Actividades

1> Señala las afirmaciones correctas. El movimiento de un coche que se desplaza por una carretera es respecto de una gasolinera:

***a)* Rotación**

***b)* Traslación**

***c)* Absoluto**

***d)* Relativo**

Solución:

Son correctas las afirmaciones *b)* y *c).*

2> Indica si el coche de la actividad anterior, respecto de un camión al que pretende adelantar, tiene movimiento absoluto o relativo.

Solución:

Es relativo; porque el camión está en movimiento respecto del automóvil.

3> Indica si es falso o verdadero:

***a)* Se puede estudiar el movimiento prescindiendo del sistema de referencia.**

***b)* El movimiento es un cambio de lugar.**

***c)* Un punto solamente puede tener movimiento de traslación.**

***d)* La Tierra se puede considerar un punto material cuando se mueve alrededor del Sol.**

Solución:

a) Falso, porque el sistema de referencia es necesario para estudiar el movimiento.

b) Falso, porque el movimiento consiste en un cambio de posición.

c) Verdadero.

d) Verdadero, porque sus dimensiones son despreciables comparadas con la distancia al Sol.

4> Si una barca de remos se encuentra en mitad de un lago:

***a)* Tiene movimiento relativo respecto del agua y de la orilla.**

***b)* Tiene movimiento absoluto respecto de la orilla y relativo respecto del agua.**

***c)* La barca solamente tiene movimiento absoluto.**

Solución:

Es correcta la afirmación *b).*

5> Para determinar la posición de un barco en el océano, ¿cuántas coordenadas necesitas? ¿Qué nombre reciben?

Solución:

Se necesitan dos coordenadas: longitud y latitud.

6> Un coche parte desde un semáforo y se mueve por una calle recta. ¿Cuántas coordenadas necesitas para determinar la posición del automóvil respecto al semáforo?

Solución:

La trayectoria que sigue el coche es una recta. Por tanto, basta una coordenada.

7> La posición en cualquier instante de una partícula que se mueve en el plano *Oxy* viene dada por el vector $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} - t^2\vec{j}$. Se supone que inicia el movimiento cuando empezamos a contar el tiempo. Calcula:

***a)* En qué punto inicia la partícula el movimiento.**

***b)* Dónde se encuentra cuando ha transcurrido 1 s.**

***c)* La posición de la partícula cuando *t* = 2s, *t* = 4s**

***d)* A qué distancia del punto de partida se encuentra la partícula cuando han transcurrido 4 s. Dibuja, además, la trayectoria de la partícula.**

Solución:

a) Si se inicia el movimiento cuando *t* = 0, el punto de partida es el origen de coordenadas.

b) Tomando la ecuación que define el vector de posición y sustituyendo *t* = 1s, obtenemos $\vec{r}(1) = 2\vec{i} - \vec{j}$, es decir, la partícula se encuentra en el punto $P_1(2,-1)$

c) Tomando la ecuación que define el vector de posición y sustituyendo *t* = 2s, obtenemos $\vec{r}(2) = 4\vec{i} - 4\vec{j}$, es decir, la partícula se encuentra en el punto $P_2(4,-4)$. En el instante *t* = 4s, $\vec{r}(4) = 8\vec{i} - 16\vec{j}$, es decir, $P_4(8,-16)$

d) La distancia se calcula como $d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{64 + 256} = 17{,}9\text{m}$

8> Las coordenadas del extremo del vector de posición de una partícula móvil son P(2, –1, 0). Si en un instante dado se suponen las siguientes afirmaciones, ¿cuáles de ellas son falsas?

***a)* La partícula se encuentra en el plano *Oxy*.**

***b)* La partícula se encuentra en el plano *Oyz*.**

***c)* El vector de posición es $\vec{r} = 2\vec{i} - \vec{j}$**

***d)* Con los datos que se dan no se puede escribir el vector de posición.**

Solución:

Son falsas *b)* y *d)*.

9> El vector de posición de un punto móvil es $\vec{r}(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + \vec{k}$

El punto móvil se encuentra inicialmente en:

***a)* (0,0,0)**

***b)* (0,1,1)**

***c)* (0,0,1)**

¿Cuál es la posición correcta?

El punto se mueve:

a)* En el plano *Oxy.

b)* En un plano paralelo al plano *Oxy.

***c)* En ningún plano.**

Solución:

Es correcta la afirmación *c)*, pues se mueve en un plano paralelo al plano *Oxy*.

10> Carlos sale de su casa a comprar el periódico en una papelería situada a 120 m de la vivienda y luego regresa a su casa. ¿Qué afirmaciones son correctas?

***a)* Carlos se ha desplazado 120 m.**

***b)* Carlos se ha desplazado 240 m.**

***c)* Carlos no se ha desplazado.**

d) **Carlos ha recorrido 240 m.**

Solución:

Es correcta la afirmación *c)* porque, al final del recorrido, la posición es la misma que al principio y la *d)* porque efectivamente el espacio recorrido es 240 m.

11> Un ciclista se desplaza en línea recta 750 m. Si su posición final está a 1 250 m del punto de referencia, el ciclista inició su recorrido desde una posición situada a:

a) **750 m del punto de referencia.**

b) **1 250 m del punto de referencia.**

c) **500 m del punto de referencia.**

d) **No se puede hallar la posición de partida.**

Solución:

De la definición de desplazamiento se obtiene que:

$x_0 = x_t -$ desplazamiento = 1 250 m – 750 m = 500 m.

Estrictamente, y como no nos dan el signo del desplazamiento, también podría haber partido a 2 000 m del punto de referencia:

$x_0 = x_t -$ desplazamiento = 1 250 m – (–750 m) = 2 000 m

12> Tres partículas, A, B, y C se desplazan desde la posición P_1 a la posición P_2 siguiendo las trayectorias que se indican en la Figura 6.16.

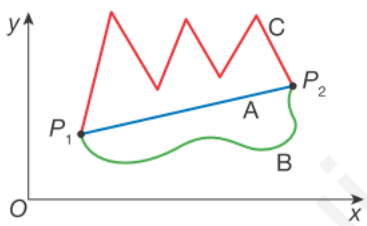


Fig. 6.16.

Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) **Las tres tienen el mismo desplazamiento.**

b) **Las tres se han movido con la misma rapidez si han empleado el mismo tiempo.**

c) **Las tres tienen la misma velocidad si han empleado el mismo tiempo.**

Solución:

Es correcta la afirmación *a)* porque las tres partículas tienen el mismo punto de partida y el mismo punto de llegada; es decir, tienen el mismo desplazamiento. Es correcta también la afirmación *c),* si tenemos en cuenta que la velocidad media es el cociente entre el desplazamiento producido y el tiempo empleado. Sin embargo, si tomamos la velocidad como el espacio recorrido en la unidad de tiempo, la partícula C se ha movido con mayor velocidad.

13> Una vez iniciado el movimiento, ¿el espacio recorrido puede ser cero? ¿Puede ser cero el desplazamiento? Cita un ejemplo en que el espacio recorrido y el desplazamiento tengan el mismo valor.

Solución:

Una vez iniciado el movimiento, el espacio recorrido no puede ser cero:

$e = v_m\, t \neq 0$, puesto que $v_m \neq 0$; $t \neq 0$

El desplazamiento puede ser cero. Esto ocurre cuando la posición inicial coincide con la posición final.

Cuando un objeto cae libremente desde una cierta altura, el espacio recorrido coincide con el desplazamiento.

14> Un ciclista recorre una pista circular de 20 m de radio partiendo del punto O en el sentido que indica la flecha de la Fig. 6.17.

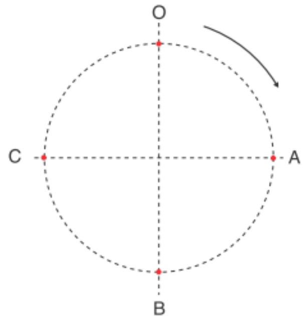
Calcula el espacio recorrido y el desplazamiento:

***a)* Cuando el ciclista está en el punto A.**

***b)* Cuando se halla en el punto B.**

***c)* Cuando se encuentra en C.**

***d)* Cuando ha dado una vuelta completa.**



Solución:

a) Espacio recorrido: $\frac{2\pi R}{4} = \frac{6{,}28 \cdot 20}{4} = 31\text{m}$

Desplazamiento: $\left|\overrightarrow{OA}\right| = R\sqrt{2} = 20 \cdot \sqrt{2}\,\text{m} = 28\text{m}$

b) Espacio recorrido: π R = 63 m

Desplazamiento: $\left|\overrightarrow{OB}\right| = 2R = 40\text{m}$

c) Espacio recorrido: $\frac{3}{4} \cdot 2\pi R = 94\,\text{m}$

Desplazamiento: $\left|\overrightarrow{OC}\right| = 28\,\text{m}$

d) Espacio recorrido: 2 π R = 126 m

Desplazamiento: $\left|\overrightarrow{OO}\right| = 0\,\text{m}$

15> La rapidez de un móvil se mide en m/s en el SI, y en la práctica, en km/h. Expresa en m/s la rapidez con la que se mueve un coche que va a 144 km/h.

Solución:

144 km/h · 1 000 m/km · 1/3 600 h/s = 40 m/s

16> Responde a las siguientes cuestiones.

***a)* Un automóvil toma una curva de 100 m de radio con velocidad constante de 56 km/h.**

***b)* Después de recorrer 30 m de curva, el coche frena, pasando a una velocidad de 10 m/s.**

***c)* Por último, al salir de la curva acelera hasta alcanzar 100 km/h de velocidad.**

¿En qué tramos *a), b)* o *c)* existe aceleración? ¿Por qué?

Solución:

Existe aceleración en los tramos *a)* porque la velocidad cambia de dirección; *b)* porque la velocidad varía en dirección y sentido; *c)* la velocidad varía en módulo.

17> En el movimiento de un péndulo, ¿qué elementos de la velocidad se modifican?

Solución:

El módulo, la dirección y el sentido.

18> Un automóvil toma una curva de forma que al principio de ella el velocímetro marca 90 km/h y al final 30 km/h.

***a)* ¿Tiene aceleración tangencial el coche? ¿Por qué?**

***b)* ¿Tiene aceleración normal? ¿Por qué?**

***c)* ¿Qué tipo de aceleración hubiera tenido el coche si se hubiera desplazado a 30 km/h en toda la curva?**

***d)* ¿Cuánto vale la aceleración media?**

Solución:

a) $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{8\,\text{m/s}}{t} \neq 0$, sí tiene aceleración tangencial.

b) También, por ser $a_n = \frac{v^2}{R} \neq 0$

c) Sólo normal, al no haber variación de velocidad.

d) No se puede hallar, puesto que nos falta el dato del tiempo.

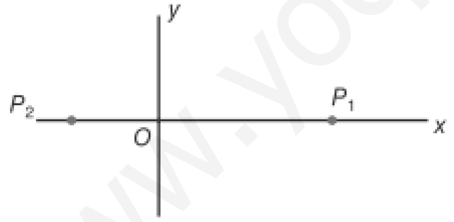
19> Escribe el signo correspondiente a la posición y a la velocidad en los siguientes casos:

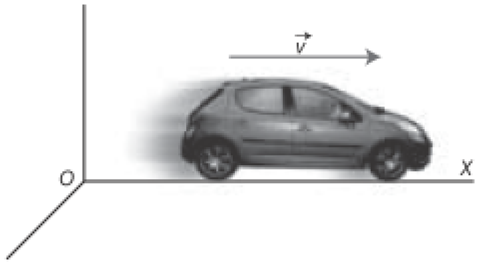
***a)* La partícula de la Figura 6.29 se encuentra en el punto P_1, a 20 m del punto O que se toma como referencia.**

***b)* La partícula se halla en P_2, a 10 m del punto O.**

***c)* El coche de la Figura 6.25 se aleja del punto O con una rapidez de 20 m/s.**

***d)* Dicho coche se acerca hacia el origen a 2 m/s.**





Solución:

a) Signo (+), porque se encuentra en el semieje positivo de OX. La posición sería x = 20 m.

b) Signo (–); porque la partícula se encuentra en el semieje negativo OX. La posición sería, pues, x = –10 m.

c) Signo positivo, porque el móvil se desplaza en el sentido del semieje positivo OX (hacia la derecha); v = 20 m/s.

d) Signo negativo, porque se desplaza en el sentido del semieje negativo OX (hacia la izquierda); v = –2 m/s.

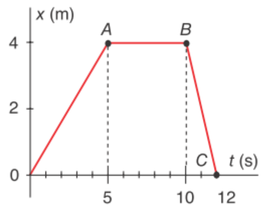
20> Fíjate en la figura e indica qué afirmaciones son falsas:

***a)* En el tramo OA la velocidad ha sido 0,8 m/s.**

***b)* En el tramo AB la velocidad es 4/5 m/s.**

***c)* En el tramo BC la velocidad es –2 m/s.**

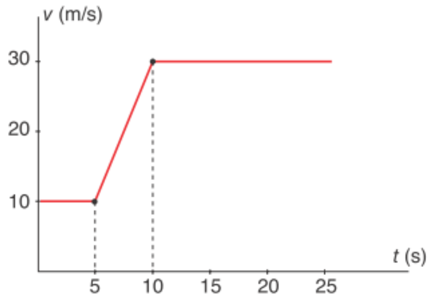
d) **En el tramo AB el móvil está parado.**



Solución:

Es falsa la afirmación *b)*, porque en el tramo AB el móvil está parado: la posición no varía con el tiempo.

21> Un cuerpo que se mueve en línea recta posee una velocidad que varía con el tiempo, según el diagrama de la Figura 6.39. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:



a) **Durante todo el recorrido ha tenido un MRUA.**

b) **La aceleración media es 4 m/s^2.**

c) **La velocidad máxima es 72 km/h.**

d) **La distancia recorrida en los diez primeros segundos es de 100 m.**

e) **En el intervalo de 0 s a 5 s el cuerpo está parado.**

f) **En el intervalo de 10 s a 15 s el cuerpo se mueve sin aceleración.**

Solución:

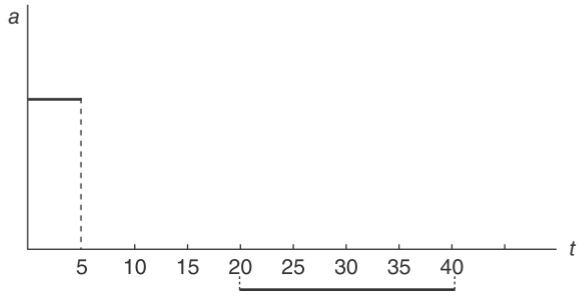
Son correctas las afirmaciones: *b)* Porque la aceleración media ha sido:

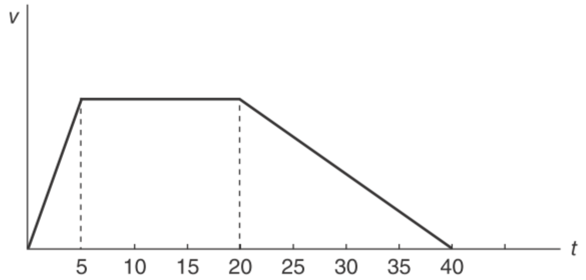
$$a = \frac{v_2 - v_1}{10\,\text{s} - 5\,\text{s}} = \frac{30\,\text{m/s} - 10\,\text{m/s}}{5\,\text{s}} = 4\ \text{m/s}^2$$

f) Porque en el intervalo de 10 s a 15 s la velocidad es constante.

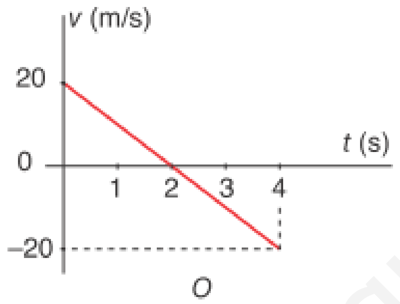
22> Un vehículo se mueve sobre una pista rectilínea durante 5s con aceleración constante. Sigue con velocidad constante durante 15 s y luego frena de manera constante hasta parar, lo que consigue en 20 s. Dibuja los diagramas *a-t* y *v-t* de este movimiento.

Solución:





23> En la Figura 6.41 está representado el diagrama *v-t* del movimiento de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo.



Tomando para la gravedad el valor –10 m/s^2, indica en tu cuaderno qué afirmaciones son falsas:

***a)* La aceleración cambia de sentido a los 2 s.**

***b)* La velocidad cambia de sentido a los 2 s.**

***c)* La altura máxima se alcanza a los 2 s.**

***d)* El objeto se encuentra a 10 m del suelo a los 3 s.**

***e)* La máxima altura alcanzada fue de 20 m.**

***f)* A los 4 s llega al suelo.**

Solución:

Son falsas las afirmaciones:

a) Porque la aceleración de la gravedad no cambia de sentido: es siempre negativa.

d) Porque a los 3 s se encuentra a 15 m del suelo:

$y = v_0 t + 1/2\ g t^2 = 20\ \text{m/s} \cdot 3\ \text{s} - 5\ \text{m/s}^2 \cdot 9\text{s}^2 = 15\ \text{m}$

24> Calcula la aceleración centrípeta de un objeto que se mueve sobre una circunferencia de 10 m de radio a 90 km/h.

Solución:

La aceleración centrípeta viene dada por:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(25\,\text{m/s}^2)}{10\,\text{m}} = 62{,}5\,\text{m/s}^2$$

25> Una piedra se ata a una cuerda de 1 m de longitud y se la hace girar describiendo circunferencias con una frecuencia exacta de cinco vueltas por segundo. Calcula:

***a)* La velocidad angular en rpm.**

***b)* La rapidez, en km/h, con que gira la piedra.**

***c)* La aceleración centrípeta a que está sometido el cuerpo.**

Solución:

a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 10\pi = 31{,}42\,\text{rad/s} = 300\,\text{rpm}$

b) La rapidez con que gira será:

$v = \omega\, R$ = 31 rad/s · 1 m/rad = 31 m/s = 112 km/h

c) $a = \frac{v^2}{R} = \frac{(31\,\text{m/s}^2)}{1\,\text{m}} = 961\,\text{m/s}^2$

26> Calcula la velocidad de la barca del Ejemplo 15 en el caso de que el barquero:

***a)* Reme a favor de la corriente.**

***b)* Reme contra la corriente.**

Solución:

a) Las velocidades tienen la misma dirección y sentido. Por tanto, la velocidad resultante será:

$v = v_1 + v_2$ = 2 m/s + 1 m/s = 3 m/s

b) Si rema contracorriente, las velocidades tienen la misma dirección pero sentido contrario, y la velocidad resultante es:

$v = v_1 - v_2$ = 2 m/s – 1 m/s = 1 m/s

27> Representa gráficamente en tu cuaderno la trayectoria del movimiento definido por:

$x = 2 + t^2$

$y = -1 + 2t$

Solución:

t	0	1	2
x	2	3	6
y	−1	1	3

28> ¿Cuáles de los siguientes objetos tendrán una trayectoria parabólica aproximada?

***a)* Una pelota lanzada en una dirección arbitraria.**

***b)* Un avión a reacción.**

***c)* Un paquete que se suelta desde el avión anterior.**

***d)* Un cohete que sale de la plataforma de lanzamiento.**

***e)* La lámpara que se desprende del techo de un vagón del AVE cuando este se mueve a 200 km/h.**

Solución:

Los objetos *a)*, *c)* y *e)* tienen trayectoria parabólica.

29> Desde lo alto de una torre de 50 m se deja caer un objeto. En el mismo instante se dispara contra él una bala a 200 m/s desde un punto del suelo situado a 100 m de la base de la torre. ¿Hará blanco la bala? En caso afirmativo, ¿en qué punto?

Solución:

$$g_{0b} = (0; -9{,}8)$$
$$v_{0b} = (0; -9{,}8t)$$
$$r_{0b} = \left(0;\ 50 - 4{,}9t^2\right)$$
$$g_{0a} = (0; -9{,}8)$$
$$v_{0a} = (-200\cos\alpha;\ 200\operatorname{sen}\alpha - 9{,}8t)$$
$$r_{0a} = \left(100 - 200t\cos\alpha;\ 200t\operatorname{sen}\alpha - 4{,}9t^2\right)$$

Ciencia, tecnología y sociedad

1> Cuando un coche frena bruscamente, ¿qué tipo de movimiento experimenta?

Solución:

El coche derrapa, tiende a cruzarse girando sobre sí mismo.

2> ¿Crees que una vez que el conductor acciona el freno, el vehículo se detiene inmediatamente? ¿Crees que la distancia de frenado depende de la velocidad a la que va el vehículo? ¿De qué otros factores piensas que depende?

Solución:

No, recorre una cierta distancia antes de detenerse, dependiendo de la velocidad que llevaba, del tiempo de reflejo del conducto y del estado de la carretera.

Experiencia de laboratorio

1> ¿La distancia recorrida es la misma en los dos itinerarios? ¿Por qué?

Solución:

No, porque depende de la trayectoria o itinerario que se ha seguido.

2> ¿Qué representa en esta experiencia la distancia entre las dos iglesias? ¿Esta distancia depende del itinerario seguido? ¿Por qué?

Solución:

Representa el desplazamiento. No depende del itinerario seguido, depende exclusivamente de la posición de partida y de la posición de llegada.

3> ¿Cuántas distancias recorridas puede haber? ¿Cuántos desplazamientos?

Solución:

Tantas como itinerarios seguidos. Un solo desplazamiento.

4> Compara los valores del desplazamiento utilizando primero la escala y luego la suma de vectores.

Solución:

El alumno ha de realizar las dos mediciones y comparar resultados.

5> Observa la Figura 6.60: ¿el desplazamiento $\vec{P_1P_2}$ coincide con la suma de las distancias *a*, *b*, *c* , *d*? ¿Coincide con la suma de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$?

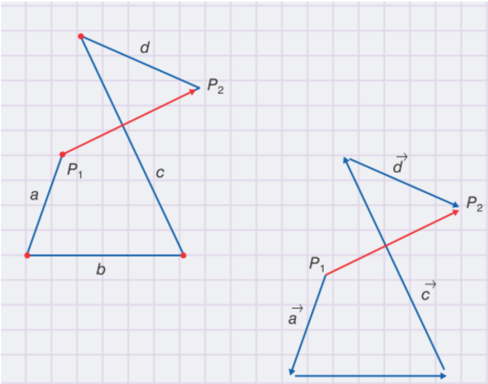


Fig. 6.60.

Solución:

No. Es inferior, *D* < *a* + *b* + *c* + *d*, en cambio sí se cumple $\vec{P_1P_2} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

Problemas propuestos

1> Indica qué afirmaciones son verdaderas. La velocidad media de una partícula en un intervalo de tiempo es:

***a)* El cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo.**

***b)* El cociente entre el espacio recorrido y el intervalo de tiempo.**

***c)* Es igual cualquiera que sea la trayectoria.**

***d)* Depende de la trayectoria.**

Solución:

Son correctas las respuestas *a)* y *c)*, como se deduce de la propia definición de velocidad media.

2> Un automóvil toma una curva de 100 m de radio con una rapidez constante de 36 km/h. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

***a)* El coche no tiene aceleración porque su velocidad es constante.**

***b)* El coche tiene aceleración tangencial.**

***c)* La aceleración del coche vale 1,0 m/s^2.**

Solución:

Las soluciones *b)* y *c)* son verdaderas, porque cuando un móvil toma una curva, su vector velocidad cambia de dirección y por esto aparece la aceleración centrípeta, cuyo valor es:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(10\ \text{m/s})^2}{100\ \text{m}} = 1\ \text{m/s}^2$$

3> En un campeonato de esquí alpino un esquiador realiza el descenso haciendo muchas «eses», mientras que otro lo realiza en línea recta. Señala las afirmaciones falsas:

***a)* Los dos han realizado el mismo desplazamiento.**

***b)* Los dos han recorrido la misma distancia.**

***c)* Los dos han seguido la misma trayectoria.**

d) **Bajaron con la misma velocidad media si tardaron el mismo tiempo.**

Solución:

Las afirmaciones *b)* y *c)* son falsas, porque es evidente que los dos no corren la misma distancia ni han seguido la misma trayectoria.

4> Un automóvil toma una curva disminuyendo el módulo de su velocidad. Indica qué afirmaciones son verdaderas:

a) **Solamente existe aceleración tangencial.**

b) **Solamente existe aceleración normal.**

c) **Existen las dos aceleraciones anteriores.**

d) **La aceleración normal es constante.**

Solución:

Cuando un móvil toma una curva disminuyendo la rapidez, aparecen la aceleración tangencial, debida a la variación del módulo, y la aceleración centrípeta, debida a la variación de la dirección.

5> De las siguientes afirmaciones, indica cuáles son falsas:

a) **Si la velocidad de un cuerpo es nula, la aceleración también lo es.**

b) **Si la aceleración de un cuerpo es nula, la velocidad también lo es.**

c) **La velocidad y la aceleración son vectores que tienen siempre la misma dirección, aunque su sentido puede ser diferente.**

Solución:

Se pueden citar ejemplos que demuestran que las tres afirmaciones son falsas.

a) Cuando se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, su velocidad es cero cuando alcanza el punto más alto. Sin embargo, está sometido a la aceleración de la gravedad. Cuando un péndulo se encuentra en los extremos de la oscilación no tiene velocidad; en cambio, su aceleración es máxima.

b) En el movimiento rectilíneo y uniforme la aceleración es cero; en cambio, la velocidad no lo es.

c) Los vectores velocidad y aceleración tienen distinta dirección en los movimientos curvilíneos.

6> Un avión se ha desplazado 600 km hacia el norte, 1 000 km hacia el sur y 500 km hacia el norte.

a) **¿Cuál ha sido el desplazamiento total del avión?**

b) **¿Qué distancia ha recorrido?**

c) **¿Cuál ha sido su velocidad media si ha empleado 5 h en el recorrido?**

Solución:

El desplazamiento es una magnitud vectorial. Los tres desplazamientos han sido en la misma dirección, pero en sentido contrario.

El desplazamiento total será:

600 km – 1 000 km + 500 km = 100 km hacia el norte.

La distancia es una magnitud escalar. Por tanto, se suman los recorridos anteriores:

600 km + 1000 km + 500 km = 2 100 km

La velocidad con que se ha desplazado es:

100 km/5 h = 20 km/h

7> Una persona está sentada en un banco del parque público. En un momento dado decide dar un pequeño paseo: recorre 100 m hacia el oeste, se para y luego recorre 60 m hacia el este.

a) **¿Cuál es la posición final de la persona respecto del banco?**

***b)* ¿Cuál es el desplazamiento?**

***c)* ¿Qué espacio ha recorrido?**

Solución:

a) 100 m – 60 m = 40 m al oeste del punto de partida.

b) 40 m hacia el oeste.

c) 160 m.

8> Un ciclista acelera durante 10 s pasando de 5,0 m/s a 36 km/h. Calcula su aceleración media.

Solución:

Aplicamos la definición operativa de aceleración media:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{10\ \text{m/s} - 5\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

9> Una pelota de tenis llega a un jugador con una rapidez de 20 m/s. Este jugador golpea la pelota de manera que esta sale en la misma dirección, pero en sentido contrario, a 35 m/s. Si la pelota ha estado en contacto con la raqueta durante 0,20 s, calcula:

***a)* ¿Cuánto ha variado la rapidez de la pelota?**

***b)* ¿Cuánto vale el módulo de la aceleración media?**

Solución:

a) $\left|\vec{v}_2\right| - \left|\vec{v}_1\right| = 35\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s} = 15\ \text{m/s}$

b) $\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{t} = \dfrac{-35\ \text{m/s} - (+20\ \text{m/s})}{0{,}2\ \text{s}} = \dfrac{-55\ \text{m/s}}{0{,}2\ \text{s}} = -275\ \text{m/s}^2$

$\left|\vec{a}\right| = 275\ \text{m/s}^2$

10> Un automóvil que se mueve en línea recta acelera en un momento dado a razón de 2 m/s². ¿Durante cuánto tiempo debe estar acelerando para que el velocímetro pase de 90 km/h a 120 km/h?

Solución:

Incremento de velocidad: 30 km/h = 8,3 m/s

Tiempo empleado: $t = \dfrac{8{,}3\ \text{m/s}}{2{,}0\ \text{m/s}^2} = 4{,}2\ \text{s}$

11> Un automóvil, al pasar por un punto A, tiene una velocidad de 128 km/h, y cuando pasa por otro punto B, distante 120 m del anterior, la velocidad es de 35 km/h.

Calcula:

***a)* El valor de la aceleración.**

***b)* Cuánto tiempo tarda en pasar de A hasta B.**

***c)* A qué distancia de A se detendrá el automóvil.**

Solución:

Tomamos el punto *A* como referencia. Conocemos los siguientes datos:

— Velocidad inicial $v_0 = v_A = 128$ km/h = 35,6 m/s

— Velocidad final $v_t = v_B = 35$ km/h = 9,7 m/s

— Desplazamiento $x = x_t - x_0 = x_B - x_A = 120$ m

a) La aceleración la obtenemos de: $v_t^2 - v_0^2 = 2ax$

$$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,x} = \frac{(9{,}7\ \text{m/s})^2 - (35{,}6\ \text{m/s})^2}{240\ \text{m}} = -4{,}9\ \text{m/s}^2$$

b) Tiempo empleado $t = \dfrac{v_t - v_0}{a} = \dfrac{9{,}7\ \text{m/s} - 35{,}6\ \text{m/s}}{-4{,}9\ \text{m/s}^2} = 5{,}3\ \text{s}$

c) Se detiene en un punto *C*, cuando se cumple:
$v_t = v_C = 0$
De la ecuación $v_t^2 - v_0^2 = 2a(x_C - x_A)$ despejamos la distancia entre los puntos *A* y *C*.

$$x_C - x_A = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{0 - (35{,}6\ \text{m/s})^2}{-9{,}8\ \text{m/s}^2} = 129\ \text{m}$$

12> Un avión que parte del reposo acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de despegue de 75 m/s en 5,0 s.

***a)* ¿Con qué velocidad en km/h despega el avión?**

***b)* ¿Cuál es su aceleración?**

***c)* ¿Qué longitud de pista ha recorrido hasta despegar?**

***d)* ¿Qué distancia recorre en el último segundo?**

Solución:

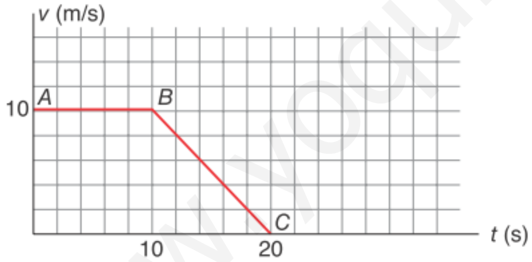
a) $75\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\,600\ \dfrac{\text{s}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1}{1\,000} \cdot \dfrac{\text{km}}{\text{m}} = 270\ \text{km/h}$

b) $a = \dfrac{v_t - v_0}{t} = \dfrac{75\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{5{,}0\ \text{s}} = 15\ \text{m/s}^2$

c) $x = v_0\,t + 1/2\,a\,t^2 = 0{,}5 \cdot 15\ \text{m/s}^2 \cdot (5{,}0\ \text{s})^2 = 188\ \text{m}$

d) $x_{4-5} = 188\ \text{m} - 0{,}5 \cdot 15\ \text{m/s}^2 \cdot (4{,}0\ \text{s})^2 = 68\ \text{m}$

13> Teniendo en cuenta el diagrama de la figura, indica qué afirmaciones son correctas:



***a)* En el tramo AB el móvil está parado.**

***b)* En el tramo BC la aceleración es 1 m/s².**

***c)* La distancia recorrida en el tramo BC es de 50 m.**

***d)* En el tramo BC el movimiento es uniforme.**

Solución:

La afirmación correcta es la *c)*.

En el tramo *BC* el movimiento se realiza con aceleración

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{0 - 10\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = -1\ \text{m/s}^2$$

Por lo tanto, la distancia recorrida será:

$x = v_0\,t + 1/2\,a\,t^2$

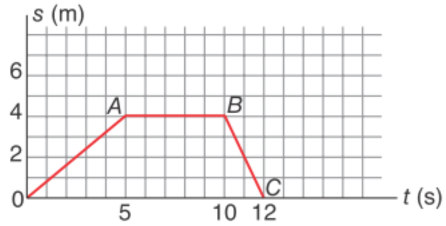
$x = 10\ \text{m/s} \cdot 10\ \text{s} - 0{,}5 \cdot 1\ \text{m/s}^2 \cdot (10\ \text{s})^2 = 50\ \text{m}$

Las demás afirmaciones son falsas, porque:

— En el tramo *AB* el móvil se desplaza con velocidad constante de 10 m/s. Por lo tanto, no está parado.

— En el tramo *BC* la aceleración no es 1 m/s^2, sino –1 m/s^2. Por tanto, el movimiento no es uniforme.

14> Dado el diagrama de la Figura, indica qué afirmaciones son falsas:



a) **En el tramo OA la velocidad ha sido 0,8 m/s.**

b) **En el tramo AB la velocidad es 0,8 m/s.**

c) **En el tramo BC la velocidad es –2 m/s.**

d) **En el tramo AB el móvil está parado.**

Solución:

Es falsa la afirmación *b)*, porque en el tramo *AB* la posición permanece constante. Por tanto, la velocidad es cero.

Las demás afirmaciones son verdaderas:

— En el tramo *OA* la velocidad media es 4 m/5 s = 0,8 m/s

— En el tramo *BC* la velocidad es $\dfrac{0-4\ \text{m}}{2\ \text{s}} = -2$ m/s

— En el tramo *AB* el móvil está parado.

15> Un vehículo viaja por una calle a 50 km/h. De repente un niño atraviesa corriendo la calzada. Si el conductor tarda 0,80 s en reaccionar y oprimir los frenos:

a) **¿Cuántos metros recorrerá antes de empezar a frenar?**

b) **Una vez que pisa los frenos, ¿podrá parar en 0,50 m, supuesta una aceleración de frenado de –20 m/s^2?**

Solución:

a) Durante los 0,8 s el coche se mueve con la velocidad que tenía, y recorrerá una distancia:

$x = v\,t$ = 13,9 m/s · 0,8 s = 11 m

b) El espacio de frenado se obtiene de la ecuación:

$$2\,a\,x = v_f^2 - v_0^2 \Leftrightarrow x = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{0^2 - \left(50\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1\,000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \dfrac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-20\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 4{,}8$$

16> Un conductor que viaja de noche en un automóvil a 100 km/h ve de repente las luces de señalización de una valla que se encuentra a 40 m en medio de la calzada. Tarda 0,75 s en pisar el pedal de los frenos y la deceleración máxima del automóvil es de 10 m/s^2. Calcula:

a) **¿Chocará con la valla? Si es así, ¿a qué velocidad?**

b) **¿Cuál será la velocidad máxima a la que puede viajar el automóvil sin que colisione con la valla?**

Solución:

a) Distancia recorrida antes de frenar:

$x = v\,t = 27{,}8\text{ m/s} \cdot 0{,}75\text{ s} = 20{,}8\text{ m}$

Cuando empieza a frenar, la valla se encuentra a una distancia de 40 m – 20,8 m = 19,2 m.

Velocidad del coche después de recorrer esa distancia:

$v^2 = (27{,}8\text{ m/s})^2 - 2 \cdot (10\text{ m/s}^2) \cdot 19{,}2\text{ m} = 388{,}84\text{ m}^2/\text{s}^2$

$v = 19{,}7\text{ m/s} = 70\text{ km/h}$

b) Para parar sin colisionar con la valla, el vehículo debe tener la velocidad:

$$v_0 \cdot 0{,}75\text{ s} + \frac{v_0^2}{2 \cdot 10} = 40\text{ m}$$

$v_0^2 + 15\,v_0 = 21{,}76\text{ m/s} \,\square\, 78\text{ km/h}$

17> Un camión y un automóvil inician el movimiento en el mismo instante, en la misma dirección y sentido desde dos semáforos contiguos de la misma calle. El camión tiene una aceleración constante de 1,2 m/s^2, mientras que el automóvil acelera con 2,4 m/s^2. El automóvil alcanza al camión después de que este ha recorrido 50 m. Calcula:

***a)* ¿Cuánto tiempo tarda el automóvil en alcanzar al camión?**

***b)* ¿Qué distancia separa los dos semáforos?**

***c)* ¿Qué velocidad posee cada vehículo cuando están emparejados?**

Solución:

a) Tiempo transcurrido desde que se inicia el movimiento hasta ser alcanzado por el automóvil:

$$x = 1/2\,a\,t^2;\quad \sqrt{\frac{2\,x}{a}} = \sqrt{\frac{100\text{ m}}{1{,}2\text{ m/s}^2}} = 9{,}1\text{ s}$$

b) Durante ese tiempo el automóvil ha recorrido la distancia $x = x_0 + 50$ m, siendo x_0 la distancia que separa los dos semáforos.

$x_0 + 50\text{ m} = 1/2 \cdot 2{,}4\text{ m/s}^2 \cdot (9{,}13\text{ s})^2$

$x_0 = 50\text{ m}$

c) Camión: $v_1 = a_1 t = 1{,}2\text{ m/s}^2 \cdot 9{,}1\text{ s} = 10{,}9\text{ m/s} = 39\text{ km/h}$

Automóvil: $v_2 = 2{,}4\text{ m/s}^2 \cdot 9{,}1\text{ s} = 21{,}8\text{ m/s} = 79\text{ km/h}$

18> Dos jóvenes se mueven en la misma dirección, dirigiéndose el uno al encuentro del otro. Inician el movimiento al mismo tiempo desde las porterías de un campo de fútbol con velocidades medias respectivas: v_1 = 3,5 m/s y v_2 = 5,0 m/s. Sabiendo que el encuentro tiene lugar a 28 m de la posición de partida del primero, determina:

***a)* El tiempo transcurrido hasta que se encuentran.**

***b)* La longitud del campo de fútbol.**

Solución:

a) Tiempo transcurrido $t = \dfrac{e_1}{v_1} = \dfrac{28\text{ m}}{3{,}5\text{ m/s}} = 8\text{ s}$

Distancia recorrida por el segundo: $e_2 = v_2$

$t = 5{,}0\text{ m/s} \cdot 8\text{ s} = 40\text{ m}$

b) La longitud del campo de fútbol será: 28 m + 40 m = 68 m

19> Un tren del metro sale de una estación A; acelera a razón de 0,50 m/s^2 durante 10,0 s y luego con 2,0 m/s^2 hasta alcanzar la velocidad de 54 km/h. El tren mantiene la misma velocidad hasta que se acerca a la estación B. En ese momento frena uniformemente hasta pararse en 10,0 s. El tiempo total desde A hasta B ha sido de 60,0 s. ¿Qué distancia hay entre las estaciones A y B?

Solución:

Primera fase:

$x_1 = 1/2\ a\ t^2 = 1/2 \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot (10{,}0\ \text{s})^2 = 25\ \text{m}$

$v = a\ t = 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 10{,}0\ \text{s} = 5\ \text{m/s}$

Segunda fase:

$$x_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2\ a} = \frac{(15\ \text{m/s})^2 - (5\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 2{,}0\ \text{m/s}^2} = 50\ \text{m}$$

20> Un compañero te dice: «Lanza una piedra verticalmente hacia arriba con todas tus fuerzas y te diré la altura que has alcanzado utilizando un cronómetro». Lanzas la piedra y tu compañero observa que la piedra tarda 8,0 s en volver al suelo.

***a)* ¿Con qué velocidad lanzaste la piedra?**

***b)* ¿Qué altura alcanzó esta?**

Solución:

La piedra volverá al suelo cuando se cumpla que $y = y_0 = 0$.

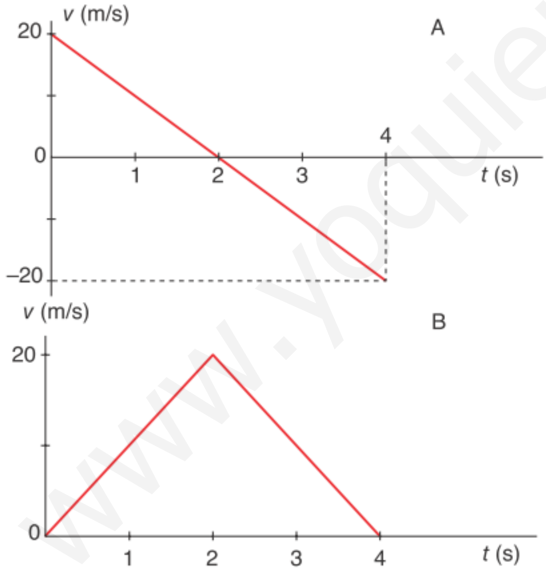
Por tanto, la ecuación del movimiento tomará la forma $0 = v_0\, t + 1/2\ g\ t^2$

De donde $v_0 = -1/2\ g\ t = -1/2 \cdot (-9{,}8\ \text{m/s}^2) \cdot 8\ \text{s} = 39\ \text{m/s}$

La altura máxima se alcanza cuando $v_t = 0$, y se puede calcular a partir de $v_t^2 - v_0^2 = 2\ g\ h$

$$h = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\ g} = \frac{0 - (39\ \text{m/s})^2}{-19{,}6\ \text{m/s}^2} = 78\ \text{m}$$

21> En una de las figuras está representado el diagrama *v-t* del movimiento de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo.



Indica qué afirmaciones son falsas:

***a)* El diagrama que representa dicho movimiento es B, no es A.**

***b)* La aceleración cambia de sentido a los 2 s.**

***c)* La velocidad cambia de sentido a los 2 s.**

***d)* La altura máxima se alcanza a los 2 s.**

***e)* El móvil a los 3 s se encuentra a 10 m de altura.**

***f)* La altura máxima alcanzada fue de 20 m.**

***g)* A los 4 s llega al suelo.**

Datos: $g = 10\ \text{m s}^{-2}$.

Solución:

Se pueden citar ejemplos que demuestran que las tres afirmaciones son falsas.

a) Cuando se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, su velocidad es cero cuando alcanza el punto más alto. Sin embargo, está sometido a la aceleración de la gravedad. Cuando un péndulo se encuentra en los extremos de la oscilación no tiene velocidad; en cambio, su aceleración es máxima.

b) En el movimiento rectilíneo y uniforme la aceleración es cero; en cambio, la velocidad no lo es.

c) Los vectores velocidad y aceleración tienen distinta dirección en los movimientos curvilíneos.

22> Desde lo alto de una torre de altura *h* se deja caer un objeto. ¿A qué distancia del suelo tendrá una velocidad igual a la mitad de la que tiene cuando llega al suelo?

Solución:

La velocidad instantánea en función del desplazamiento viene dado por $v^2 - v_0{}^2 = 2\,g\left(y - y_0\right)$. Tomamos el suelo como sistema de referencia. Se cumple, pues, que $v_0 = 0,\ y_0 = h$. Cuando se encuentra a una altura *d* del suelo, la velocidad será $v_\text{d} = \sqrt{2\,g(d-h)}$ y cuando llega al suelo la velocidad es $v_\text{f} = \sqrt{2\,g(0-h)}$. Según el enunciado se cumple que $v_\text{d} = \frac{1}{2}v_\text{f}$. Por tanto,

$$\sqrt{2\,g\,\left(d-h\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{2\,g\,\left(0-h\right)}\,,$$

de donde, 4(*d*−*h*) = −*h*, es decir, $d = \frac{3}{4}h$.

23> Lanzas un cuerpo verticalmente hacia arriba, de forma que tiene una velocidad de 8,0 m/s cuando ha alcanzado la mitad de la altura máxima a la que puede subir:

***a)* ¿Con qué velocidad se lanzó?**

***b)* ¿A qué altura sube?**

***c)* ¿Qué velocidad posee un segundo después de ser lanzado?**

Solución:

Tomamos como sistema de referencia el punto de lanzamiento, y_0 = 0. Aplicamos la ecuación $v^2 - v_0{}^2 = 2g\left(y - y_0\right)$, así,

a) Alcanza la altura máxima cuando *v* = 0, *y* = *h*. Por tanto, se cumple $-v_0^2 = 2gh$.

Cuando alcanza la mitad de la altura máxima se cumple: $64\ \text{m}^2/\text{s}^2 - v_0^2 = 2g\frac{h}{2}$,

De ambas ecuaciones se obtiene:

$64\ \text{m}^2/\text{s}^2 - v_0^2 = -\frac{1}{2}v_0^2$, de donde v_0 = 11,3m/s.

b) Altura máxima, se obtiene despejando *h* de la ecuación $-v_0^2 = 2gh$, es decir,

$$h = \frac{-128}{2\cdot(-9{,}8)} = 6{,}5\,\text{m}$$

c) $v = v_0 + gt = 11{,}3\,\text{m/s} - 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot 1\,\text{s} = 1{,}5\,\text{m/s}$

24> Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba desde un puente situado a 35 m del agua. Si la piedra golpea el agua 4,0 s después de soltarla, calcula:

***a)* La velocidad con que se lanzó.**

***b)* La velocidad con que golpeó el agua.**

Solución:

Tomamos como punto de referencia el puente. Por tanto, $y_0 = 0$; $y = -35$m.

a) Resolviendo la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$ se obtiene $v_0 = 11$ m/s.

b) La velocidad con que llega al agua se obtiene de

$v = v_0 + gt = 11{,}3\,\text{m/s} - 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot\ 4\ s = -28\,\text{m/s}$

25> Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto al mismo tiempo que se deja caer otro desde una altura de 45 m.

¿Con qué velocidad se debe lanzar el primero para que los dos lleguen al suelo al mismo tiempo?

Solución:

Tomamos como sistema de referencia el suelo. En primer lugar calcularemos el tiempo que tarda el segundo cuerpo en llegar al suelo utilizando la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$, siendo $y_0 = 0$; $y = 45$m, $v_0 = 0$. Es decir, $0 = 45 + \frac{1}{2}(-9{,}8)\cdot t^2$, de donde se deduce que $t = 3$s.

Este tiempo es el que tarda el primer objeto en volver al suelo. En este caso $y_0 = 0$; $y = 0$, $v_0 = 0$, es decir, $0 = v_0 \cdot (3\text{s}) - 4{,}9\,\text{m/s}^2 \cdot 9\text{s}^2$, por tanto $v_0 = 15$ m/s.

26> Se deja caer una piedra desde el brocal de un pozo y tarda 2,3 s en percibirse el sonido producido por el choque con el agua. Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, ¿a qué profundidad está el agua?

Solución:

Tomamos como sistema de referencia el brocal del pozo y llamamos *h* a la profundidad pedida. Hay que considerar dos movimientos:

- La caída libre de la piedra, definido por la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$, siendo $y_0 = -h$; $y = 0$, $v_0 = 0$.
- El movimiento rectilíneo y uniforme del sonido, definido por $y = v_s(2{,}3\text{s} - t)$

Así, se cumple que

$\frac{1}{2}\cdot(-9{,}8\,\text{m/s}^2)t^2 = 340\,\text{m/s}^2 \cdot (2{,}3\,\text{s} - t)$, de donde se obtiene el tiempo que tarda la piedra en llegar a la superficie del agua, que es $t = 2{,}23$s.

La profundidad pedida será $h = 340\,\text{m/s} \cdot (2{,}3\,\text{s} - 2{,}23\,\text{s}) = 24\,\text{m}$

27> Desde un punto situado en el extremo de la terraza de un edificio de 55 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 30 m/s. Si despreciamos la resistencia del aire, tomamos *g* = 10m/s^2 como valor de la gravedad y el nivel de la calle como sistema de referencia, calcula:

***a)* Dónde se encuentra la pelota 2,0 s después de lanzarla.**

***b)* Qué velocidad posee en ese instante.**

***c)* Cuánto tiempo tarda en alcanzar el punto más alto de la trayectoria**

***d)* Qué altura máxima alcanza.**

***e)* Qué velocidad posee cuando se encuentra a 20m por encima del punto de lanzamiento.**

***f)* Cuánto tiempo tarde en llegar a la calle**

***g)* Con qué velocidad llega a la calle.**

***h)* Qué velocidad tiene la pelota cuando se encuentra a 10 m de la calle.**

Solución:

Se trata de un problema de caída libre. Tomamos como sistema de referencia el nivel de la calle.

De la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$ se obtiene la posición, y, en cualquier instante. Siendo y_0 = 55m y g = −10m/s^2:

a) $y = 55\text{m} + 30\text{m/s} \cdot 2{,}0\text{s} - 5\text{m/s}^2 \cdot 4{,}0\text{s}^2 = 95\text{m}$

b) $v = v_0 + gt = 30\text{m/s} - 10\text{m/s}^2 \cdot 2{,}0\text{s} = 10\text{m/s}$

c) Llegará al punto más alto cuando v = 0. De la ecuación $v = v_0 + gt$ se obtiene t = 3s.

d) La altura máxima viene dada por $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$. Cuando t = 3s,

$y = 55\text{m} + (30\text{m/s} \cdot 3\text{s}) - (5\text{m/s}^2 \cdot 9\text{s}^2) = 100\text{m}$

e) La velocidad en función de la posición viene dada por $v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0)$, siendo $y - y_0$ = 20 m. Resolviendo esta ecuación se obtiene v = ±22 m/s.

Hay dos instantes en que la pelota pasa por el punto indicado: cuando sube (v = 22m/s) y cuando baja (v = −22m/s).

f) De la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$ se obtiene el tiempo que tarda en llegar a la calle. Esto ocurre cuando y = 0. Resolviendo la ecuación, t = 7,5s.

g) El tiempo obtenido en la pregunta anterior lo sustituimos en $v = v_0 + gt$, resultando v = −45 m/s.

h) De la expresión $v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0)$, siendo y = 10m; y_0 = 55m, se obtiene v = −42m/s.

28> Desde un globo que se está elevando a 2m/s se deja caer un paquete cuando se encuentra a 60 m de altitud. Calcula:

***a)* ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo?**

***b)* ¿Con qué velocidad llega?**

***c)* ¿Dónde se encuentra el globo cuando llega al suelo el paquete?**

Solución:

El paquete tiende a subir, por inercia, con la velocidad que tiene el globo en el instante de soltar el paquete. Por tanto, v_0 = 2m/s.

a) Tomamos el suelo como sistema de referencia. Es decir, se cumple: y = 0, y_0 = 60m.

Sustituyendo estos valores en la ecuación $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$, obtenemos t = 3,7 s.

b) De la ecuación $v = v_0 + gt$ se obtiene la velocidad con que llega al suelo, v = −34m/s.

c) El globo asciende con velocidad constante, para hallar su posición utilizamos la ecuación $y = y_0 + vt = 60\text{m} + (2\text{m/s} \cdot 3{,}7\text{s}) = 67\text{m}$.

29> Un móvil describe una trayectoria circular de 1,0 m de radio 30 veces por minuto. Calcula:

***a)* El periodo.**

***b)* La frecuencia.**

***c)* La velocidad angular.**

***d)* La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta de este movimiento.**

Solución:

a) Periodo es el tiempo empleado en dar una vuelta.

Por tanto, vale: $T = \dfrac{60\ \text{s}}{30\ \text{vueltas}} = 2\ \text{s/vuelta}$

b) La frecuencia es inversa del periodo: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\ \text{s/vuelta}} = 0{,}5\ \text{vueltas/s}$

c) La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta son respectivamente:

$v = \omega R = 3{,}14\ \text{rad/s} \cdot 1{,}0\ \text{m/rad} = 3{,}14\ \text{m/s}$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(3{,}14\ \text{m/s})^2}{1{,}0\ \text{m}} = 9{,}9\ \text{m/s}^2$$

30> Un ciclista parte del reposo en un velódromo circular de 50 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado hasta que, a los 50 s de iniciada la marcha, alcanza una velocidad de 36 km/h; desde este momento conserva su velocidad. Calcula:

***a)* La aceleración tangencial y la aceleración angular en la primera etapa del movimiento.**

***b)* La aceleración normal en el momento de cumplirse los 50 s.**

***c)* La longitud de pista recorrida en los 50 s.**

***d)* El tiempo que tarda en dar una vuelta a la pista con velocidad constante.**

***e)* El número de vueltas que da en 10 minutos contados desde que inició el movimiento.**

Solución:

a) Aplicamos la definición de aceleración tangencial:

$$a_t = \frac{v - v_0}{t} = \frac{10\,\text{m/s} - 0}{50\,\text{s}} = 0{,}2\,\text{m/s}^2$$

La aceleración angular será: $\alpha = \dfrac{a}{R} = 4 \cdot 10^{-3}\,\text{rad/s}^2$

b) $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{100\,\text{m}^2/\text{s}^2}{50\,\text{m}} = 2\,\text{m/s}^2$

c) $e = \dfrac{1}{2} a t^2 = 0{,}1\,\text{m/s}^2 \cdot (50\,\text{s})^2 = 250\,\text{m}$

d) $t = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{314\,\text{m}}{10\,\text{m/s}} = 31{,}4\,\text{s}$

e) Espacio recorrido con velocidad constante, $e = vt = 10\,\text{m/s} \cdot (600\,\text{s} - 500\,\text{s}) = 5\ 500\,\text{m}$.

Espacio total: 5500 m + 250 m = 5750 m.

Número de vueltas: $n^o = \dfrac{5\ 750\,\text{m}}{314\,\text{m/vuelta}} = 18{,}3\,\text{vueltas}$

31> Un ventilador gira a 360 rpm. En un momento dado se desenchufa de la corriente y tarda 35 s en pararse. Calcula:

***a)* ¿Qué aceleración angular tiene?**

***b)* ¿Con qué velocidad gira 15 s después de apagarlo?**

***c)* ¿Cuántas vueltas da hasta que se para?**

Solución:

Velocidad angular inicial:

$$\omega_0 = 360\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} \cdot 2\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{rev}} = 37{,}7\ \text{rad/s}$$

a) $\alpha = \dfrac{\omega_t - \omega_0}{t} = \dfrac{0 - 37{,}7\ \text{rad/s}}{35\ \text{s}} = 1{,}1\ \text{rad/s}^2$

b) $\omega = \omega_0 + \alpha t = 37{,}7\ \text{rad/s} - 1{,}1\ \text{rad/s}^2 \cdot 15\ \text{s} = 22\ \text{rad/s}$

c) $\theta = \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 = (37{,}7\ \text{rad/s} - 35\ \text{s}) - \left(0{,}5 \cdot 1{,}1,\ \text{rad/s}^2 \cdot (35\ \text{s})^2 \cdot \dfrac{1\ \text{vuelta}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = 105\ \text{vueltas}$

32> Un punto material describe una circunferencia de 2,0 m de radio con aceleración constante. En un punto A de la trayectoria la velocidad es de 0,5 m/s y transcurridos 2,0 s la velocidad en otro punto B es 0,75m/s. Calcula:

***a)* La velocidad angular en A y B.**

***b)* La aceleración tangencial y la aceleración angular de la partícula.**

***c)* La aceleración normal en los puntos A y B.**

Solución:

a) Velocidad angular en A y B:

$$\omega_A = \frac{v_A}{R} = \frac{0{,}5\,\text{m/s}}{2\,\text{m}} = 0{,}25\,\text{rad/s}$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{R} = 0{,}37\,\text{rad/s}$$

b) Aceleración tangencial $a_t = \dfrac{v_B - v_A}{t} = \dfrac{0{,}75\,\text{m/s} - 0{,}5\,\text{m/s}}{2\,\text{s}} = 0{,}12\,\text{m/s}^2$.

Aceleración angular $\alpha = \dfrac{a}{R} = \dfrac{0{,}12\ \text{m/s}}{2\text{m}} = 0{,}06\,\text{rad/s}^2$

c) Aceleración normal en A y B

$$a_{nA} = \frac{v_A^2}{R} = 0{,}125\,\text{m/s}^2$$

$$a_{nB} = \frac{v_B^2}{R} = 0{,}28\,\text{m/s}^2$$

33> La aceleración centrípeta de una centrifugadora es seis veces el valor de la aceleración de la gravedad. El radio de giro es 0,15 m. Calcula:

***a)* La velocidad angular en rpm de la centrifugadora.**

***b)* El periodo y la frecuencia de este movimiento.**

Solución:

Si $a_n = 6g$, resulta que $v = \sqrt{6gR} = \sqrt{8{,}82}\,\text{m/s}$

a) Velocidad angular

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2{,}97\,\text{m/s}}{0{,}15\,\text{m}} = 19{,}9\ \text{rad/s} = 1\,194\ \text{rad/min} = 1{,}8 \cdot 10^2\ \text{rpm}$$

b) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{6{,}28\,\text{rad}}{19{,}9\,\text{rad/s}} = 0{,}32\,\text{s}$

c) Frecuencia $f = \dfrac{1}{T} = 3{,}15\,\text{vueltas/s}$

34> Una fuente tiene el caño a una distancia vertical del suelo de 0,50 m. El chorro del líquido, que sale horizontalmente, da en el suelo a 0,80 m del pie de la vertical. ¿Con qué velocidad sale el agua?

Solución:

El agua tiene dos movimientos independientes:

— Uno horizontal, debido a la presión, $x = v\,t$.

— Otro vertical de caída libre, $y = y_0 + 1/2\, g\, t^2$.

De la composición de estos dos movimientos resulta el movimiento parabólico que se observa.

Si tomamos el suelo como referencia, se tiene que: $y = 0$, $y_0 =$

$= 0,50$ m. Si eliminamos el tiempo en las ecuaciones anteriores, se obtiene la ecuación cartesiana de la trayectoria parabólica:

$$y = y_0 + \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v}\right)^2$$

De donde despejamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{g\,x^2}{2\,(y - y_0)}} = \sqrt{\frac{-9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (0{,}80\ \text{m})^2}{2\,(0 - 0{,}50)\ \text{m}}} = 2{,}5\ \text{m/s}$$

35> Un avión vuela horizontalmente a 900 m del suelo con una velocidad constante de 540 km/h. ¿A qué distancia de la vertical sobre un claro de la selva debe lanzar una caja de ayuda humanitaria para que llegue a su destino?

Solución:

La caja, al abandonar el avión, está sometida a dos movimientos: el del avión y el de caída libre:

$x = v\,t$, siendo $v = 540$ km/h = 150 m/s

$y = y_0 + 1/2\, g\, t^2$

Si tomamos el suelo como nivel de referencia $y_0 = 900$ m, $y = 0$ cuando la caja llega al suelo.

Tiempo que tarda en caer:

$0 = 900\ \text{m} - 0{,}5 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t^2$

De donde se obtiene que $t = 13{,}6$ s

Luego la distancia será:

$x = v\,t = 150\ \text{m/s} \cdot 13{,}6\ \text{s} = 2\,040\ \text{m}$

36> El récord mundial de salto de altura vertical está en 2,44m. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima del saltador para sobrepasar dicha altura?

Solución:

En el punto más alto $v = 0$; despejamos la velocidad inicial en la ecuación $v^2 - v_0^2 = 2gh$

$$v = \sqrt{-2\,g\,h} = \sqrt{-2 \cdot (-9{,}8\ \text{m/s}^2) \cdot 2{,}44\ \text{m}} = 6{,}92\ \text{m/s}$$

37> El récord mundial de salto de longitud está en 8,95 m. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima de un saltador, cuya trayectoria forma un ángulo de 45,0° respecto al suelo, para sobrepasar dicha distancia?

Solución:

Se puede considerar un tiro oblicuo de ecuaciones:

$x = v_0 \cos \alpha\, t$

$y = v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t - 1/2\, g\, t^2$

Cuando vuelve a tocar el suelo se cumple que $y = 0$.

El tiempo que el saltador está en el aire:

$$t = \frac{2\ v_0\ \text{sen}\ \alpha}{g}$$

El alcance horizontal será:

$$x = v_0\ \cos\ \alpha\ \frac{2\ v_0\ \text{sen}\ \alpha}{g} = \frac{2\ v_0^2\ 2\ \text{sen}\ \alpha\ \cos\ \alpha}{g} = \frac{v_0^2\ \text{sen}\ 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}$$, para α = 45º

Luego, la velocidad será $v = \sqrt{x\ g} = \sqrt{8{,}95\ \text{m} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} = 9{,}37\ \text{m/s}$

38> Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 500 m/s batiendo un objetivo situado a 1 200 m en la misma horizontal del punto de lanzamiento. Calcula el ángulo de elevación.

Solución:

Las ecuaciones que rigen el movimiento del proyectil son:

$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$ para el movimiento vertical y

$x = (v_0 \cos\alpha)t$ para el movimiento horizontal.

Cuando el proyectil llega al suelo se cumple:

$y = y_0$; $x = 1200\text{m}$.

Si eliminamos el tiempo en el sistema de ecuaciones anterior, se obtiene la ecuación

$$x = v_0 \cos\alpha \frac{(-2v_0 \text{sen}\alpha)}{g} = -v_0^2 \frac{\text{sen}\ 2\alpha}{g}$$

$$\text{sen}\ 2\alpha = \frac{xg}{v_0^2} = \frac{1\ 200\text{m} \cdot (-9{,}8\text{m/s}^2)}{250\ 000\text{m}^2/\text{s}^2}$$

De donde $\alpha = 1{,}34º$

39> Se lanza desde el suelo una pelota bajo un ángulo de 30° con la horizontal y cae en la terraza de un edificio situado a 30 m de distancia. Si la terraza está a una altura de 10 m, calcula la velocidad con que se lanzó.

Solución:

Cuando la pelota llega a la terraza ha experimentado un desplazamiento vertical $y - y_0 = 10\text{m}$, y un desplazamiento horizontal de $x_0 = 30\text{m}$. Por tanto se cumple:

$$10\text{m} = (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$30\text{m} = (v_0 \cos\alpha)t$$

De la solución de este sistema se obtiene $v_0 = 29\text{m/s}$.

40> Un motorista asciende por una rampa de 20° y cuando está a 2,0 m sobre el nivel del suelo «vuela» a fin de salvar un río de 10 m de ancho. ¿Con qué velocidad debe despegar si quiere alcanzar la orilla sin mojarse?

Solución:

Se trata de un tiro oblicuo. Por tanto, el movimiento viene dado por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = (v_0 \cos\alpha)t$$

En este caso y_0 = 2,0 m; y = 0; x = 10 m;α = 20º. Por tanto, las ecuaciones toman la forma:

$$-2{,}0\,\text{m} = (v_0 \text{sen}\,20º)t + \frac{1}{2}\cdot 9{,}8t^2$$

$$10\,\text{m} = (v_0 \cos 20º)t$$

Resolviendo el sistema obtenemos v_0 = 10 m/s, y el tiempo que tarda en cruzar el río t = 1s.

41> Desde la cima de un acantilado se lanza horizontalmente un proyectil y se observa que tarda 3,0 s en tocar el agua en un punto que dista 60 m de la base del acantilado. Calcula:

***a)* La altura que tiene el acantilado.**

***b)* Con qué velocidad se lanzó el proyectil.**

***c)* Con qué velocidad llega al agua.**

Solución:

Si tomamos el punto de lanzamiento como sistema de referencia, se cumple que y_0 = 0; y = −h (siendo h la altura del acantilado); x = 60m; α = 0º.

En este caso las ecuaciones de movimiento toman la forma:

$$-h = \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$60\,\text{m} = v_0^t$$

a) De la primera ecuación, para t = 3,0s, se obtiene h = 44m

b) De la segunda ecuación se obtiene $v_0 = \frac{60\,\text{m}}{t} = 20\,\text{m/s}$

c) La velocidad al llegar al agua tiene dos componentes:

$$v_x = 20 \text{ m/s}$$

$$v_y = gt = -29{,}4 \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = 36 \text{ m/s}$$

42> Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 0,90m de altura cae al suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5 m del borde de la mesa. ¿Qué velocidad tenía la bola en el momento de abandonar la mesa?

Solución:

Si tomamos el suelo como sistema de referencia se cumple y_0 = 0,90 m; y = 0; x = 1,5 m; α = 0º. Las ecuaciones que determinan el movimiento de la pelota toman la forma:

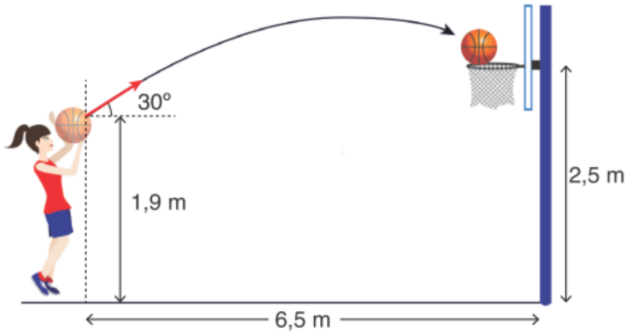
$$0 = 0{,}90\,\text{m} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{m/s}\cdot t^2$$

$$1{,}5 = v_0^t$$

De la primera ecuación se obtiene el tiempo que tarda en llegar al suelo, t = 0,428 s.

De la segunda ecuación se obtiene la velocidad con que abandona la mesa, v_0 = 3,5m/s

43> Una jugadora de baloncesto pretende realizar una canasta de tres puntos. Para ello lanza la pelota desde una distancia de 6,5 m y a una altura de 1,9 m del suelo. Si la canasta está situada a una altura de 2,5 m como en la figura, ¿con qué velocidad debe realizar el tiro si lo hace con un ángulo de elevación de 30º?



Solución:

De la figura se deduce que y_0 = 1,9 m; y = 2,5 m; x = 6,5 m; α = 30º. Se trata de un tiro oblicuo. Por tanto, el movimiento viene dado por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = (v_0 \cos\alpha)t$$

Sustituyendo los valores anteriores y resolviendo el sistema se obtiene v_0 = 9,3 m/s.

44> Un atleta quiere batir el récord del mundo de lanzamiento de peso, establecido en 23,0 m. Sabe que el alcance máximo se consigue con un ángulo de 45°. Si impulsa el peso desde una altura de 1,75 m, ¿con qué velocidad mínima debe lanzar?

Solución:

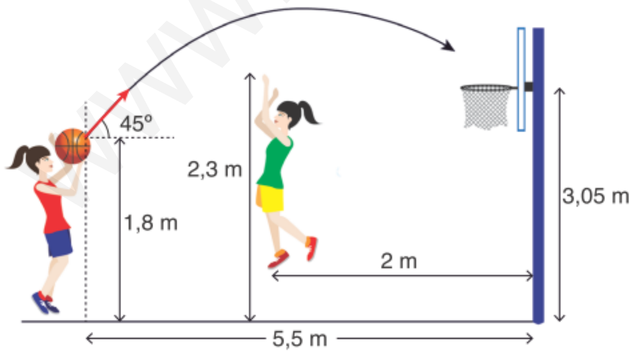
Tomamos como referencia el suelo. En este tiro oblicuo, de acuerdo con el sistema de referencia elegido, se cumple y_0 = 1,75 m; y = 0; x = 23,0 m; α = 45º. Del sistema de ecuaciones:

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = (v_0 \cos\alpha)t$$

se deduce v_0 = 14,5 m.

45> Una jugadora de baloncesto tira a la canasta desde un punto situado a 5,50 m de la vertical de la canasta, que está situada a 3,05 m del suelo. Lanza desde una altura de 1,80 m, con un ángulo de 45º. Una jugadora contraria que está situada a 2,0 m delante de la canasta pretende taponar saltando hasta 2,3 m. ¿Logrará impedir la canasta?



Solución:

Impedirá la canasta si la posición y del balón al pasar por la vertical donde salta la segunda jugadora es inferior a 2,3 m. Es decir, si en el sistema de ecuaciones para x = 3,5m, sucede que y < 2,3 m.

En primer lugar, hallamos la velocidad con que debe lanzar el balón para que este alcance la canasta. Cuando esto ocurre se cumple y_0 = 3,05 m; y = 1,8 m; x = 5,5 m; α = 45º.

Se trata de un tiro oblicuo definido por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$y = y_0 + x\tan\alpha + \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2$$

Sustituyendo los valores y despejando v_0, tenemos que debe lanzar con una velocidad v_0 = 8,35 m/s.

Para ver si la segunda jugadora impide la canasta calculamos, en la ecuación de la trayectoria, el valor de y cuando x = 8,35 m.

$y = 1{,}8\ \text{m} + (3{,}5 \cdot 1) - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot \left(\frac{3{,}5}{8{,}35\,\text{m/s} \cdot 0{,}5}\right)^2 = 3{,}6\,\text{m/s} > 2{,}3\,\text{m}$. Por tanto, no logrará impedir la canasta.

46> Un alumno intenta encestar en la papelera una bola de papel. Teniendo en cuenta que está sentado a 5,0 m de ella y que la altura de su brazo estirado y vertical sobre el nivel de la boca de la papelera es de 1,5 m. Calcula:

***a)* La velocidad con que debe lanzar la bola.**

***b)* El ángulo con que incide la bola en la papelera.**

Solución:

Se trata de un lanzamiento horizontal. Tomamos como referencia el punto de lanzamiento y como nivel horizontal la boca de la papelera. Por tanto, y_0 = 1,5 m; y = 0; x = 5 m.

a) El movimiento de la bola de papel viene determinado por las ecuaciones de tiro horizontal:

$$y = y_0 + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = v_0 t$$

Al eliminar el tiempo obtenemos la ecuación de la trayectoria

$$y = y_0 + (v_0\text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

De donde se obtiene que v_0 = 9 m/s.

b) La velocidad en cualquier instante es tangente a la trayectoria y tiene dos componentes cuyo cociente nos da la pendiente del vector velocidad.

Al llegar a la papelera estas componentes valen:

$$v_y = -gt = -g\frac{x}{v_x} = -5{,}44\,\text{m/s}$$

$$v_x = 9\,\text{m/s}$$

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-5{,}44\,\text{m/s}}{9\,\text{m/s}} = -0{,}6 \Rightarrow \alpha = -31^\text{o}$$

47> En un campo de golf un hoyo está situado a 200 m horizontalmente del punto de lanzamiento y a una altitud de 4,0 m. ¿Cuál debe ser el valor de la velocidad y el ángulo de elevación si la pelota cae junto al hoyo 5,0 s después de ser lanzada?

Solución:

Se trata de un tiro oblicuo en donde y_0 = 0; y = 4 m; x = 200 m; t = 5s. Si tomamos como sistema de referencia el punto de lanzamiento, las ecuaciones de movimiento son:

$$y = y_0 + (v_0\text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow v_0\text{sen}\alpha = \frac{4}{5}\text{m/s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{m/s}^2\cdot 5 = 25{,}3\,\text{m/s}$$

$$x = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow v_0\cos\alpha = \frac{x}{t} = \frac{200\,\text{m}}{5\,\text{s}} = 40\,\text{m/s}$$

$$\tan\alpha = \frac{25{,}3\,\text{m/s}}{40\,\text{m/s}} = 0{,}63 \Rightarrow \alpha = 32{,}3^{\circ}$$

48> Una pelota de béisbol abandona el bate a una altura de 1,0 m por encima del suelo y con un ángulo de elevación de 45º, con una velocidad tal que el alcance horizontal hubiera sido 100 m. A la distancia de 90 m del punto de lanzamiento se encuentra una valla de 8,0 m de altura. ¿Pasará la pelota por encima de la valla?

Solución:

Se trata de un tiro oblicuo definido por ecuaciones de movimiento:

$y = y_0 + (v_0\text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$ para el desplazamiento vertical

$x = (v_0\cos\alpha)t$ para el desplazamiento horizontal

Si tomamos el suelo como sistema de referencia se cumple $y = 0$ m $y_0 = 1$m; $x = 100$ m; $\alpha = 45º$.
En el sistema anterior eliminamos el tiempo y calculamos la velocidad de lanzamiento:

$$t = \frac{100\,\text{m}}{v_0\cos\alpha};$$

$$0 = -1 + 100\,\text{m}\cdot\tan 45^{\circ} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2\cdot\left(\frac{100\,\text{m}}{v_0\cos\alpha}\right)$$

De donde se deduce que $v_0 = 31{,}4$m/s.
Pasará la valla si $y > 8$m, cuando la pelota se haya desplazado una distancia horizontal de $x = 90$ m.
El tiempo empleado en recorrer esa distancia es

$$t = \frac{90\,\text{m}}{31{,}4\,\text{m/s}\cdot 0{,}7} = 4{,}1\text{s}$$

La posición de la pelota en ese instante es:

$$y = 1\text{m} + 90\,\text{m} + \frac{1}{2}gt^2 = 91\text{m} - 4{,}9\cdot(4{,}1\text{s})^2 = 9\,\text{m}$$

Sí pasará la valla porque $y = 9$ m > 8 m.