

EJERCICIOS SOBRE OPERACIONES CON MATRICES

Índice

A. Operaciones básicas con matrices

1. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 18 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 19 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:**

$$AB = \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 4 & 4 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 20 \\ 11 & 4 & 20 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:**

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 102 & 31 & 13 \\ 14 & 28 & 6 \\ 30 & 91 & 23 \end{pmatrix},$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:**

$$AC = \begin{pmatrix} 94 & 40 & 22 \\ 16 & 27 & 8 \\ 48 & 75 & 40 \end{pmatrix}$$

f) CA

Solución:

$$CA = \begin{pmatrix} 94 & 50 & 14 \\ 23 & 44 & 7 \\ 39 & 76 & 23 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$

Solución:

$$(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 19 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 3 & 37 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 379 & 183 & 75 \\ 81 & 145 & 33 \\ 177 & 305 & 129 \end{pmatrix}$$

h) $A^2 + 2AC + C^2$

Solución:

$$A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 379 & 173 & 83 \\ 74 & 128 & 34 \\ 186 & 304 & 146 \end{pmatrix}$$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 379 & 183 & 75 \\ 81 & 145 & 33 \\ 177 & 305 & 129 \end{pmatrix}$$

2. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 16 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 2 & 17 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:**

$$AB = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 7 \\ 18 & 19 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 18 \\ 11 & 7 & 19 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:**

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 83 & 28 & 13 \\ 14 & 42 & 11 \\ 27 & 81 & 37 \end{pmatrix},$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:**

$$AC = \begin{pmatrix} 76 & 36 & 21 \\ 17 & 42 & 12 \\ 43 & 67 & 52 \end{pmatrix}$$

f) CA

Solución:

$$CA = \begin{pmatrix} 76 & 45 & 15 \\ 22 & 56 & 11 \\ 35 & 68 & 38 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$

Solución:

$$(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 5 \\ 3 & 33 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 307 & 165 & 75 \\ 81 & 199 & 49 \\ 159 & 273 & 183 \end{pmatrix}$$

h) $A^2 + 2AC + C^2$

Solución:

$$A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 307 & 156 & 81 \\ 76 & 185 & 50 \\ 167 & 272 & 197 \end{pmatrix}$$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 307 & 165 & 75 \\ 81 & 199 & 49 \\ 159 & 273 & 183 \end{pmatrix}$$

3. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 14 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 15 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:**

$$AB = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ 6 & 12 \\ 16 & 18 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 16 \\ 11 & 12 & 18 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:**

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 66 & 25 & 13 \\ 14 & 52 & 16 \\ 24 & 71 & 47 \end{pmatrix},$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:**

$$AC = \begin{pmatrix} 60 & 32 & 20 \\ 18 & 53 & 16 \\ 38 & 59 & 60 \end{pmatrix}$$

f) CA **Solución:**

$$CA = \begin{pmatrix} 60 & 40 & 16 \\ 21 & 64 & 15 \\ 31 & 60 & 49 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$ **Solución:**

$$(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 3 & 29 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 243 & 147 & 75 \\ 81 & 237 & 65 \\ 141 & 241 & 221 \end{pmatrix}$$

h) $A^2 + 2AC + C^2$ **Solución:**

$$A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 243 & 139 & 79 \\ 78 & 226 & 66 \\ 148 & 240 & 232 \end{pmatrix}$$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$ **Solución:**Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 243 & 147 & 75 \\ 81 & 237 & 65 \\ 141 & 241 & 221 \end{pmatrix}$$

4. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 12 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \\ 3 & 13 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:**

$$AB = \begin{pmatrix} 17 & 14 \\ 14 & 25 \\ 29 & 30 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 17 & 14 & 29 \\ 14 & 25 & 30 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:**

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 53 & 36 & 17 \\ 20 & 75 & 29 \\ 30 & 88 & 54 \end{pmatrix},$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:**

$$AC = \begin{pmatrix} 49 & 41 & 24 \\ 27 & 75 & 30 \\ 41 & 79 & 66 \end{pmatrix}$$

f) CA

Solución:

$$CA = \begin{pmatrix} 49 & 50 & 21 \\ 27 & 84 & 27 \\ 35 & 82 & 57 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$

Solución:

$$(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 13 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 9 \\ 5 & 25 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 199 & 185 & 93 \\ 111 & 321 & 117 \\ 155 & 325 & 249 \end{pmatrix}$$

h) $A^2 + 2AC + C^2$

Solución:

$$A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 199 & 176 & 96 \\ 111 & 312 & 120 \\ 161 & 322 & 258 \end{pmatrix}$$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 199 & 185 & 93 \\ 111 & 321 & 117 \\ 155 & 325 & 249 \end{pmatrix}$$

5. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 10 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 11 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:**

$$AB = \begin{pmatrix} 15 & 14 \\ 15 & 34 \\ 25 & 27 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 15 & 15 & 25 \\ 14 & 34 & 27 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:**

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 40 & 32 & 18 \\ 21 & 77 & 36 \\ 26 & 74 & 56 \end{pmatrix},$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:**

$$AC = \begin{pmatrix} 37 & 36 & 24 \\ 29 & 78 & 36 \\ 35 & 67 & 66 \end{pmatrix}$$

f) CA

Solución:

$$CA = \begin{pmatrix} 37 & 44 & 23 \\ 27 & 84 & 33 \\ 30 & 70 & 60 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$

Solución:

$$(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 11 \\ 5 & 21 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 151 & 163 & 97 \\ 115 & 327 & 141 \\ 133 & 277 & 255 \end{pmatrix}$$

h) $A^2 + 2AC + C^2$

Solución:

$$A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 151 & 155 & 98 \\ 117 & 321 & 144 \\ 138 & 274 & 261 \end{pmatrix}$$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 151 & 163 & 97 \\ 115 & 327 & 141 \\ 133 & 277 & 255 \end{pmatrix}$$

6. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \\ 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:**

$$AB = \begin{pmatrix} 13 & 14 \\ 16 & 45 \\ 21 & 24 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 13 & 16 & 21 \\ 14 & 45 & 24 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:**

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 29 & 28 & 19 \\ 22 & 75 & 43 \\ 22 & 60 & 54 \end{pmatrix},$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:**

$$AC = \begin{pmatrix} 27 & 31 & 24 \\ 31 & 77 & 42 \\ 29 & 55 & 62 \end{pmatrix}$$

f) CA **Solución:**

$$CA = \begin{pmatrix} 27 & 38 & 25 \\ 27 & 80 & 39 \\ 25 & 58 & 59 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$ **Solución:**

$$(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 13 \\ 5 & 17 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 111 & 141 & 101 \\ 119 & 317 & 165 \\ 111 & 229 & 245 \end{pmatrix}$$

h) $A^2 + 2AC + C^2$ **Solución:**

$$A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 111 & 134 & 100 \\ 123 & 314 & 168 \\ 115 & 226 & 248 \end{pmatrix}$$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$ **Solución:**

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 111 & 141 & 101 \\ 119 & 317 & 165 \\ 111 & 229 & 245 \end{pmatrix}$$

B. Cálculo de determinantes

7. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 18 & 5 & 7 & 8 \\ 18 & 3 & 4 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 9 & 2 & 2 \\ 27 & 7 & 7 \\ 18 & 5 & 4 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 9 & 2 & 2 \\ 28 & 8 & 8 \\ 18 & 5 & 4 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 19 & 5 & 7 & 8 \\ 18 & 4 & 4 & 4 \\ 9 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 9, (b) \quad -9, (c) \quad -16 (d) \quad -46$$

8. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 16 & 5 & 7 & 10 \\ 16 & 3 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 3 \\ 24 & 7 & 11 \\ 16 & 5 & 6 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 3 \\ 25 & 8 & 12 \\ 16 & 5 & 6 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 17 & 5 & 7 & 10 \\ 16 & 4 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 8, (b) \quad -16, (c) \quad -21 (d) \quad -53$$

9. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 14 & 5 & 7 & 12 \\ 14 & 3 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 21 & 7 & 15 \\ 14 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 22 & 8 & 16 \\ 14 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 15 & 5 & 7 & 12 \\ 14 & 4 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 7, (b) \quad -21, (c) \quad -24 (d) \quad -56$$

10. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 12 & 8 & 7 & 14 \\ 12 & 4 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 18 & 10 & 19 \\ 12 & 7 & 10 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 19 & 11 & 20 \\ 12 & 7 & 10 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 13 & 8 & 7 & 14 \\ 12 & 5 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 12, (b) \quad -24, (c) \quad -25 (d) \quad -90$$

11. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 10 & 8 & 7 & 16 \\ 10 & 4 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 8 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 15 & 10 & 23 \\ 10 & 7 & 12 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 16 & 11 & 24 \\ 10 & 7 & 12 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 11 & 8 & 7 & 16 \\ 10 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 10, (b) \quad -25, (c) \quad -24 (d) \quad -84$$

12. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 8 & 8 & 7 & 18 \\ 8 & 4 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 9 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 12 & 10 & 27 \\ 8 & 7 & 14 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 13 & 11 & 28 \\ 8 & 7 & 14 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 & 18 \\ 8 & 5 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 8, (b) \quad -24, (c) \quad -21 (d) \quad -72$$

13. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 8 & 7 & 20 \\ 6 & 4 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 9 & 10 & 31 \\ 6 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 10 & 11 & 32 \\ 6 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 7 & 8 & 7 & 20 \\ 6 & 5 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 6, (b) \quad -21, (c) \quad -16 (d) \quad -54$$

14. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 7 & 22 \\ 4 & 4 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 11 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 6 & 10 & 35 \\ 4 & 7 & 18 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 7 & 11 & 36 \\ 4 & 7 & 18 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 7 & 22 \\ 4 & 5 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 11 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 4, (b) \quad -16, (c) \quad -9 (d) \quad -30$$

15. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 7 & 24 \\ 2 & 4 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 3 & 10 & 39 \\ 2 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 4 & 11 & 40 \\ 2 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 3 & 8 & 7 & 24 \\ 2 & 5 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 2, (b) \quad -9, (c) \quad 0 (d) \quad 0$$

16. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 18 & 5 & 9 & 8 \\ 18 & 3 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 27 & 11 & 7 \\ 18 & 8 & 4 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 28 & 12 & 8 \\ 18 & 8 & 4 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 19 & 5 & 9 & 8 \\ 18 & 4 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 18, (b) \quad -18, (c) \quad -32 (d) \quad -39$$

17. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 16 & 5 & 7 & 11 \\ 16 & 3 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 24 & 7 & 14 \\ 16 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 25 & 8 & 15 \\ 16 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 17 & 5 & 7 & 11 \\ 16 & 4 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 16, (b) \quad -16, (c) \quad -20 (d) \quad -81$$

18. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 14 & 5 & 7 & 14 \\ 14 & 3 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 21 & 7 & 21 \\ 14 & 5 & 12 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 22 & 8 & 22 \\ 14 & 5 & 12 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 15 & 5 & 7 & 14 \\ 14 & 4 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 21, (b) \quad -21, (c) \quad -22 (d) \quad -104$$

19. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 12 & 8 & 7 & 17 \\ 12 & 4 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 8 \\ 18 & 10 & 28 \\ 12 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 8 \\ 19 & 11 & 29 \\ 12 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 13 & 8 & 7 & 17 \\ 12 & 5 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 48, (b) \quad -24, (c) \quad -22 (d) \quad -180$$

20. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 10 & 8 & 7 & 20 \\ 10 & 4 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 10 \\ 15 & 10 & 35 \\ 10 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 10 \\ 16 & 11 & 36 \\ 10 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 11 & 8 & 7 & 20 \\ 10 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 50, (b) \quad -25, (c) \quad -20 (d) \quad -180$$

21. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 8 & 8 & 7 & 23 \\ 8 & 4 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 14 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 12 \\ 12 & 10 & 42 \\ 8 & 7 & 24 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 12 \\ 13 & 11 & 43 \\ 8 & 7 & 24 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 & 23 \\ 8 & 5 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 14 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 48, (b) \quad -24, (c) \quad -16 (d) \quad -162$$

22. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 8 & 7 & 26 \\ 6 & 4 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 16 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 14 \\ 9 & 10 & 49 \\ 6 & 7 & 28 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 14 \\ 10 & 11 & 50 \\ 6 & 7 & 28 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 7 & 8 & 7 & 26 \\ 6 & 5 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 16 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 42, (b) \quad -21, (c) \quad -10 (d) \quad -126$$

23. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 7 & 29 \\ 4 & 4 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 18 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 16 \\ 6 & 10 & 56 \\ 4 & 7 & 32 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 16 \\ 7 & 11 & 57 \\ 4 & 7 & 32 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 7 & 29 \\ 4 & 5 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 18 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 32, (b) \quad -16, (c) \quad -2 (d) \quad -72$$

24. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 7 & 32 \\ 2 & 4 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 20 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 18 \\ 3 & 10 & 63 \\ 2 & 7 & 36 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 18 \\ 4 & 11 & 64 \\ 2 & 7 & 36 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 3 & 8 & 7 & 32 \\ 2 & 5 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 20 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 18, (b) \quad -9, (c) \quad 8 (d) \quad 0$$

25. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 18 & 8 & 9 & 8 \\ 18 & 4 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 4 & 4 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 27 & 14 & 7 \\ 18 & 10 & 4 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 28 & 15 & 8 \\ 18 & 10 & 4 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 19 & 8 & 9 & 8 \\ 18 & 5 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 36, (b) \quad -18, (c) \quad -32 (d) \quad -56$$

26. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 16 & 8 & 9 & 11 \\ 16 & 4 & 5 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 24 & 14 & 14 \\ 16 & 10 & 8 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 25 & 15 & 15 \\ 16 & 10 & 8 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 17 & 8 & 9 & 11 \\ 16 & 5 & 5 & 5 \\ 8 & 1 & 2 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 64, (b) \quad -32, (c) \quad -40 (d) \quad -105$$

27. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 14 & 8 & 9 & 14 \\ 14 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 4 & 8 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 21 & 14 & 21 \\ 14 & 10 & 12 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 22 & 15 & 22 \\ 14 & 10 & 12 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 15 & 8 & 9 & 14 \\ 14 & 5 & 5 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 84, (b) \quad -42, (c) \quad -44 (d) \quad -138$$

28. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 12 & 8 & 9 & 17 \\ 12 & 4 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 4 & 10 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 18 & 14 & 28 \\ 12 & 10 & 16 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 19 & 15 & 29 \\ 12 & 10 & 16 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 13 & 8 & 9 & 17 \\ 12 & 5 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 4 & 10 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 96, (b) \quad -48, (c) \quad -44 (d) \quad -155$$

29. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 10 & 8 & 9 & 20 \\ 10 & 4 & 5 & 8 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 12 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 10 \\ 15 & 14 & 35 \\ 10 & 10 & 20 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 10 \\ 16 & 15 & 36 \\ 10 & 10 & 20 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 11 & 8 & 9 & 20 \\ 10 & 5 & 5 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 12 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 100, (b) \quad -50, (c) \quad -40 (d) \quad -156$$

30. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 8 & 8 & 9 & 23 \\ 8 & 4 & 5 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & 14 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 12 \\ 12 & 14 & 42 \\ 8 & 10 & 24 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 12 \\ 13 & 15 & 43 \\ 8 & 10 & 24 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 9 & 8 & 9 & 23 \\ 8 & 5 & 5 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & 14 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 96, (b) \quad -48, (c) \quad -32 (d) \quad -141$$

31. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 8 & 9 & 26 \\ 6 & 4 & 5 & 10 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 16 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 14 \\ 9 & 14 & 49 \\ 6 & 10 & 28 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 14 \\ 10 & 15 & 50 \\ 6 & 10 & 28 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 & 26 \\ 6 & 5 & 5 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 16 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 84, (b) \quad -42, (c) \quad -20 (d) \quad -110$$

32. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 9 & 29 \\ 4 & 4 & 5 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 18 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 16 \\ 6 & 14 & 56 \\ 4 & 10 & 32 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 16 \\ 7 & 15 & 57 \\ 4 & 10 & 32 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 9 & 29 \\ 4 & 5 & 5 & 11 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 18 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 64, (b) \quad -32, (c) \quad -4 (d) \quad -63$$

33. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 9 & 32 \\ 2 & 4 & 5 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 20 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 18 \\ 3 & 14 & 63 \\ 2 & 10 & 36 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 18 \\ 4 & 15 & 64 \\ 2 & 10 & 36 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 3 & 8 & 9 & 32 \\ 2 & 5 & 5 & 12 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 20 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 36, (b) \quad -18, (c) \quad 16 (d) \quad 0$$

34. Demuestra, usando las propiedades de los determinantes, que

$$\begin{vmatrix} 2a & 3b+2 & 2c+5 & 2e+d+5 \\ 2a & b+2 & 2c+3 & e+3 \\ a & 1 & 1 & 1 \\ a & b+1 & c+2 & d+e+2 \end{vmatrix} = abcd.$$

35. Demuestra, usando las propiedades de los determinantes, que

$$\begin{vmatrix} a & b+c & d+e \\ 3a & 3b+4c & 3d+4e \\ 2a & 2b+3c & 2d+2e \end{vmatrix} = -ace$$

C. Cálculo de la inversa de una matriz

$$36. \text{ Calcula la inversa de } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ y comprueba que es: } \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$37. \text{ Calcula la inversa de la matriz } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ y comprueba que el resultado es } \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$38. \text{ Calcula la inversa de } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ y comprueba que es: } \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$39. \text{ Calcula la inversa de la matriz } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ y comprueba que el resultado es } \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

40. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & -2 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

41. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 5 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -5 \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

42. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 6 & 9 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 6 & -1 & 0 & -3 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

43. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

44. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 11 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 0 & -4 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

45. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 7 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -9 \\ 3 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

46. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 13 \\ 1 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 0 & -5 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

47. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 6 & 2 & -11 \\ 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

48. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 6 & 15 \\ 1 & 2 & 5 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 9 & -1 & 0 & -6 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

49. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 9 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 8 & 2 & -13 \\ 5 & 1 & -7 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

50. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 2 & 3 & 6 & 17 \\ 1 & 2 & 5 & 10 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 10 & -1 & 0 & -7 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

51. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 10 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 10 & 2 & -15 \\ 6 & 1 & -8 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

52. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 3 & 6 & 19 \\ 1 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 10 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 11 & -1 & 0 & -8 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

53. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 11 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 12 & 2 & -17 \\ 7 & 1 & -9 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

54. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

55. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -5 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

56. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

57. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

58. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

59. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 7 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

60. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

61. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

62. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 12 \\ 1 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 6 & -1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

63. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 9 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -8 \\ 3 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

64. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 14 \\ 1 & 2 & 5 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 0 & -4 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

65. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 10 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -10 \\ 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

66. Calcula la inversa de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & c & d & f \\ 2 & 2c+1 & 2d+b & 2f+e \\ 1 & c+1 & d+b+1 & f+e+a \\ 1 & c & d & f+1 \end{pmatrix}$$

y comprueba que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} f - ce - ad - d + abc + bc + 2c + 1 & d - bc - c & -(d - bc) & -(f - ce - ad + abc) \\ e - ab - b - 2 & b + 1 & -b & -(e - ab) \\ a + 1 & -1 & 1 & -a \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

67. Calcula la inversa de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & a & b \\ -2 & 2a+1 & c+2b \\ -1 & a & b+1 \end{pmatrix}$$

y comprueba que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} ac - b - 2a - 1 & a & -(ac - b) \\ c - 2 & 1 & -c \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D. Diagonalización de matrices

68. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 2)^2(x - 1), \quad m(2) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 2I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_2 = \dim V_S = m(2) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$\begin{aligned}v_1 &= (3, 1, 1)_\beta = 3u_1 + 1u_2 + 1u_3 = (5, 4, 3) \\v_2 &= (-1, 1, -1)_\beta = (-1, 0, -1) \\v_3 &= (-1, -1, 1)_\beta = (-1, -2, -1)\end{aligned}$$

69. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 3)^2(x - 1), \quad m(3) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 3I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_3 = \dim V_S = m(3) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$\begin{aligned}v_1 &= (5, 2, 2)_\beta = 5u_1 + 2u_2 + 2u_3 = (9, 7, 5) \\v_2 &= (-2, 1, -2)_\beta = (-3, -1, -2) \\v_3 &= (-2, -2, 1)_\beta = (-3, -4, -2)\end{aligned}$$

70. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -3 \\ 3 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 4)^2(x - 1), \quad m(4) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 4I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_4 = \dim V_S = m(4) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (7, 3, 3)_\beta = 7u_1 + 3u_2 + 3u_3 = (13, 10, 7)$$

$$v_2 = (-3, 1, -3)_\beta = (-5, -2, -3)$$

$$v_3 = (-3, -3, 1)_\beta = (-5, -6, -3)$$

71. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 9 & -4 & -4 \\ 4 & 1 & -4 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 5)^2(x - 1), \quad m(5) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 5I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_5 = \dim V_S = m(5) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (9, 4, 4)_\beta = 9u_1 + 4u_2 + 4u_3 = (17, 13, 9)$$

$$v_2 = (-4, 1, -4)_\beta = (-7, -3, -4)$$

$$v_3 = (-4, -4, 1)_\beta = (-7, -8, -4)$$

72. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 11 & -5 & -5 \\ 5 & 1 & -5 \\ 5 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 6)^2(x - 1), \quad m(6) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 6I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_6 = \dim V_S = m(6) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 1$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (11, 5, 5)_\beta = 11u_1 + 5u_2 + 5u_3 = (21, 16, 11)$$

$$v_2 = (-5, 1, -5)_\beta = (-9, -4, -5)$$

$$v_3 = (-5, -5, 1)_\beta = (-9, -10, -5)$$

73. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 13 & -6 & -6 \\ 6 & 1 & -6 \\ 6 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 7)^2(x - 1), \quad m(7) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 7I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_7 = \dim V_S = m(7) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 1$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$\begin{aligned}v_1 &= (13, 6, 6)_\beta = 13u_1 + 6u_2 + 6u_3 = (25, 19, 13) \\v_2 &= (-6, 1, -6)_\beta = (-11, -5, -6) \\v_3 &= (-6, -6, 1)_\beta = (-11, -12, -6)\end{aligned}$$

74. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 15 & -7 & -7 \\ 7 & 1 & -7 \\ 7 & -7 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 8)^2(x - 1), \quad m(8) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 8I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_8 = \dim V_S = m(8) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 1$.

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$\begin{aligned}v_1 &= (15, 7, 7)_\beta = 15u_1 + 7u_2 + 7u_3 = (29, 22, 15) \\v_2 &= (-7, 1, -7)_\beta = (-13, -6, -7) \\v_3 &= (-7, -7, 1)_\beta = (-13, -14, -7)\end{aligned}$$

75. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 17 & -8 & -8 \\ 8 & 1 & -8 \\ 8 & -8 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 9)^2(x - 1), \quad m(9) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 9I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_9 = \dim V_S = m(9) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (17, 8, 8)_\beta = 17u_1 + 8u_2 + 8u_3 = (33, 25, 17)$$

$$v_2 = (-8, 1, -8)_\beta = (-15, -7, -8)$$

$$v_3 = (-8, -8, 1)_\beta = (-15, -16, -8)$$

76. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 19 & -9 & -9 \\ 9 & 1 & -9 \\ 9 & -9 & 1 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 10)^2(x - 1), \quad m(10) = 2 \quad m(1) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 10I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 1I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_{10} = \dim V_S = m(10) = 2$ y $\dim V_1 = \dim V_T = m(1) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (19, 9, 9)_\beta = 19u_1 + 9u_2 + 9u_3 = (37, 28, 19)$$

$$v_2 = (-9, 1, -9)_\beta = (-17, -8, -9)$$

$$v_3 = (-9, -9, 1)_\beta = (-17, -18, -9)$$

77. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 3)^2(x - 2), \quad m(3) = 2 \quad m(2) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 3I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 2I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_3 = \dim V_S = m(3) = 2$ y $\dim V_2 = \dim V_T = m(2) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (4, 1, 1)_\beta = 4u_1 + 1u_2 + 1u_3 = (6, 5, 4)$$

$$v_2 = (-1, 2, -1)_\beta = (0, 1, -1)$$

$$v_3 = (-1, -1, 2)_\beta = (0, -2, -1)$$

78. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 4)^2(x - 2), \quad m(4) = 2 \quad m(2) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 4I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 2I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_4 = \dim V_S = m(4) = 2$ y $\dim V_2 = \dim V_T = m(2) = 2$

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (6, 2, 2)_\beta = 6u_1 + 2u_2 + 2u_3 = (10, 8, 6)$$

$$v_2 = (-2, 2, -2)_\beta = (-2, 0, -2)$$

$$v_3 = (-2, -2, 2)_\beta = (-2, -4, -2)$$

79. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ 3 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 5)^2(x - 2), \quad m(5) = 2 \quad m(2) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 5I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 2I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_5 = \dim V_S = m(5) = 2$ y $\dim V_2 = \dim V_T = m(2) = 1$.

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (8, 3, 3)_\beta = 8u_1 + 3u_2 + 3u_3 = (14, 11, 8)$$

$$v_2 = (-3, 2, -3)_\beta = (-4, -1, -3)$$

$$v_3 = (-3, -3, 2)_\beta = (-4, -6, -3)$$

80. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 10 & -4 & -4 \\ 4 & 2 & -4 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ se pide responder a las siguientes preguntas:

a) Calcula el polinomio característico de A y sus raíces dando las multiplicidades.

Solución:

$$p_A(x) = (x - 6)^2(x - 2), \quad m(6) = 2 \quad m(2) = 1.$$

b) Calcula una base del espacio vectorial $S = \{(x, y, z) : (A - 6I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_S = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}.$$

c) Calcula una base del espacio vectorial $T = \{(x, y, z) : (A - 2I_3)(x, y, z)^t = (0, 0, 0)^t\}$.

Solución:

$$\beta_T = \{(1, 1, 1)\}.$$

d) Justifica si la matriz A es diagonalizable y caso de serlo da la matriz diagonal y de paso.

Solución:

La matriz es diagonalizable porque $\dim V_6 = \dim V_S = m(6) = 2$ y $\dim V_2 = \dim V_T = m(2) = 1$.

e) Sean las bases $\beta = \{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 0, 0)\}$ y $\beta' = \{v_1, v_2, v_3\}$. Se sabe que $M_{\beta\beta'} = A$ y se pide que des las coordenadas de los vectores de β' respecto de la base canónica.

Solución:

Usando la definición de la matriz $M_{\beta\beta'}$ tenemos que:

$$v_1 = (10, 4, 4)_\beta = 10u_1 + 4u_2 + 4u_3 = (18, 14, 10)$$

$$v_2 = (-4, 2, -4)_\beta = (-6, -2, -4)$$

$$v_3 = (-4, -4, 2)_\beta = (-6, -8, -4)$$

www.yoquieroaprobar.es