

## 1.- Clasificación de movimientos.

1. Tomando como referencia la **trayectoria**:

- **Movimientos rectilíneos** o de trayectoria recta.
- **Movimientos curvilíneos** o de trayectoria curva (circular, elíptica, parabólica, etc.).

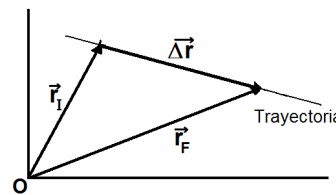
2. Tomando como referencia las **componentes intrínsecas de la aceleración**:

Trayectoria	Tipos de movimientos		$ \vec{v} $	$\mathbf{a}_t$	$\mathbf{a}_n$
Movimientos Rectilíneos	<b>M.R. Uniforme</b>		cte.	0	0
	<b>M.R. Uniformemente variado</b>	acelerado	aumenta	$> 0$ y cte	0
		retardado	disminuye	$< 0$ y cte	0
<b>M.R. Variado</b>		# cte.	# cte	0	
Movimientos curvilíneos	<b>M.C. Uniforme</b>		cte.	0	# 0 y cte
	<b>M.C. Uniformemente variado</b>	acelerado	aumenta	$> 0$ y cte	# 0 y cte
		retardado	disminuye	$< 0$ y cte	# 0 y cte
<b>Otros</b>		# cte.	# cte	# 0, #cte	

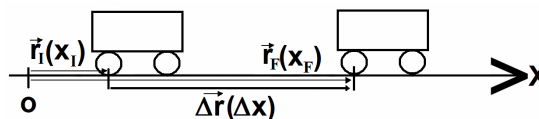
## 2.- El movimiento rectilíneo.

Un movimiento es rectilíneo cuando su trayectoria es una línea recta.

El vector  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_I$  tiene dirección constante, pero no necesariamente la misma que  $\vec{r}_F$  y  $\vec{r}_I$ . No obstante, para mayor sencillez, se va a tomar el origen de coordenadas sobre la trayectoria y, además, se hace que ésta coincida con uno de los ejes cartesianos.



Entonces las direcciones de  $\vec{r}_F$ ,  $\vec{r}_I$  y  $\Delta\vec{r}$  van a coincidir y, en consecuencia, también coincidirán las direcciones de los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{a}$  y se pueden manejar las correspondientes ecuaciones vectoriales como ecuaciones escalares.



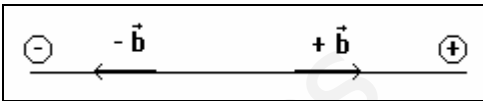
Dentro de los movimientos rectilíneos se van a estudiar dos:

### 2.1.- Ecuaciones del movimiento rectilíneo.

Tipo de movimiento	Cualquiera	Rectilíneo uniforme	Rectilíneo uniformemente variado
<b>Posición</b>	$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$	$x_F = x_I + v \Delta t$	$x_F = x_I + v \Delta t + 0'5 a \Delta t^2$
<b>Desplazamiento</b>	$\Delta\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_I$	$\Delta x = x_F - x_I = v \Delta t$	$\Delta x = x_F - x_I = v \Delta t + 0'5 a \Delta t^2$
<b>Velocidad</b>	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{cte}$	$v_F = v_I + a \Delta t$
<b>Aceleración</b>	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$	$a_n = 0, a_t = 0$ $a = 0$	$a_n = 0,$ $a = a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

## 2.2.- Criterios de signos.

Aunque no hay una dirección privilegiada, por convenio internacional se ha adoptado el siguiente criterio:

- **Posición:** se considera positiva si se encuentra a la derecha del origen y negativa si se encuentra a la izquierda. En movimientos verticales, será positiva si se encuentra por encima del origen y negativa cuando está por debajo del origen.
  - **Desplazamiento:** se considera positivo si un móvil se mueve hacia la derecha y negativo si se mueve hacia la izquierda. En los movimientos verticales consideramos positivo, hacia arriba y negativo, hacia abajo.
- 
- **Velocidad:** tiene siempre el mismo sentido que el desplazamiento, por tanto, se considera positiva si el móvil se mueve hacia la derecha y negativa si se mueve hacia la izquierda.
  - **Aceleración:** depende de dos cosas:
    - de que el módulo de la velocidad esté aumentando o disminuyendo
    - de que el cuerpo se desplace en sentido + o - .

El convenio que se ha tomado es:

- Si el módulo de la velocidad de un móvil aumenta (acelera), la aceleración (tangencial) tiene el mismo sentido y el mismo signo que la velocidad.
- Si el módulo de la velocidad de un móvil está disminuyendo (está frenando), entonces su aceleración (tangencial) tiene el sentido y el signo contrario al de la velocidad.

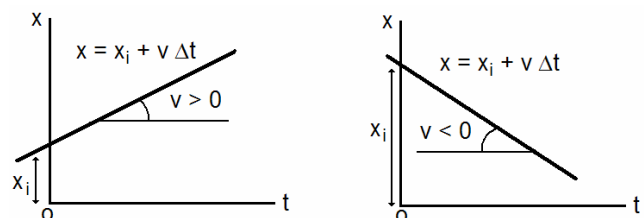
## 2.3.- Gráficas de los movimientos rectilíneos.

### 2.3.1.- Movimiento rectilíneo uniforme.

- **Gráfica posición-tiempo:**

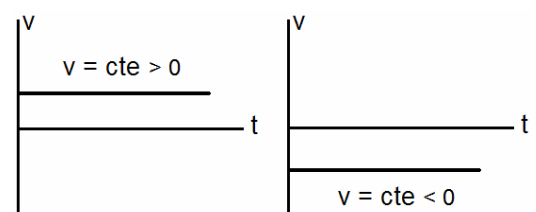
La ecuación del movimiento es:  $x = x_i + v \Delta t$

La gráfica posición-tiempo es una línea recta que corta al eje de ordenadas en  $x_i$ , y su pendiente se identifica con el módulo de la velocidad.



- **Gráfica velocidad-tiempo:**

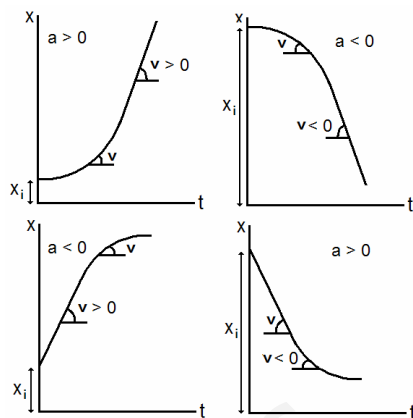
El módulo de la velocidad es constante, por lo que la gráfica velocidad-tiempo es una línea recta paralela al eje de abscisas.



### 2.3.2.- Movimiento rectilíneo uniformemente variado.

- **Gráfica posición-tiempo:** La ecuación del movimiento es:  $x = x_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$

La gráfica posición-tiempo es una parábola (con existencia para  $t > 0$ ), que corta al eje de ordenadas en  $x_i$ , y su pendiente se identifica con el módulo de la velocidad. Si el módulo de la velocidad aumenta con el tiempo, la aceleración tiene el mismo signo que la velocidad y si disminuye con el tiempo tiene signo contrario.

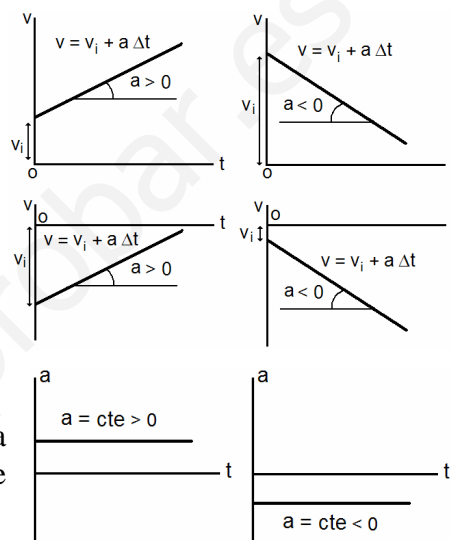


- **Gráfica velocidad-tiempo:** La ecuación es:  $v = v_i + a \Delta t$

El módulo de la velocidad varía con el tiempo.

La gráfica velocidad-tiempo es una recta (no horizontal) cuya pendiente dependerá del signo de la aceleración.

En un caso,  $a > 0$ , y la pendiente de la recta es positiva. En el otro caso,  $a < 0$ , y la pendiente de la recta es negativa. En ambos casos  $a = \text{cte}$  (distinta de cero).



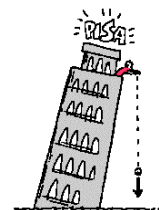
- **Gráfica aceleración-tiempo:** La ecuación:  $a = \text{cte}$ .

El módulo de la aceleración es constante, por lo que la gráfica aceleración-tiempo es una línea recta paralela al eje de abscisas.

### 2.4.- La caída libre.

Un cuerpo lleva un movimiento de caída libre cuando se deja caer (o es lanzado hacia arriba) verticalmente y solo actúa sobre él la fuerza de la gravedad. Se trata de un caso especial de M.R.U.V., por tanto las ecuaciones son las mismas con una diferencia: la aceleración en la caída libre es la **aceleración de la gravedad** que se representa con la letra **g** y es, en la Tierra, igual a  $9.8 \text{ m/s}^2$ .

- **Posición:**  $y_F = y_i + v_i \cdot \Delta t + 0.5 \cdot g \cdot \Delta t^2$
- **Desplazamiento:**  $\Delta y = y_F - y_i = v_i \cdot \Delta t + 0.5 \cdot g \cdot \Delta t^2$
- **Velocidad:**  $v_F = v_i + g \cdot \Delta t$
- **Aceleración:**  $g = \pm 9.8 \text{ m/s}^2$



Se considera **g positiva** (tiene el mismo sentido que la fuerza de gravedad) cuando el objeto cae y **negativa** (tiene sentido contrario a la fuerza de gravedad) cuando el objeto se lanza hacia arriba.

El valor de **g** es algo diferente según estemos al nivel del mar, o en lo alto de una montaña, o si nos encontramos cerca del Ecuador, o cerca de los polos. Pero como las variaciones son pequeñas, se considera válido tomar siempre el valor  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

Hay dos casos posibles de caída libre:

- **Sin rozamiento:** todos los cuerpos tardan el mismo tiempo en caer desde la misma altitud.
- **Con rozamiento:** el tiempo que tardan en caer diferentes cuerpos, desde la misma altitud, depende de la forma más o menos aerodinámica que tenga el cuerpo y no depende de la masa.

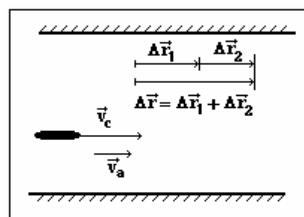
### 3.- Composición de movimientos rectilíneos.

Si un cuerpo se ve sometido simultáneamente a dos movimientos independientes, el resultado es un movimiento compuesto que es consecuencia de la combinación de los dos primeros.

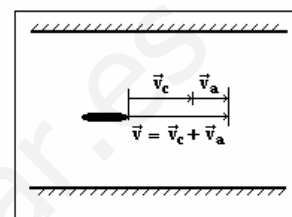
**Principio de independencia de los movimientos:** cuando un punto material se ve sometido por causas distintas a dos movimientos simultáneos, su cambio de posición es independiente de que se imagine que los movimientos tengan lugar sucesiva o simultáneamente.

- **Caso 1:** una canoa que navega, con velocidad  $\vec{v}_c$ , por un río a favor de la corriente que tiene velocidad  $\vec{v}_a$ , su desplazamiento respecto a la orilla puede calcularse:

a) Como si la canoa bajase por el río durante un tiempo  $t$ , estando el agua parada, y a continuación la canoa se parase y el agua la arrastrase durante el mismo tiempo.



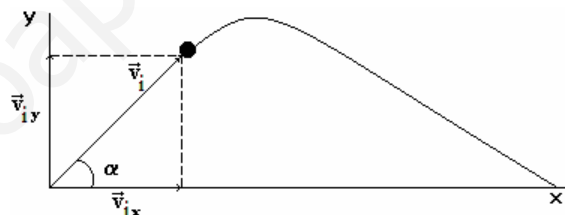
a)



b)

b) Como si los dos movimientos tuviesen lugar simultáneamente, bajando la canoa por el río durante el tiempo  $t$ , a una velocidad que es igual a la suma de la velocidad de la canoa y la velocidad del agua.

- **Caso 2: Tiro oblicuo o parabólico:** disparo de un proyectil con un cañón que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal y que sale de la boca de fuego con una velocidad (velocidad inicial)  $\vec{v}_i$ .



El proyectil describe un movimiento parabólico que puede considerarse como el resultado de la composición de dos movimientos:

- Un movimiento rectilíneo uniforme en dirección horizontal: ya que tras el impulso inicial, no existen fuerzas que actúen sobre el móvil en dirección horizontal, por lo que, en esa dirección no existe aceleración (no se tienen en cuenta las fuerzas de rozamiento del aire). Por tanto:

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{ix} = v_i \cos\alpha \vec{i} = \text{cte}$$

$$\Delta \vec{x} = v_i \cos\alpha t \vec{i}$$

- Un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en dirección vertical: ya que, en esa dirección, actúa la fuerza de la gravedad que va dirigida hacia abajo y produce una aceleración ( $-g$ ), por tanto:

$$\vec{v}_{iy} = v_i \text{sen}\alpha \vec{j}$$

$$\vec{v}_{Fy} = (v_i \text{sen}\alpha - gt) \vec{j}$$

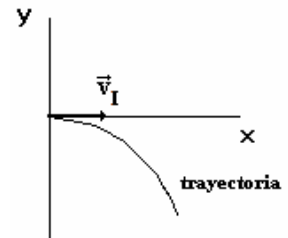
$$\Delta \vec{y} = (v_i \text{sen}\alpha t - 0'5 g t^2) \vec{j}$$

El desplazamiento global:  $\Delta \vec{r} = v_i \cos\alpha t \vec{i} + (v_i \text{sen}\alpha t - 0'5 g t^2) \vec{j}$

La velocidad global, en cada instante:  $\vec{v} = v_i \cos\alpha \vec{i} + (v_i \text{sen}\alpha - gt) \vec{j}$

- **Caso 3: Tiro horizontal:** se trata de un caso límite del tiro oblicuo, en el que el ángulo de lanzamiento con la horizontal es de  $0^\circ$ .

El movimiento del proyectil se puede considerar que es el resultado de la composición de dos movimientos:



- Un movimiento rectilíneo y uniforme en dirección horizontal: la velocidad inicial solo tiene componente x, por tanto:

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{ix} = v_i \vec{i} = \text{cte}$$

$$\Delta \vec{x} = v_i t \vec{i}$$

- Un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado en dirección vertical: en este caso, el móvil cae, desde el primer momento, bajo la acción de la fuerza de gravedad, partiendo del reposo, porque la velocidad inicial no tiene componente y, por tanto:

$$\vec{v}_{iy} = 0 \vec{j} \quad \vec{v}_{Fy} = -gt \vec{j}$$

$$\Delta \vec{y} = -0.5 g t^2 \vec{j}$$

El desplazamiento global:  $\Delta \vec{r} = v_i t \vec{i} - 0.5 g t^2 \vec{j}$

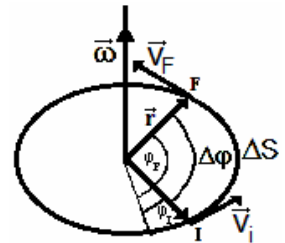
La velocidad global en cada instante vendrá dada por:  $\vec{v} = v_i \vec{i} - gt \vec{j}$

#### 4.- El movimiento circular.

**Movimiento circular** es aquel en el que la trayectoria descrita por el punto móvil es una circunferencia. En este caso se elige como origen de referencia el centro de la circunferencia

El **vector de posición**,  $\vec{r}$ : es un radiovector, con origen en el centro de la circunferencia, de módulo constante y que cambia de dirección en cada instante.

Para describir este tipo de movimiento se pueden utilizar las magnitudes: posición ( $\vec{r}$ ), desplazamiento ( $\Delta \vec{r}$ ), velocidad ( $\vec{v}$ ), aceleración ( $\vec{a}$ ), que reciben el nombre de **magnitudes lineales**.



Pero es más práctico utilizar unas nuevas magnitudes físicas basadas en el ángulo ( $\Delta\phi$ ) barrido por el vector que indica la posición del móvil en cada instante ( $\vec{r}$ ), llamadas **magnitudes angulares**.

##### 4.1.- Magnitudes angulares.

- **Ángulo** barrido por el radiovector ( $\Delta\phi$ ): es una magnitud adimensional y se expresa en **radianes**.
- La **velocidad angular**: es una magnitud vectorial que mide la rapidez de variación del ángulo barrido por el radiovector por unidad de tiempo. Es un vector axial, es decir, su dirección es perpendicular al plano que contiene a la trayectoria descrita, su sentido viene dado por el sentido de avance de un sacacorchos, que gire en el sentido en que gire el móvil. Unidad:  $s^{-1}$  o el **rad/s**.

- **Velocidad angular media**,  $\vec{\omega}_m$ , se utiliza cuando hay que calcular la velocidad en un intervalo. Su módulo:

$$\omega_m = \frac{\varphi_F - \varphi_I}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

- **Velocidad angular instantánea**,  $\vec{\omega}$ , es la velocidad angular que lleva el móvil en un punto o momento determinado. Su módulo:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

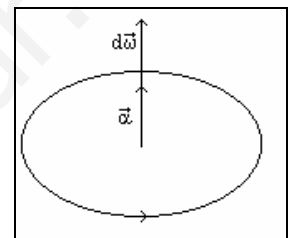
- La **aceleración angular**,  $\vec{\alpha}$ , es una magnitud vectorial que mide la rapidez de variación de la velocidad angular con el tiempo. También es un vector axial cuyo sentido es el de la velocidad angular,  $\vec{\omega}$ . Unidad: **rad/s<sup>2</sup>** o bien **s<sup>-2</sup>**.

- **Aceleración angular media**,  $\vec{\alpha}_m$ , se utiliza cuando hay que calcular la aceleración angular en un intervalo. Su módulo:

$$\alpha_m = \frac{\omega_F - \omega_I}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

- **Aceleración angular instantánea**,  $\vec{\alpha}$ , es el valor de la aceleración angular en una posición o instante determinado. Su módulo:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$



#### 4.2.- Tipos de movimientos circulares.

Dentro de los movimientos con trayectoria circular se van a estudiar dos:

- **Movimiento circular uniforme (M.C.U.):** el módulo de su velocidad angular es constante y, por tanto, su aceleración angular es cero.
- **Movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.):** el módulo de la velocidad angular no es constante.

#### Ecuaciones del movimiento circular:

Movimiento	M.C.U.	M.C.U.V.	Relación
Ángulo	$\varphi_F = \varphi_I + \omega \Delta t$	$\varphi_F = \varphi_I + \omega_I \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$	
Desplazamiento angular	$\Delta \varphi = \varphi_F - \varphi_I = \omega \Delta t$	$\Delta \varphi = \varphi_F - \varphi_I = \omega_I \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$	$\Delta S = \Delta \varphi \cdot r$
Velocidad angular	$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \text{cte}$	$\omega_F = \omega_I + \alpha \Delta t$	$v = \omega \cdot r$
Aceleración angular	$\alpha = 0$	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \text{cte}$	
Componentes intrínsecas	$a_t = 0$ $a_n = \omega^2 \cdot R$	$a_t = \alpha \cdot r$ $a_n = \omega^2 \cdot r$	$a_t = \alpha \cdot r$ $a_n = \omega^2 \cdot r$
	<b>Periodo:</b> $T = \frac{2\pi}{\omega}$ <b>Frecuencia:</b> $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$		