

SISTEMAS DE ECUACIONES

Método de Gauss

Resuelve por el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 2 \cdot 2^{\text{a}} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 7x = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 + 10 = 9 \end{matrix}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ 2x + 2z = 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} - 2^{\text{a}} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ -x = -1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 1 \\ z = \frac{5 - 3x}{2} = 1 \\ y = 3 - x - z = 1 \end{matrix}$$

Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 2 \cdot 1^{\text{a}} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 3x + 3z = 36 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} : 3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x + z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 2 \cdot 2^{\text{a}} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 2x = 18 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 9 \\ z = x - 6 = 3 \\ y = 18 - x - z = 6 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{matrix}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^\text{a} \\ 2.^\text{a} - 2 \cdot 1.^\text{a} \\ 3.^\text{a} - 1.^\text{a} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ -6y + 5z = 27 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^\text{a} \\ 2.^\text{a} \\ 3.^\text{a} + 6 \cdot 2.^\text{a} \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ -6y + 5z = 27 \end{cases} \quad \begin{array}{l} z = \frac{69}{23} = 3 \\ y = 7 - 3z = 7 - 9 = -2 \\ x = 2 - y - z = 2 + 2 - 3 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{array}$$

Resuelve por el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^\text{a} \\ 2.^\text{a} + 1.^\text{a} \\ 3.^\text{a} + 1.^\text{a} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3x + 4z = 8 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^\text{a} \\ 2.^\text{a} \\ 3.^\text{a} - 2.^\text{a} \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3x + 4z = 8 \end{cases} \quad \begin{array}{l} z = \frac{-5}{2} \\ x = \frac{13 - 2z}{3} = 6 \\ y = 9 - x + 2z = 9 - 6 - 5 = -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 6 \\ y = -2 \\ z = \frac{-5}{2} \end{array}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^\text{a} \\ 2.^\text{a} + 2 \cdot 1.^\text{a} \\ 3.^\text{a} + 1.^\text{a} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 7x = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array}$$

Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{cases} \quad f) \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} - 5 \cdot 3^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -3x + y = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} + 3 \cdot 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -2y = -1 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 + 1/2 = 3/2 \\ z = x + 1/2 = 2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x = 3/2 \\ y = 1/2 \\ z = 2 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ 2x + 6z = 8 \\ 6x + 18z = 4 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} : 2 \\ 3^{\text{a}} : 6 \end{array} \right\}$$

$\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x + 3z = 4 \\ x + 3z = 4/6 \end{array} \right\}$ Las ecuaciones 2.^a y 3.^a dicen cosas contradictorias.
El sistema es incompatible, no tiene solución.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} - 3 \cdot 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ -x - 5z = -5 \\ -x - 5z = -5 \end{array} \right\}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en función de z :

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 2 - 3z \\ -x = -5 + 5z \end{array} \right\} \rightarrow (5 - 5z) + y = 2 - 3z \rightarrow y = 2z - 3$$

Solución: $x = 5 - 5z$, $y = 2z - 3$, $z = z$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} - 2 \cdot 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} + 5 \cdot 1^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ -x = -2 \\ 5x - 2y = 9 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{5x - 9}{2} = \frac{1}{2} \\ z = 2x - y - 2 = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

Solución: $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{3}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} - 1^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 3y + 2z = 8 \\ 3y + 2z = -2 \end{array} \right\}$$

Las ecuaciones 2.^a y 3.^a obtenidas dicen cosas contradictorias. Por tanto, el sistema es incompatible.

$$\left. \begin{array}{l} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 1^{\text{a}} \\ 2^{\text{a}} + 1^{\text{a}} \\ 3^{\text{a}} - 1^{\text{a}} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} -2x + y + z = 1 \\ x + 3y = 1 \\ x + 3y = 1 \end{array} \right\}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en función del parámetro y :

$$\left. \begin{array}{l} -2x + z = 1 - y \\ x = 1 - 3y \end{array} \right\} \rightarrow -2(1 - 3y) + z = 1 - y \rightarrow z = 3 - 7y$$

Solución: $x = 1 - 3y$, $z = 3 - 7y$