EJERCICIOS DE CINEMÁTICA. 1º BACHILLERATO.

1º. La fórmula que da la posición de una partícula que se mueve en trayectoria recta, escrita en sistema internacional es **$x = 7t^3 - 2t^2 + 3t - 1$**. Calcular:

a) ecuación de la velocidad.
b) Ecuación de la aceleración.
c) Espacio recorrido por la partícula en el tercer segundo.

SOLUCIONES: a) $v = 21t^2 - 4t + 3$; b) $a = 42t - 4$ c) 126 metros.

2º. El movimiento de un punto material en trayectoria recta viene dado por la ecuación escrita en el sistema CGS: **$x = e^{3t} - 5$**. Calcular:

a) Las expresiones de la velocidad y la aceleración en función del tiempo y de la posición.
b) Valor de la aceleración inicial.
c) Valor de la velocidad inicial.

SOLUCIONES: a) $v = 3e^{3t} = 3\cdot(x + 5)$, $a = 9e^{3t} = 9\cdot(x + 5)$; b) $a_0 = 9$ cm/s^2; c) $v_0 = 3$ cm/s

3º. Una partícula describe una trayectoria cuya ecuación en el SI viene dada por $\vec{r} = (t^2 + t + 1)\vec{i} - (3t^3 + 2t^2)\vec{j}$. Calcular:

a) El vector velocidad en cualquier instante.
b) El vector aceleración en cualquier instante.
c) El vector velocidad media en el tercer segundo.
d) El vector aceleración media en el tercer segundo.

SOLUCIONES: a) $\vec{v} = (2t + 1)\vec{i} - (9t^2 + 4t)\vec{j}$ b) $\vec{a} = 2\vec{i} - (18t + 4)\vec{j}$ c) $\vec{v}_M = 6\vec{i} - 67\vec{j}$ m/s d) $\vec{a}_M = 2\vec{i} - 49\vec{j}$ m/s^2

4º. La ecuación que nos define la trayectoria de una partícula en un plano OXY y referida a O como origen, viene dada por $\vec{r} = 5t\vec{i} + (10\sqrt{3}\,t - 5t^2)\vec{j}$. (SI), queremos determinar.

a) La ecuación de la trayectoria escrita en forma explícita y = f(x) y su representación gráfica.
b) Expresiones del vector velocidad y aceleración.
c) Módulos de la aceleración tangencial y normal para t = 1s.

SOLUCIONES:a) $y = 2\sqrt{3}x - \frac{1}{5}x^2$, parábola. B) $\vec{v} = 5\vec{i} + 10(\sqrt{3} - t)\vec{j}$ $\vec{a} = -10\vec{j}$
c) a_{tg}= 8’2 m/s^2; a_N= 5’7 m/s^2

5º. Una particular se mueve en trayectoria plana, siendo las componentes del radio vector que define la posición de la partícula en cualquier instante $x = 2t^2 - 3$, $y = t^3 - 2t + 1$ (SI). Calcular:

a) vectores velocidad y aceleración.
b) El vector unitario en la dirección de la tangente a la trayectoria en cualquier instante.
c) Los vectores aceleración tangencial y normal para t = 1s.

www.yoquieroaprobar.es

d) El vector unitario en la dirección normal a la trayectoria, el valor del radio de curvatura para t = 1s

SOLUCIONES: a) $\vec{v} = 4t\vec{i} + (3t^2 - 2)\vec{j}$, $\vec{a} = 4\vec{i} + 6t\vec{j}$; b)

$\vec{u}_{TG} = \dfrac{4t\vec{i} + (3t^2 - 2)\vec{j}}{\sqrt{16t^2 + (3t^2 - 2)^2}}$ c) $\vec{a}_{tg} = \dfrac{22}{17}(4\vec{i} + \vec{j})$; $\vec{a}_N = \dfrac{20}{17}(-\vec{i} + 4\vec{j})$;

d) $\vec{u}_N = \dfrac{1}{17}(-\vec{i} + 4\vec{j})$; radio de curvatura = $\dfrac{17\sqrt{17}}{20} m$

6º. Un movimiento de trayectoria plana es tal que x = 1 + sen (π·t), y = t – cos(π·t) (SI). Calcular:

a) Vectores velocidad y aceleración.
b) Las componentes intrínsecas del vector aceleración para t = 2s.
c) Valor del radio de curvatura en tal instante.

SOLUCIONES: a)

$\vec{v} = \pi\cos(\pi\cdot t)\vec{i} + (1 + \pi \mathrm{sen}(\pi\cdot t)\vec{j}$; $\vec{a} = \pi^2(-\mathrm{sen}(\pi\cdot t)\vec{i} + \cos(\pi\cdot t)\vec{j})$

b) $\vec{a}_{tg} = \dfrac{\pi^2}{1+\pi^2}(\pi\vec{i} + \vec{j})$; $\vec{a}_N = \dfrac{\pi^3}{1+\pi^2}(-\vec{i} + \pi\vec{j})$ c) R = $\dfrac{(1+\pi^2)^{3/2}}{\pi^3}$ m

7º. Desde la cornisa de un edificio de 60 m de alto se lanza verticalmente hacia abajo un proyectil con una velocidad de 10 m/s. Calcular:

a) Velocidad con la que llega al suelo.
b) Tiempo que tarda en llegar al suelo
c) Velocidad cuando se encuentra en la mitad de su recorrido.
d) Tiempo que tarda en alcanzar la velocidad del apartado 3)

SOLUCIONES: a) v = - 36 m/s; b) t = 2’6 s; c) v’ = - 26’5 m/s; d) t’=1’65 s

8º. Desde lo alto de una torre de 100m de alta se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con la velocidad de 15 m/s. La piedra llega a una determinada altura y comienza a caer por la parte exterior de la torre. Tomando como origen de ordenadas el punto de lanzamiento, calcular la posición y la velocidad de la piedra al cabo de 1 y 4 s después de su salida. ¿Cuál es la altura alcanzada por la piedra y qué tiempo tarda en alcanzarla?. Asimismo, calcular la velocidad cuando se encuentra a 8 m por encima del punto de partida y cuando cayendo pasa por el punto de partida. ¿Cuánto tiempo transcurre desde que se lanzó hasta que vuelve a pasar por dicho punto?. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo y qué velocidad lleva en ese momento?.

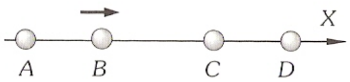
9º. Una piedra que cae libremente pasa a las 10 frente a un observador situado a 300 m sobre el suelo y a las 10 y 2” frente a un observador situado a 200 m sobre el suelo. Calcular:

a) altura desde la que cae.
b) En qué momento llegará al suelo.
c) La velocidad con la que llegará al suelo.

TOMAR g = -10 m/s^2.
SOLUCIONES: a) 380 metros; b) 10 5”; c) -87 m/s

www.yoquieroaprobar.es

10º. Un móvil parte del reposo y de un punto A (ver figura) con movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado (a = 10 cm/s^2); tarda en recorrer una distancia BC = 105 cm un tiempo de 3 s y finalmente, llega al punto D (CD = 55 cm). Calcular:



a) La velocidad del móvil en los puntos B, C y D.
b) La distancia AB
c) El tiempo invertido en el recorrido AB y en el CD.
d) El tiempo total en el recorrido AD.

SOLUCIÓN: a)v_B = 20 cm/s; v_C = 50 cm/s; v_D= 60 cm/s.b) AB = 20 cm; c) t = 2s;d) 6 s

11º. Se deja caer una piedra desde un globo que asciende con una velocidad de 3 m/s; si llega al suelo a los 3 s, calcular:

a) altura a la que se encontraba el globo cuando se soltó la piedra.
b) Distancia globo-piedra a los 2 s del lanzamiento.

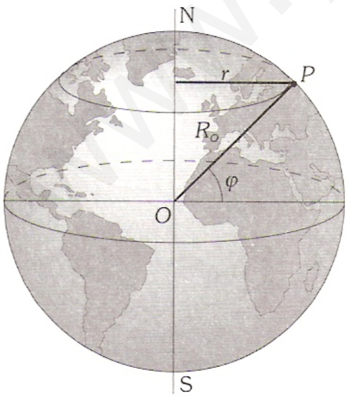
12º. La cabina de un ascensor de altura 3 m asciende con una aceleración de 1 m/s^2. Cuando el ascensor se encuentra a una cierta altura del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular el tiempo que tarda la lámpara en chocar tonel suelo del ascensor.
SOLUCIÓN: 0'74 s.

13º. Un disco gira con una velocidad angular de 60 rpm. Si su radio es 1m, calcular:

a) Velocidad angular en rad/s.
b) Velocidad lineal de un punto de la periferia y de un punto a 50 cm de su centro.
c) Número de vueltas que da en media hora.

SOLUCIÓN: a) 2π radianes; b) π m/s; c) 1800 vueltas.

14º. Calcular la velocidad tangencial y la aceleración normal de un punto P sobre la Tierra (ver figura) situado en un lugar de 60º latitud. (radio terrestre = 6300 km).



SOLUCIONES: v = 824 km/h,
a_n = 216 km/h^2

15º. Un punto material describe uniformemente una trayectoria circular de radio 1m, dando 30 vueltas cada minuto. Calcular el período, la frecuencia, la velocidad angular, la tangencial y la aceleración centrípeta.

www.yoquieroaprobar.es

SOLUCIONES: $T = 2s$; $\upsilon = 0'5$ Hz; $\omega = \pi$ rad/s; $v = \pi$ m/s; $a_N = \pi$ m/s^2

16º. Un volante de 2 dm de diámetro gira en torno a su eje a 3000 rpm. Un freno lo para en 20 s. Calcular:

a) La aceleración angular supuesta constante.
b) Número de vueltas dadas por el volante hasta que se para.
c) El módulo de la aceleración tangencial, normal y total de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas.

SOLUCIÓN: a) $\alpha = -5\pi$ rad/s^2; b) 500 vueltas; c) $a_{tg} = 0'5\pi$ m/s^2, $a_N = 800\pi^2$ m/s^2, $a = 801\pi^2$ m/s^2

17º. Un automotor parte del reposo, en una vía circular de 400 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado, hasta que a los 50 s de iniciada su marcha, alcanza la velocidad de 72 km/h, desde cuyo momento conserva tal velocidad. Hallar:

a) La aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento.
b) La aceleración normal, la aceleración total y la longitud de vía recorrida en es tiempo, en el momento de cumplirse los 50 s.
c) La velocidad angular media en la primera etapa, y la velocidad angular a los 50 s.
d) Tiempo que tardará el automotor en dar cien vueltas al circuito.

SOLUCIÓN: a) $a_{tg} = 0'4$ m/s^2;b) $a_N = 1$ m/s^2 $a = 1'08$ m/s^2, $s = 500$ m; c) $\omega = 0'025$ rad/s, d) 3 HORAS, 29 MINUTOS Y 51 SEGUNDOS.

18º. Dos móviles parten simultáneamente del mismo punto y en el mismo sentido recorriendo una trayectoria circular. El primero está animado de movimiento uniforme de velocidad angular 2 rad/s y el segundo hace su recorrido con aceleración angular constante de valor 1 rad/s^2. ¿Cuánto tiempo tardarán en reunirse de nuevo y qué ángulo han descrito en tal instante?, La circunferencia sobre la cual se mueven los móviles es de 2 m de radio. ¿Qué velocidad tiene cada uno de los móviles en el instante de la reunión?, ¿Qué aceleración tangencial?, ¿qué aceleración normal?¿qué aceleración resultante y en qué dirección?
SOLUCIONES: $t = 4s$; $\rho = 8$ rad; $v_1 = 4$ m/s; $v_2 = 8$ m/s; $a_{1tg} = 0$ m/s^2; $a_{1N} = 8$ m/s^2; $a_1 = 8$ m/s^2; $a_{2tg} = 2$ m/s^2; $a_{2N} = 32$ m/s^2; $a_2 = 32'06$ m/s^2 ángulo 3º43'35"

19º. El vector posición de una partícula que se mueve en trayectoria plana es $\vec{r} = (5\cos(\pi\cdot t) - 1)\,\vec{i} + (5\,\text{sen}\,(\pi\cdot t) + 2)\,\vec{j}$ (SI).

a) Demuéstrese que el movimiento es circular y uniforme.
b) Calcular el radio de la circunferencia trayectoria
c) Calcular la frecuencia del moviemto.

SOLUCIÓN: b) $R = 5$ m ; c) 0'5 Hz.

20º. Una canoa de 2'5 m de larga está junto a la orilla de un río y perpendicularmente a ella. Se pone en marcha con una velocidad de 5 m/s y al llegar a la orilla opuesta ha avanzado en el sentido de la corriente 23'4 m.

a) calcular la velocidad del agua sabiendo que el río tiene una anchura de 100 m.

www.yoquieroaprobar.es

b) si la canoa marcha a lo largo del río, determinar el camino recurrido en 1 min según vaya en el sentido de la corriente o en sentido contrario.

SOLUCIONES: a) v = 1’2 m/s; b) x_1 0 372 m, x_2 = 228 m.

21º. Un avión de bombardeo, en vuelo horizontal, a la velocidad de 360 km/h, y a una altura sobre un objetivo de 1000 m, lanza una bomba.

a) ¿A qué distancia del objetivo inmóvil, contada horizontalmente, debe proceder al lanzamiento?.
b) Si el objetivo es un camión que marcha en carretera horizontal, a 72 km/h en la misma dirección y plano vertical que el bombardero ¿a qué distancia del objetivo, contada horizontalmente, se debe proceder al lanzamiento si el objetivo se mueve en distinto o en el mismo sentido?.

SOLUCIONES: a) 1429 m; b) 1714m y 1143 m.

22º. Sobre la superficie de un lago, a 5 m sobre ella horizontalmente, se dispara un proyectil, con una velocidad de 5 m/s. Calcular:

a) El tiempo que tarda el proyectil en introducirse en el agua.
b) La distancia horizontal recorrida por el proyectil hasta introducirse en el agua.
c) Valor de la tangente del ángulo que forma el vector velocidad con la horizontal en el momento que el proyectil se introduce en el lago.

SOLUCIONES: a) 1 s; b) 5 m; c) tg α = 2

23º. Un avión en vuelo horizontal rectilíneo, a una altura de 7840 m y con una velocidad de 450 km/h, deja caer una bomba al pasar por la vertical de un punto A del suelo.

a) ¿Al cabo de cuánto tiempo se producirá la explosión de la bomba por choque con el suelo?.
b) ¿Qué distancia habrá recorrido entre tanto el avión?
c) ¿A qué distancia del punto A se producirá la explosión?
d) ¿Cuánto tiempo tardará en oírse la explosión desde el avión, a contar desde el instante del lanzamiento de la bomba, si el sonido se propaga a 330 m/s?.

SOLUCIONES: a) 40 s; b) 5000 m c) 5000 m, d) 65’7 s.

24º. Se dispara un cañón con una inclinación de 45º con respecto a la horizontal, siendo la velocidad de salida 490 m/s. Calcular:

a) El alcance, la altura máxima y el tiempo necesario para tal avance y tal ascenso.
b) La posición del proyectil y la velocidad al cabo de 2 s del disparo.

SOLUCIONES: a) alcance 24500 m y t = 70’7 s, altura máxima = 6125 m y t = 35’3 s, b) **r** = 693 **i** + 673’4 **j**; **v** = 346’5 **i** + 326’9 **j**

25º Se dispara un cañón con un ángulo de 15º, saliendo la bala con la velocidad de 200 m/s. Se desea saber:

a) La distancia teórica que alcanzará la bala sobre la horizontal.
b) La velocidad con que llega a tierra en valor absoluto y dirección.
c) Si tropieza con una colina que se encuentra a mitad de su alcance, de 300 m de altura.
d) En caso afirmativo, ¿qué solución podríamos dar si queremos hacer blanco en el mismo objetivo y con el mismo cañón disparando desde el mismo sitio?.

SOLUCIONES: a) 2040 m ; b) 200 m/s -15º; c) tropieza; d) ángulo = 75º.

www.yoquieroaprobar.es

26º. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30º con la horizontal, y al llegar a su extremo, queda en libertad con una velocidad de 10 m/s. La altura del edificio es 60 m y la anchura de la calle a la que vierte el tejado 30 m. Calcular:

a) Ecuaciones del movimiento de la pelota al quedar en libertad y ecuación de la trayectoria en forma explícita (tomar eje positivo de las Y el descendente)
b) ¿ llegará directamente al suelo o chocará antes con la pared opuesta?
c) Tiempo que tarda en llegar al suelo y velocidad en ese momento.
d) Posición en que se encuentra cuando su velocidad forma un ángulo de 45º con la horizontal.

27º. Con un proyectil queremos rebasar una colina de 300 m de alta y 500 m de distancia desde el punto de lanzamiento a la cima. Calcular:

a) ángulo de lanzamiento.
b) Velocidad mínima necesaria.

SOLUCIONES: a) 63’5º b) 88’5 m/s

28º. ¿qué ángulo habrá que darle a la velocidad en el lanzamiento de un proyectil desde un acantilado de 10 m de altura para obtener el alcance máximo si la velocidad de salida del proyectil es de 10 m/s?
SOLUCIÓN: 30º. Alcance 14 m.

29º.. Un pájaro parado en un cable a 5 metros sobre el suelo deja caer un excremento libremente. Dos metros por delante de la vertical del pájaro, y en sentido hacia ella, va por la calle una persona a 5 Km/h. La persona mide 1,70 m. Calcula:
a) si le cae en la cabeza y
b) a qué velocidad debería ir para que le cayera encima.
Sol: No le cae; 2´47 m/s

30º. Se dispara un proyectil formando un ángulo ß con la horizontal y con una velocidad V. Encontrar la ecuación del alcance máximo. (No dar a g valor numérico).
Sol: $x= V^2 sen\ 2ß/g$

31º. Desde lo alto de una torre de 30 m de altura se deja caer una piedra 0,2 segundos después de haber lanzado hacia arriba otra piedra desde la base a 15 m/s. Calcula el punto de encuentro entre ambas piedras. Tomar $g= 10\ m/s^2$.

32º. Un niño da un puntapié a un balón que está a 20 cm del suelo, con un ángulo de 60º sobre la horizontal. A 3 metros, delante del niño, hay una alambrada de un recinto deportivo que tiene una altura de 3 metros. ¿Qué velocidad mínima debe comunicar al balón para que sobrepase la alambrada?.
Sol: 8´64 m/s

33º.. La velocidad de un móvil que sigue una trayectoria rectilínea viene dada por la ecuación: $\mathbf{V(t)} = (t^2-8t)\mathbf{j}$, en unidades del S.I.. Calcular: a) La aceleración media entre los instantes t = 2 s y t = 4 s. ; b) La aceleración instantánea en t = 3 s. y c) Las componentes intrínsecas de la aceleración en cualquier instante.
Sol: $-2\mathbf{j}\ m/s^2$; $-2\mathbf{j}\ m/s^2$; $a_n=0$, $a_{tan}= 2t - 8\ m/s^2$

www.yoquieroaprobar.es