## Soluciones

**1** **Un mayorista de frutos secos tiene almacenados 1 800 kilos de avellanas y 420 kilos de almendras para hacer dos tipos de mezclas, que embala en cajas como se indica a continuación:**

**— La caja *A* tiene 6 kilos de avellanas y 3 de almendras, y las vende a 80 euros.**

**— La caja *B* tiene 10 kilos de avellanas y 1 de almendras, y las vende a 90 euros.**

**a) Representa la región factible.**

**b) ¿Cuántas cajas de cada tipo le conviene hacer para que el beneficio sea máximo?**

***Resolución***

Llamamos: $x \rightarrow$ número de cajas de tipo $A$

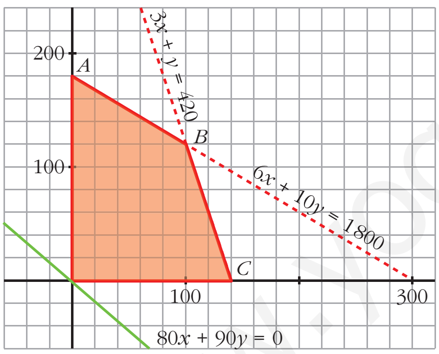
$y \rightarrow$ número de cajas de tipo $B$

| | CAJAS TIPO *A* | CAJAS TIPO *B* | DISPONIBLE |
|---|---|---|---|
| AVELLANAS (kg) | $6x$ | $10y$ | 1 800 |
| ALMENDRAS (kg) | $3x$ | $1y$ | 420 |
| PRECIO (€) | 80 | 90 | |

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 10y \leq 1\,800 \\ 3x + y \leq 420 \end{cases}$

Función objetivo: $F(x, y) = 80x + 90y$

a) La región factible es la zona sombreada.




$A(0, 180)$

$$\left.\begin{array}{l} 6x + 10y = 1\,800 \\ 3x + y = 420 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 8y = 960 \rightarrow y = 120 \\ x = 100 \end{array} \Big\} B(100, 120)$$

$C(140, 0)$

b) Sustituimos las coordenadas de los vértices de la región factible en la función objetivo:

$F(A) = F(0, 180) = 16\,200 \qquad F(B) = F(100, 120) = 18\,800 \qquad F(C) = F(140, 0) = 11\,200$

Para que el beneficio sea máximo, 18 800 €, le conviene hacer 100 cajas de tipo $A$ y 120 cajas de tipo $B$.

**2** **Para cubrir un determinado trayecto, una compañía aérea tiene dos aviones: *A* y *B*. Entre ambos deben hacer, al menos, 60 vuelos, pero no más de 200, y el avión *A* no puede sobrepasar los 120 vuelos, ni el *B* puede volar más veces que el *A*.**

**Si, en cada vuelo, *A* consume 900 litros de combustible y *B* consume 700 litros, ¿cuántos vuelos debe hacer cada avión para que el consumo total de combustible sea mínimo?**

***Resolución***

Llamamos: $x \rightarrow$ número de vuelos de $A$

$y \rightarrow$ número de vuelos de $B$

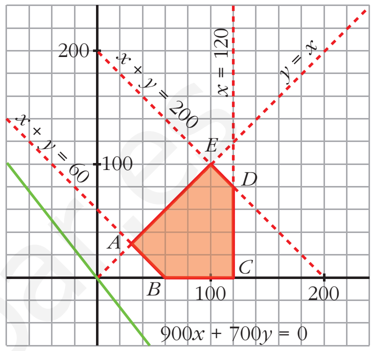
La función objetivo que debemos minimizar es la función consumo $F(x, y) = 900x + 700y$.

www.yoquieroaprobar.es

# Soluciones

Restricciones: $\begin{cases} y \ge 0 \\ 60 \le x + y \le 200 \\ 0 \le x \le 120 \\ y \le x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y \ge 0 \\ x + y \ge 60 \\ x + y \le 200 \\ x \ge 0 \\ x \le 120 \\ y \le x \end{cases}$

La región factible es la zona sombreada:




$\left.\begin{array}{l} y = x \\ x + y = 60 \end{array}\right\} A(30, 30)$ $B(60, 0)$ $C(120, 0)$

$\left.\begin{array}{l} x + y = 200 \\ x = 120 \end{array}\right\} D(120, 80)$ $\left.\begin{array}{l} x + y = 200 \\ y = x \end{array}\right\} E(100, 100)$

La función objetivo se hace mínima en el vértice $A$. Lo verificamos:

$F(A) = F(30, 30) = 48\,000$ $F(B) = F(60, 0) = 54\,000$ $F(C) = F(120, 0) = 108\,000$

$F(D) = F(120, 80) = 164\,000$ $F(E) = F(100, 100) = 160\,000$

Para que el consumo sea mínimo, 48 000 €, cada avión debe realizar 30 vuelos.

**3** **Una papelería quiere liquidar hasta 78 kg de papel reciclado y hasta 138 kg de papel normal. Para ello, hace dos tipos de lotes, *A* y *B*. Los lotes *A* están formados por 1 kg de papel reciclado y 3 kg de papel normal y los lotes *B*, por 2 kg de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote *A* es de 0,90 euros y el de cada lote *B* es de 1 euro. ¿Cuántos lotes *A* y *B* debe vender para maximizar sus ingresos? ¿A cuánto ascienden estos ingresos máximos?**

***Resolución***

Llamamos: $x \rightarrow$ número de lotes del tipo $A$

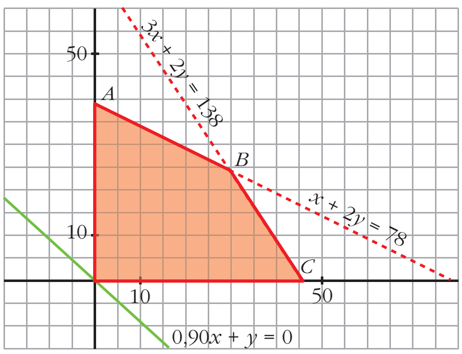
$y \rightarrow$ número de lotes del tipo $B$

| | LOTE TIPO *A* | LOTE TIPO *B* | DISPONIBLE |
|---|---|---|---|
| PAPEL RECICLADO (kg) | $1x$ | $2y$ | 78 |
| PAPEL NORMAL (kg) | $3x$ | $2y$ | 138 |
| PRECIO (€) | 0,90 | 1 | |

Restricciones: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x + 2y \le 78 \\ 3x + 2y \le 138 \end{cases}$

La función objetivo es $F(x, y) = 0{,}90x + y$.

La región factible es la zona sombreada:




$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ x + 2y = 78 \end{array}\right\} A(0, 39)$

$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 78 \\ 3x + 2y = 138 \end{array}\right\} B(30, 24)$

$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 138 \\ y = 0 \end{array}\right\} C(46, 0)$

## Soluciones

La función objetivo se hace mínima en el vértice $B$:

$F(A) = F(0, 39) = 39$ $\quad$ $F(B) = F(30, 24) = 51$ $\quad$ $F(C) = F(46, 0) = 41,4$

Los ingresos máximos ascienden a 51 euros y se obtienen vendiendo 30 lotes del tipo $A$ y 24 lotes del tipo $B$.

**4 Una fábrica de tabletas de chocolate tiene almacenados 600 kilos de chocolate y 400 kilos de almendras. La fábrica produce dos tipos de tabletas *A* y *B*. Las del tipo *A* llevan 300 g de chocolate y 100 g de almendras, y se venden a 2 euros. Las del tipo *B* llevan 200 g de chocolate y 100 g de almendras, y se venden a 1,50 euros.**

**a) ¿Cuál es la cantidad óptima que debe fabricar de cada tipo para que los ingresos sean máximos?**

**b) Con la producción óptima, ¿cuánto sobra de chocolate y de almendras?**

***Resolución***

a) Llamamos: $x \to$ número de tabletas de tipo $A$

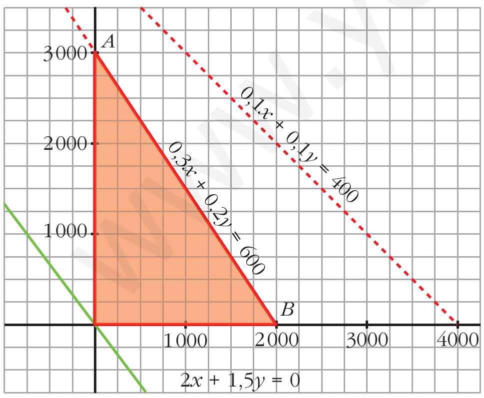
$y \to$ número de tabletas de tipo $B$

| | TABLETA *A* | TABLETA *B* | DISPONIBLE |
|---|---|---|---|
| CHOCOLATE (kg) | $0,3x$ | $0,2y$ | 600 |
| ALMENDRAS (kg) | $0,1x$ | $0,1y$ | 400 |
| PRECIO (€) | 2 | 1,5 | |

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0,3x + 0,2y \leq 600 \\ 0,1x + 0,1y \leq 400 \end{cases}$

La función objetivo es $F(x, y) = 2x + 1,5y$.

La región factible es la zona sombreada:




$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ 0,3x + 0,2y = 600 \end{array}\right\} A(3\,000, 0)$

$\left.\begin{array}{l} 0,3x + 0,2y = 600 \\ y = 0 \end{array}\right\} B(2\,000, 0)$

Para obtener el máximo sustituimos los vértices de la región factible en la función objetivo:

$F(A) = F(0, 3\,000) = 4\,500$ $\quad$ $F(B) = F(2\,000, 0) = 4\,000$

Para obtener unos ingresos máximos, 4 500 €, se han de fabricar 3 000 tabletas de chocolate del tipo $B$ y ninguna del tipo $A$.

b) Cantidad de chocolate que se utiliza: $3\,000 \cdot 0,2 = 600$ kg

Cantidad de almendras que se utiliza: $3\,000 \cdot 0,1 = 300$ kg

Por tanto, sobran 100 kg de almendras y no sobra nada de chocolate.

## Soluciones

**5** **En la remodelación de un centro de enseñanza se quiere habilitar un mínimo de 8 nuevas aulas, entre pequeñas (con capacidad para 60 alumnos) y grandes (con capacidad para 120). Como mucho, un 25% de las aulas podrán ser grandes. Además, el centro necesita que se habilite al menos 1 aula grande, y no más de 15 pequeñas.**

**a) ¿Qué combinaciones de aulas de cada tipo se pueden habilitar? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.**

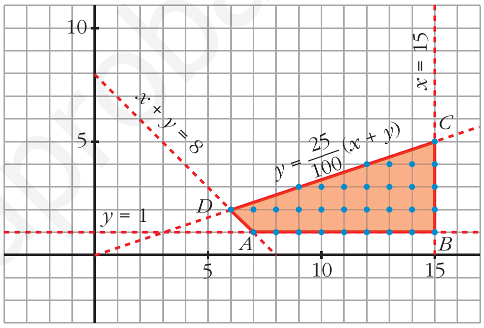
**b) ¿Cuál es el número mínimo de aulas pequeñas que se pueden habilitar? Si se quiere que la capacidad total conseguida con las aulas habilitadas sea lo mayor posible, ¿cuántas tendría que haber de cada tipo? ¿Cuántos alumnos cabrían en total?**

***Resolución***

a) Llamamos: $x \to$ número de aulas pequeñas habilitadas

$y \to$ número de aulas grandes habilitadas

Restricciones: $\begin{cases} x + y \geq 8 \\ y \leq \dfrac{25}{100}(x + y) \\ y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 15 \\ x \text{ e } y \text{ enteros} \end{cases}$

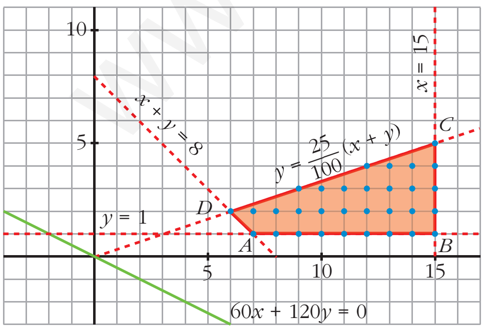



Las combinaciones de aulas que se pueden habilitar son los puntos formados por números enteros que se encuentran en la zona sombreada, incluidos los bordes.

b) El número mínimo de aulas pequeñas que se pueden habilitar es 6.

Si se quiere que la capacidad total conseguida con las aulas habilitadas sea lo mayor posible, hay que maximizar la función $F(x, y) = 60x + 120y$.

El máximo se alcanza en uno de los vértices de la región factible:




$\left.\begin{array}{l} x + y = 8 \\ y = 1 \end{array}\right\} A(7, 1)$ $\qquad B(15, 1)$

$\left.\begin{array}{l} y \leq \dfrac{25}{100}(x + y) \\ x = 15 \end{array}\right\} C(15, 5)$

$\left.\begin{array}{l} y \leq \dfrac{25}{100}(x + y) \\ x + y = 8 \end{array}\right\} D(6, 2)$

$F(A) = F(7, 1) = 540 \qquad F(B) = F(15, 1) = 1\,020$

$F(C) = F(15, 5) = 1\,500 \qquad F(D) = F(6, 2) = 600$

El máximo de alumnos que cabrían en total es de 1 500, habilitando 15 aulas pequeñas y 5 grandes.

www.yoquieroaprobar.es

## Soluciones

**6** **Una fábrica de conservas recibe el encargo de preparar dos tipos de lotes de fruta en almíbar. Dispone, para ello, de 7 500 botes de melocotón, 6 000 botes de piña y 6 000 botes de pera. Los lotes de tipo *A* están formados por 2 botes de melocotón, 2 botes de piña y 2 botes de pera, y se venden a 20 euros. Los de tipo *B*, están formados por 3 botes de melocotón, 2 botes de piña y 1 bote de pera, y se venden a 25 euros. Plantea y resuelve el problema de programación lineal que nos proporciona el número de lotes de cada tipo que debe producir la fábrica para que los ingresos sean máximos.**

***Resolución***

Llamamos: $x \to$ número de lotes del tipo $A$

$y \to$ número de lotes del tipo $B$

| | LOTE TIPO *A* | LOTE TIPO *B* | DISPONIBLE |
|---|---|---|---|
| MELOCOTÓN (botes) | $2x$ | $3y$ | 7 500 |
| PIÑA (botes) | $2x$ | $2y$ | 6 000 |
| PERA (botes) | $2x$ | $1y$ | 6 000 |
| PRECIO (€) | 20 | 25 | |

Restricciones: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 2x + 3y \le 7\,500 \\ 2x + 2y \le 6\,000 \\ 2x + y \le 6\,000 \end{cases}$ La función objetivo es $F(x, y) = 20x + 25y$.

La región factible es la zona sombreada:


$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x + 3y = 7\,500 \end{array}\right\} A(0,\ 2\,500)$

$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7\,500 \\ 2x + 2y = 6\,000 \end{array}\right\} B(1\,500,\ 1\,500)$

$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 6\,000 \\ y = 0 \end{array}\right\} C(3\,000,\ 0)$

$F(A) = F(0,\ 2\,500) = 62\,500$

$F(B) = F(1\,500,\ 1\,500) = 67\,500$

$F(C) = F(3\,000,\ 0) = 60\,000$

Para que los ingresos sean máximos, 67 500 €, la fábrica debe producir 1 500 lotes de cada tipo.

**7** **Los alumnos de un instituto disponen de 300 camisetas, 400 lápices y 600 bolígrafos para financiarse un viaje. Tienen la intención de vender dos tipos de lotes: el lote *A* consta de 1 camiseta, 3 lápices y 2 bolígrafos, y cuesta 9 €. El lote *B* consta de 1 camiseta, 2 lápices y 4 bolígrafos, y cuesta 11 €. Calcula cuántos lotes de cada tipo han de vender para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende este beneficio máximo.**

***Resolución***

Llamamos: $x \to$ número de lotes del tipo $A$

$y \to$ número de lotes del tipo $B$

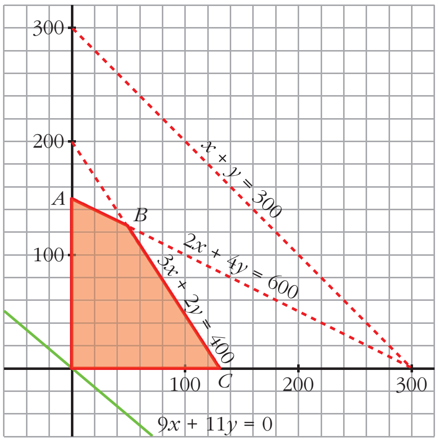
| | LOTE TIPO *A* | LOTE TIPO *B* | DISPONIBLE |
|---|---|---|---|
| CAMISETAS | $1x$ | $1y$ | 300 |
| LÁPICES | $3x$ | $2y$ | 400 |
| BOLÍGRAFOS | $2x$ | $4y$ | 600 |
| PRECIO (€) | 9 | 11 | |

www.yoquieroaprobar.es

## Soluciones

Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 300 \\ 3x + 2y \leq 400 \\ 2x + 4y \leq 600 \end{cases}$ La función objetivo es $F(x, y) = 9x + 11y$.

La región factible es la zona sombreada:




$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x + 4y = 600 \end{array}\right\} A(0, 150)$

$\left.\begin{array}{l} 2x + 4y = 600 \\ 3x + 2y = 400 \end{array}\right\} B(50, 125)$

$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 400 \\ y = 0 \end{array}\right\} C\left(\frac{400}{3}, 0\right)$

$F(A) = F(0, 150) = 1\,650$ $F(B) = F(50, 125) = 1\,825$

$F(C) = F(400/3, 0) = 1\,200$

Los alumnos pueden obtener un beneficio máximo de 1 825 € vendiendo 50 lotes del tipo *A* y 125 del tipo *B*.

**8** **Un fabricante comercializa 2 modelos de pantalón vaquero: uno para mujer, que le proporciona un beneficio de 12 euros por unidad, y otro para hombre, con un beneficio unitario de 20 euros. El próximo mes desea fabricar entre 50 y 750 pantalones para mujer y siempre un número no inferior al que fabrica para hombre. Además, no tiene posibilidades de fabricar mensualmente más de 1 000 unidades en total.**

**a) Plantea un programa lineal que permita calcular el número de unidades que ha de fabricar de cada modelo para maximizar el beneficio total.**

**b) Resolviendo el programa anterior, di cuál es el máximo beneficio y cuántas unidades de cada modelo ha de comercializar.**

**c) Resuelve nuevamente el apartado anterior considerando que el beneficio unitario es de 15 euros para cada uno de los modelos.**

**NOTA: No es necesario considerar que las cantidades fabricadas sean números enteros.**

***Resolución***

a) Llamamos: $x \rightarrow$ número de pantalones para mujer

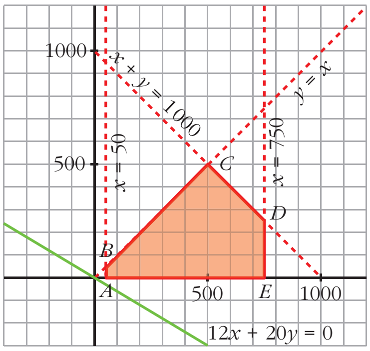
$y \rightarrow$ número de pantalones para hombre

Restricciones: $\begin{cases} 50 \leq x \leq 750 \\ x \geq y \\ x + y \leq 1\,000 \end{cases}$ Función objetivo: $F(x, y) = 12x + 20y$

www.yoquieroaprobar.es

## Soluciones

b) La región factible es la zona sombreada:




$A(50, 0)$

$\left.\begin{array}{l} x = 50 \\ y = x \end{array}\right\} B(50, 50)$

$\left.\begin{array}{l} y = x \\ x + y = 1\,000 \end{array}\right\} C(500, 500)$

$\left.\begin{array}{l} x + y = 1\,000 \\ x = 750 \end{array}\right\} D(750, 250)$ $\quad E(750, 0)$

$F(A) = F(50, 0) = 600$ $\qquad F(B) = F(50, 50) = 1\,600$

$F(C) = F(500, 500) = 16\,000$ $\qquad F(D) = F(750, 250) = 14\,000$

$F(E) = F(750, 0) = 9\,000$

El beneficio máximo es de 16 000 euros y se consigue comercializando 500 pantalones de cada tipo.

c) La función objetivo es ahora $G(x, y) = 15x + 15y$.

$G(A) = G(50, 0) = 750$ $\qquad G(B) = G(50, 50) = 1\,500$ $\qquad G(C) = G(500, 500) = 15\,000$

$G(D) = G(750, 250) = 15\,000$ $\qquad G(E) = G(750, 0) = 11\,250$

En este caso, el beneficio máximo es de 15 000 euros y se obtiene comercializando cualquier cantidad de pantalones correspondiente a los puntos enteros del segmento $CD$.

**9** **En una tienda naturista preparan dos tipos de paquetes de vinagre, *A* y *B*.**

**Cada paquete del tipo *A* contiene 2 botellas de vinagre de vino y 4 botellas de vinagre de manzana, y cada paquete del tipo *B* contiene 3 botellas de vinagre de vino y 2 botellas de vinagre de manzana. Con cada paquete del tipo *A* obtienen un beneficio de 3 €, y con cada paquete del tipo *B*, uno de 2 €. Disponen de 800 botellas de vinagre de vino y de 1 000 botellas de vinagre de manzana.**

**a) ¿Cuántos paquetes de cada tipo han de preparar para poder obtener un beneficio máximo?**

**b) ¿Cuál es este beneficio máximo?**

***Resolución***

Llamamos: $x \rightarrow$ número de paquetes de tipo $A$

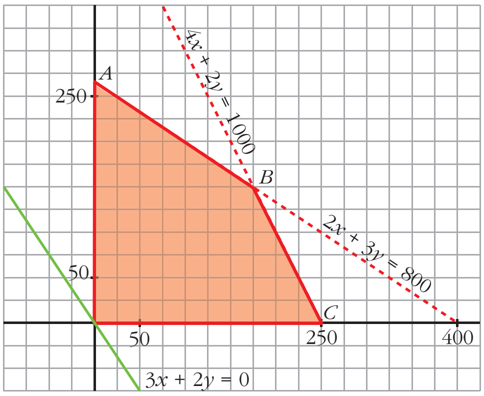
$y \rightarrow$ número de paquetes de tipo $B$

| | PAQUETE *A* | PAQUETE *B* | DISPONIBILIDAD |
|---|---|---|---|
| VINAGRE DE VINO | $2x$ | $3y$ | 800 |
| VINAGRE DE MANZANA | $4x$ | $2y$ | 1 000 |
| BENEFICIO (€) | 3 | 2 | |

a) Restricciones: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 800 \\ 4x + 2y \leq 1\,000 \end{cases}$ $\qquad$ Función objetivo: $F(x, y) = 3x + 2y$

## Soluciones

La región factible es la zona sombreada:




$$\left.\begin{aligned} x &= 0 \\ 2x + 3y &= 800 \end{aligned}\right\} A\left(0, \frac{800}{3}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 800 \\ 4x + 2y &= 1\,000 \end{aligned}\right\} B(175, 150)$$

$$\left.\begin{aligned} 4x + 2y &= 1\,000 \\ y &= 0 \end{aligned}\right\} C(250, 0)$$

$F(A) = F(0, 800/3) = 533{,}\overset{\frown}{3}$

$F(B) = F(175, 150) = 825$

$F(C) = F(250, 0) = 750$

Se han de preparar 175 paquetes del tipo $A$ y 150 paquetes del tipo $B$.

b) El beneficio máximo es de 825 €.

www.yoquieroaprobar.es