} = \frac{3{,}5 \cdot 6^2}{2} = 63 \text{ rad} = 10 \text{ vueltas}$$

Mientras frena:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 20{,}9}{300} = -0{,}07 \text{ rad s}^{-2};$$

$$\varphi_2 = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} = 20{,}9 \cdot 300 - \frac{0{,}07 \cdot 300^2}{2} = 3135 \text{ rad} = 500 \text{ vueltas}$$

Sumando estas vueltas comprobamos que quedan: $3100 - 500 - 10 = 2590$ vueltas $= 16\,273$ rad

Luego a velocidad constante estuvo girando durante:

$$\varphi = \omega t; \quad t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{16\,273}{20{,}9} = 778{,}6 \text{ s} = 13 \text{ min}$$

Tiempo total: $t_1 + t_2 + t_3 = \dfrac{6}{60} + 13 + 5 = 18{,}1 \text{ min} = 1086$ s

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

3.38 En la terminal de un aeropuerto hay una cinta transportadora que facilita el tránsito por un pasillo largo. Un pasajero que no utiliza la cinta tarda 3 minutos en el trayecto. Otro, caminando a la misma velocidad sobre la cinta, tarda 45 s. ¿Cuánto tiempo emplearía un tercero que permaneciera de pie sobre la cinta?

$$\left.\begin{aligned} 180 &= \frac{s}{v_p} \\ 45 &= \frac{s}{v_p + v_c} \end{aligned}\right\} 45 = \frac{180 v_p}{v_p + v_c}; \quad 45 v_c = (180 - 45) v_p \Rightarrow v_c = 3 v_p$$

Tardará tres veces menos que el pasajero; por tanto, empleará 1 minuto.

3.39 Una lámpara se desprende del techo de la cabina de un ascensor y cae al suelo desde una altura de 2 m. Calcula el tiempo que tarda en caer suponiendo que la velocidad del ascensor en ese momento es de 3 m s^{-1} y que:

a) Sube a velocidad constante.

b) Sube acelerando con a = 2 m s^{-2}.

En ambos casos, la velocidad inicial de la lámpara será la del ascensor. Además hay que tener en cuenta que el suelo del ascensor se desplaza durante el movimiento de la lámpara, luego tendremos dos ecuaciones del movimiento.

a) Subiendo sin acelerar:

$y_A = 3t;$

$y_L = 2 + 3t - 4{,}9t^2$

La lámpara cae cuando $y_L = y_A$: $3t = 37 - 4{,}9t^2 + 2; \quad t = 0{,}64$ s

b) Subiendo con aceleración:

$$\left.\begin{matrix} y_A = 3t + t^2 \\ y_L = 2 + 3t - 4{,}9t^2 \end{matrix}\right\} y_A = y_L \Rightarrow 3t + t^2 = 3t - 4{,}9t^2 + 2; \quad t = 0{,}58 \text{ s}$$

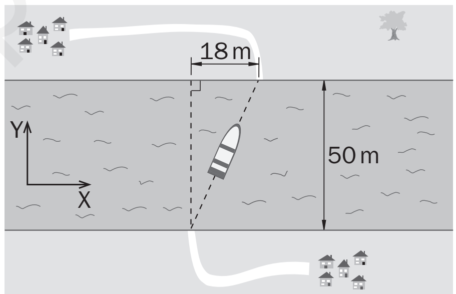
3.40 Una piragua que intenta cruzar un río de 50 m de ancho con una velocidad perpendicular a la orilla de 2 m s^{-1}, sufre una deriva aguas abajo de 18 m. Averigua la velocidad de la corriente.

La velocidad de la corriente solo afecta al desplazamiento horizontal. De modo que conociendo el tiempo que tarda en cruzar el río podemos calcular la velocidad de la corriente.

$$\left.\begin{matrix} y = v_b t \\ x = v_c t \end{matrix}\right\} 50 = 2t; \quad t = \frac{50}{2} = 25 \text{ s}$$

Sustituyendo en la ecuación de la corriente:

$$v_c = \frac{x}{t} = \frac{18}{25} = 0{,}72 \text{ m s}^{-1}$$



3.41 Desde un coche en marcha a velocidad de 36 km h^{-1} se dispara verticalmente hacia arriba un proyectil con una velocidad de 6 m s^{-1}.

a) ¿Qué espacio habrá recorrido el coche cuando el proyectil esté en su punto más alto?

b) ¿Qué velocidad tendrá el proyectil en ese momento?

c) ¿Caerá delante, detrás o dentro del coche?

Se cambian las unidades de la velocidad:

$$36 \frac{(\text{km})}{(\text{h})} \cdot \frac{1000 \text{ (m)}}{1 \text{ (km)}} \cdot \frac{1 \text{ (h)}}{3600 \text{ (s)}} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

Tenemos un movimiento parabólico compuesto por un *mru* en el eje horizontal y un *mrua* en el vertical. Sus ecuaciones son:

$x = 10t;$ $\qquad v_x = 10$ m s^{-1}

$y = 6t - 4{,}9t^2;$ $\qquad v_y = 6 - 9{,}8t$

a) En el punto más alto, $v_y = 0$.

$$t = \frac{6}{9{,}8} = 0{,}61 \text{ s}; \quad x = 10 \cdot 0{,}61 = 6{,}1 \text{ m}$$

b) $v = \sqrt{x_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$ m s^{-1}

c) Caerá dentro del coche porque el proyectil y el coche tienen la misma velocidad horizontal.

LANZAMIENTO HORIZONTAL

3.42 Una pelota rueda por una mesa horizontal a velocidad constante de 3 $m s^{-1}$. Cuando llega al borde cae y golpea el suelo a una distancia de 1,2 m del pie de la mesa. Calcula la altura de la mesa.

Las ecuaciones del movimiento son: $\left.\begin{array}{l} x = 3t \\ y = -4{,}9t^2 \end{array}\right\}$

Calculamos el tiempo a partir del movimiento horizontal y sustituimos en la ecuación del movimiento vertical.

$$t = \frac{x}{3} = \frac{1{,}2}{3} = 0{,}4 \text{ s}; \quad y = -4{,}9 \cdot 0{,}4^2 = -0{,}784 \text{ m}; \quad h = 78{,}4 \text{ cm}$$

3.43 Un jugador situado a 2 m del tablero de una diana lanza horizontalmente un dardo que se clava 16 cm por debajo del blanco.

a) ¿A qué velocidad ha lanzado el dardo?

b) ¿Cuánto tiempo ha tardado en clavarse?

Tomando el origen de alturas en la posición del lanzamiento, las ecuaciones del movimiento son:

$$\left.\begin{array}{l} x = vt \\ y = -4{,}9t^2 \end{array}\right\}$$

a) Calculamos en primer lugar el tiempo que ha estado volando:

$$-0{,}16 = -4{,}9t^2; \quad t = 0{,}18 \text{ s}; \quad v = \frac{x}{t} = \frac{2}{0{,}18} = 11{,}1 \text{ m s}^{-1}$$

b) $t = 0{,}18$ s

3.44 Un avión con una velocidad horizontal de 200 $m s^{-1}$ lanza una bomba sobre un objetivo cuando está a 6380 m de la vertical del blanco. Calcula:

a) ¿Cuánto tiempo tarda la bomba en alcanzar el objetivo?

b) ¿A qué altura vuela el avión?

A partir de las ecuaciones del movimiento: $\left.\begin{array}{l} x = 200t \\ y = y_0 - 4{,}9t^2 \end{array}\right\}$

a) Se despeja el tiempo de la ecuación del movimiento horizontal: $t = \frac{x}{200} = \frac{6380}{200} = 31{,}9$ s

b) Se sustituye ese tiempo en el movimiento vertical: $0 = y_0 - 4{,}9 \cdot 31{,}9^2$; $y_0 = 4986$ m

3.45 Se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 20 $m s^{-1}$ desde una altura de 100 m. Averigua:

a) La altura total a la que se encuentra al cabo de 3 s.

b) La velocidad en ese momento.

c) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

d) El alcance horizontal del proyectil.

Las ecuaciones del movimiento son: $\left.\begin{array}{l} x = 20t \\ y = 100 - 4{,}9t^2 \end{array}\right\}$

a) $y(3) = 100 - 4{,}9 \cdot 3^2 = 55{,}9$ m

b) $v_x = 20$; $\quad v_y = -9{,}8t = -9{,}8 \cdot 3 = -29{,}4$; $\quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + (-29{,}4)^2} = 35{,}5 \text{ m s}^{-1}$

c) $0 = 100 - 4{,}9^2$; $\quad t = \sqrt{\frac{-100}{-4{,}9}} = 4{,}5$ s

d) $x = v_x t = 20 \cdot 4{,}5 = 90$ m

3.46 Una avioneta vuela con velocidad horizontal $v_1 = 180\ kmh^{-1}$ a una altura $h = 490$ m sobre el mar. Una lancha navega a 36 kmh^{-1} en la misma dirección pero en sentido contrario. En un determinado instante, la avioneta suelta un paquete que cae dentro de la lancha. Calcula:

a) La distancia en línea recta entre la avioneta y la lancha en el momento del lanzamiento.

b) El módulo y la dirección de la velocidad del paquete cuando llega a la lancha.

Las ecuaciones del movimiento de ambos cuerpos son:

Paquete: $x_1 = 50t$; $y_1 = 490 - 4{,}9t^2$

Lancha: $x_2 = x_0 - 10t$; $y_2 = 0$

a) Hacemos que coincidan sus coordenadas *x* e *y*.

$y_1 = y_2$; $-4{,}9t^2 = -490$; $t = 10$ s;

$x_1 = x_2$; $50t = x_0 - 10t$; $x_0 = 60t = 600$ m

b) Sustituyendo el tiempo en la ecuación del paquete se tiene:

$$v_y = -9{,}8t = -9{,}8 \cdot 10 = -98; \quad v_x = 50; \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{50^2 + (-98)^2} = 110\ ms^{-1}$$

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-98}{50} = -1{,}96; \quad \alpha = -63°$$

LANZAMIENTO OBLICUO

3.47 Un futbolista chuta la pelota y esta parte con una velocidad de 20 ms^{-1} y forma un ángulo de 27° con la horizontal. Halla:

a) La altura máxima que alcanza la pelota.

b) La velocidad en el punto más alto.

c) La distancia a la que cae al suelo.

a) Sustituyendo los datos en la expresión de la altura máxima:

$$h_{máx} = \frac{v_0^2(\text{sen}\alpha)^2}{2g} = \frac{20^2(\text{sen}27°)^2}{19{,}6} = 4{,}2\ \text{m}$$

b) En el punto más alto la velocidad vertical es nula, solo hay componente horizontal.

$$v_y = 0; \quad v_x = 20\cos 27° = 17{,}8\ ms^{-1}; \quad v = 17{,}8\ ms^{-1}$$

c) Sustituyendo los datos en la expresión del alcance máximo:

$$x_{máx} = \frac{v_0^2\ \text{sen}2\alpha}{g} = \frac{20^2\ \text{sen}54°}{9{,}8} = 33\ \text{m}$$

3.48 Un arquero dispara una flecha que alcanza una altura máxima de 40 m y un alcance de 190 m. ¿Con qué velocidad y con qué ángulo ha sido disparada la flecha?

Formamos un sistema de ecuaciones con las expresiones del alcance máximo y la altura máxima.

$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{v_0^2\ \text{sen}^2\ \alpha}{2g} \\ L &= \frac{v_0^2\ \text{sen}\ 2\alpha}{g} \end{aligned}\right\} \frac{H}{L} = \frac{\text{sen}^2\alpha}{2\ \text{sen}2\alpha} = \frac{40}{190}; \quad \text{sen}^2\ \alpha = 0{,}84\ \text{sen}\,\alpha\ \cos\alpha;$$

Dividiendo la expresión por el sen α se tiene:

$$\text{sen}\ \alpha = 0{,}84\ \cos\ \alpha; \quad \text{tg}\ \alpha = 0{,}84; \quad \alpha = 40°$$

Despejando ahora la velocidad de cualquiera de las expresiones:

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\text{sen}2\alpha}} = \sqrt{\frac{190 \cdot 9{,}8}{\text{sen}80°}} = 43{,}5\ ms^{-1}$$

3.49 Se dispara un proyectil desde lo alto de un acantilado situado a 200 m sobre el mar. Su velocidad es de 60 $m s^{-1}$ y forma un ángulo de 45° con la horizontal. Calcula:

a) ¿A qué distancia del pie del acantilado caerá el proyectil?

b) ¿Con qué velocidad incidirá en el agua?

a) Las ecuaciones del movimiento son:

$$\left.\begin{array}{l} x = (60 \cos 45°)t \\ y = 200 + (60 \operatorname{sen} 45°)t - 4{,}9t^2 \end{array}\right\} 0 = 200 + 42{,}4t - 4{,}9t^2; \quad t = 12 \text{ s}$$

Sustituyendo en la x: $x = 42{,}4 \cdot 12 = 509$ m

b) Se sustituye el valor del tiempo obtenido.

$v_x = 60 \cos 45° = 42{,}4 \text{ m s}^{-1}$;

$v_y = 60 \operatorname{sen} 45° - 9{,}8t = 42{,}4 - 9{,}8 \cdot 12 = -75{,}2 \text{ m s}^{-1}$;

El módulo de la velocidad será: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{42{,}4^2 + (-75{,}2)^2} = 86{,}3 \text{ m s}^{-1}$

3.50 Una catapulta dispara proyectiles con una velocidad de 30 $m s^{-1}$ y ángulo de 40° con la horizontal contra una muralla. Esta tiene 12 m de altura y está situada a 50 m.

a) ¿Pasarán los proyectiles por encima de la muralla?

b) ¿A qué distancia de la base de la muralla llegarán al suelo?

a) Se plantean las ecuaciones y se calcula el tiempo que tarda en llegar a la muralla.

$$\left.\begin{array}{l} x = (30 \cos 40°)t \\ y = (30 \operatorname{sen} 40°)t - 4{,}9t^2 \end{array}\right\} t = \frac{x}{30 \cos 40°} = \frac{50}{23} = 2{,}2 \text{ s}$$

Sustituyendo en la ecuación de la y para conocer la altura del proyectil en ese momento:

$$y = 19{,}3 \cdot 2{,}2 - 4{,}9 \cdot 2{,}2^2 = 18{,}7 \text{ m};$$

Como 18,7 > 12, los proyectiles pasarán.

b) Se calcula el alcance máximo y se halla la diferencia.

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g} = \frac{30^2 \operatorname{sen} 80°}{9{,}8} = 90{,}4 \text{ m}; \quad 90{,}4 - 50 = 40{,}4 \text{ m}$$

3.51 Una pelota rueda por un tejado inclinado 30° y llega al borde con una velocidad de 4 $m s^{-1}$, cayendo al vacío desde una altura de 20 m.

a) ¿Qué velocidad tendrá cuando lleve 1 s cayendo?

b) ¿A qué distancia sobre el suelo se encuentra en ese momento?

c) ¿A qué distancia de la base del edificio caerá al suelo?

a) Las ecuaciones de las velocidades son:

$$\left.\begin{array}{l} v_x = 4 \cos 30° = 3{,}46 \\ v_y = -4 \operatorname{sen} 30° - 9{,}8t = -11{,}8 \end{array}\right\} v = \sqrt{3{,}46^2 + (-11{,}8)^2} = 12{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

b) Se sustituye en las ecuaciones de las posiciones:

$$\left.\begin{array}{l} x = (4 \cos 30°)t \\ y = 20 - (4 \operatorname{sen} 30°)t - 4{,}9t^2 \end{array}\right\} y = 20 - 2 \cdot 1 - 4{,}9 \cdot 1^2 = 13{,}1 \text{ m}$$

c) Se calcula el tiempo que tarda en caer y se sustituye en la ecuación de x.

$$y = 0; \quad 0 = 20 - 2t - 4{,}9t^2; \quad t = 1{,}83 \text{ s}$$

$$x = 3{,}46 \cdot 1{,}83 = 63 \text{ m}$$

3.52 Un delantero que está a 25 m de la línea de gol chuta la pelota hacia la portería contraria. La pelota sale con un ángulo de 30° respecto a la horizontal del terreno de juego y choca con el larguero situado a 2,5 m del suelo. Calcula:

a) La velocidad inicial de la pelota.

b) Las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la pelota en el momento de llegar a la portería.

a) Se plantean las ecuaciones del movimiento y se calcula el tiempo que tarda en recorrer los 25 m.

$$\left.\begin{array}{l} x = (v_0 \cos 30°)t \\ y = (v_0 \operatorname{sen} 30°)t - 4{,}9t^2 \end{array}\right\} t = \frac{x}{v_0 \cos 30°} = \frac{25}{v_0 \cos 30°}$$

Se sustituye este tiempo en la ecuación de la altura y.

$$2{,}5 = v_0 \operatorname{sen} 30 \frac{25}{v_0 \cos 30°} - 4{,}9 \left(\frac{25}{v_0 \cos 30°}\right)^2; \quad 2{,}5 = 25 \operatorname{tg} 30 - \frac{4{,}9 \cdot 25^2}{v^2_0 \cos^2 30°}; \quad v_0 = 18{,}5 \text{ m s}^{-1}$$

b) $v_x = v_0 \cos 30° = 18{,}5 \cos 30° = 16 \text{ m s}^{-1}$;

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} 30° - 9{,}8t = 18{,}5 \operatorname{sen} 30° - 9{,}8 \frac{25}{18{,}5 \cos 30°} = -6 \text{ m s}^{-1}$$

3.53 Se lanza una pelota a una velocidad de 25 m s^{-1} y un ángulo de 37° por encima de la horizontal hacia una pared situada a 28 m del punto de salida de la pelota.

a) ¿Cuánto tiempo está la pelota en el aire antes de golpear la pared?

b) ¿A qué distancia por encima del punto de salida golpea la pelota a la pared?

c) ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su velocidad en ese momento?

a) Se escriben las ecuaciones del movimiento y se calcula el tiempo que tarda en recorrer los 28 m.

$$\left.\begin{array}{l} x = (25 \cos 37°)t \\ y = (25 \operatorname{sen} 37°)t - 4{,}9t^2 \end{array}\right\} t = \frac{x}{25 \cos 37°} = \frac{28}{20} = 1{,}4 \text{ s}$$

b) Sustituyendo en la ecuación de la altura: $y = (25 \cos 37°)1{,}4 - 4{,}9 \cdot 1{,}4^2 = 11{,}4$ m

c) $v_x = 25 \cos 37° = 20 \text{ m s}^{-1}$; $v_y = 25 \operatorname{sen} 37° - 9{,}8t = 15 - 9{,}8 \cdot 1{,}4 = 1{,}3 \text{ m s}^{-1}$

3.54 Desde una altura de 1 m y con velocidad de 18 m s^{-1} que forma un ángulo de 53° con la horizontal se dispara una flecha. Esta pasa por encima de una tapia que está a 20 m de distancia y se clava a 9 m de altura en un árbol que se encuentra detrás. Calcula:

a) Cuánto duró el vuelo de la flecha.

b) Con qué velocidad llegó al árbol y con qué ángulo se clavó.

c) La altura máxima que debería tener la tapia para que la flecha no impactase en él.

a) Se escriben las ecuaciones del movimiento y se calcula en qué momentos la flecha estuvo a 9 m de altura.

$$\left.\begin{array}{l} x = (18 \cos 53°)t \\ y = 1 + (18 \operatorname{sen} 53°)t - 4{,}9t^2 \end{array}\right\} y = 9 \text{ m}; \quad x = -8 + 14{,}4t - 4{,}9t^2; \quad t_1 = 0{,}7 \text{ s}; \quad t_2 = 2{,}2 \text{ s}$$

b) Se sustituye el tiempo en las expresiones de la velocidad.

$$v_x = 18 \cos 53° = 10{,}8 \text{ m s}^{-1}; \quad v_y = 18 \operatorname{sen} 53° - 9{,}8t = 14{,}4 - 9{,}8 \cdot 2{,}2 = -7{,}16 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = \sqrt{10{,}8^2 + (-7{,}16)^2} = 12{,}9 \text{ m s}^{-1}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-7{,}16}{10{,}8}; \quad \alpha = -33{,}5°$$

c) Se calcula el tiempo que tarda en llegar a los 20 m y la altura con la que pasa.

$$t = \frac{x}{18 \cos 53°} = \frac{20}{10{,}8} = 1{,}85 \text{ s} \Rightarrow y = 1 + (18 \operatorname{sen} 53°)1{,}85 - 4{,}9 \cdot 1{,}85^2 = 10{,}9 \text{ m}$$