En una clase hay 12 alumnos y 16 alumnas. El profesor saca consecutivamente a 4, diferentes, a la pizarra. Se Pide hallar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean alumnas?
b) Siendo la primera alumna, ¿cuál es la probabilidad de que sean alternativamente una alumna y un alumno?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que sean dos alumnos y dos alumnas?

Es una extracción sin emplazamiento pues no puede volver a sacar un alumno o alumna dos veces.

a) El suceso "todos son alumnas" lo podemos escribir AAAA.

Si representamos por A_i el suceso "la i-ésima persona sacada es una alumna", AAAA = $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$

$$p(AAAA)=p(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)=p(A_1)\cdot p(A_2/A_1)\cdot p(A_3/A_1 \cap A_2)\cdot p(A_4/A_1 \cap A_2 \cap A_3)=\frac{16}{28}\cdot\frac{15}{27}\cdot\frac{14}{26}\cdot\frac{13}{25}=\frac{4}{45}$$

b) Podemos encontrar el enunciado un poco confuso, pudiendo dar dos interpretaciones distintas.

Si por "sacar alternativamente una alumna y un alumno" entendemos tanto el suceso AOAO como el suceso OAOA., el suceso "sacar alternativamente una alumna y un alumno, siendo el primero una alumna" podemos interpretarlo por AOAO. Representamos por O_i el suceso el suceso "la i-ésima persona sacada es un alumno".

$$p(AOAO)=P(A_1 \cap O_2 \cap A_3 \cap O_4)= p(A_1)\cdot p(O_2/A_1)\cdot p(A_3/A_1 \cap O_2)\cdot p(O_4/A_1 \cap O_2 \cap A_3)=\frac{16}{28}\cdot\frac{12}{27}\cdot\frac{15}{26}\cdot\frac{11}{25}=\frac{88}{1365}$$

Si por "sacar alternativamente una alumna y un alumno" entendemos sólo el suceso AOAO, debemos interpretar el suceso pedido en este apartado por "sacar alternativamente una alumna y un alumno, sabiendo que ha salido primero una alumna". La probabilidad del suceso $O_2\, A_3\, O_4$ sabiendo que se ha verificado A_1 es:

$$P(O_2 \cap A_3 \cap O_4/A_1)= p(O_2/A_1)\cdot p(A_3/A_1 \cap O_2)\cdot p(O_4/A_1 \cap O_2 \cap A_3)=\frac{12}{27}\cdot\frac{15}{26}\cdot\frac{11}{25}=\frac{22}{195}$$

c) El suceso $S_{2,2}$="sacar dos alumnos y dos alumnas" está formado por los resultados AAOO, AOAO, AOOA, OAAO, OAOA y OOAA, todos de la misma probabilidad: $p(AAOO)=\frac{16}{28}\cdot\frac{15}{26}\cdot\frac{12}{27}\cdot\frac{11}{25}=\frac{88}{1365}=p(AOAO)=p(AOOA)=$

$$p(OAAO)= p(OAOA)=p(OOAA) \Rightarrow p(S_{2,2})=6\cdot\frac{88}{1365}=\frac{176}{455}$$

Se tienen dos monedas, una sin trucar y otra trucada. Sabiendo que con la moneda trucada la probabilidad de obtener cruz es triple que la probabilidad de obtener cara, calcular la probabilidad de que al lanzar las dos monedas:

a) Se obtengan dos caras.
b) No se obtenga ninguna cara.
c) Se obtenga una cara y una cruz.
d) Se obtengan dos caras o dos cruces.

En la moneda sin trucar, los resultados posibles, C y X, cumplen p(C)=p(X)=1/2

En la moneda trucada, los resultados posibles, C_t y X_t, cumplen $p(X_t)=3pC_t)$. Como $p(X_t)+p(C_t)=1 \Rightarrow 3pC_t)+ p(C_t)=1 \Rightarrow$ $\Rightarrow p(C_t)=1/4$ y $p(X_t)=3/4$.

El espacio muestral del suceso tirar dos monedas distintas y observar el resultado es $\{CC_t, CX_t, XC_t, XX_t,\}$ y las probabilidades de los posibles resultados:

Los sucesos C y C_t son independientes, por lo que $p(CC_t)= p(C)\cdot p(C_t)$. También son independientes X y X_t, C y X_t, X y C_t.

resultados	CC_t,	CX_t,	XC_t,	XX_t
probabilidades	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

a) p("obtener dos caras")= $p(CC_t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

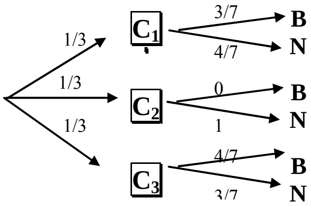
b) p("no se obtenga ninguna cara")= $p(XX_t,)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

c) p("se obtenga una cara y una cruz")= $p(\{CX_t, XC_t\})=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

d) p("se obtenga dos caras o dos cruces")= $p(\{CC_t, XX_t\})=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

Se tienen tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

a) Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?
b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas , ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?



$p(C_1 \cap B) = p(C_1) \cdot p(B/C_1) = 1/3 \cdot 3/7 = 3/21$

$\mathbf{p(C_1 \cap N) = p(C_1) \cdot p(N/C_1) = 1/3 \cdot 4/7 = 4/21}$

$p(C_2 \cap B) = p(C_2) \cdot p(B/C_2) = 1/3 \cdot 0 = 0$

$\mathbf{p(C_2 \cap N) = p(C_2) \cdot p(N/C_2) = 1/3 \cdot 1 = 1/3 = 7/21}$

$p(C_3 \cap B) = p(C_3) \cdot p(B/C_3) = 1/3 \cdot 4/7 = 4/21$

$\mathbf{p(C_3 \cap N) = p(C_3) \cdot p(N/C_3) = 1/3 \cdot 3/7 = 3/21}$

a) $p(N) = p(C_1 \cap B) + p(C_2 \cap B) + p(C_3 \cap B) =$

$$= \frac{7}{21} + \frac{4}{21} + \frac{3}{21} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

b) $$p(C_2/N) = \frac{p(C_2 \cap N)}{p(N)} = \frac{\frac{7}{21}}{\frac{7}{21} + \frac{4}{21} + \frac{3}{21}} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

Se lanzan dos dados equilibrados de seis caras tres veces consecutivas:

a) Calcular la probabilidad de que en los tres lanzamientos salga el seis doble.
b) Calcular la probabilidad de que en los tres lanzamientos salga un doble diferente del seis doble.

Llamamos "ii" al suceso "salir un ***i*** *doble al lanzar los dos dados a la vez". Como lo que salga en un dado es independiente de lo que salga en el otro:*

$$p(66) = p(6) \cdot p(6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = p(11) = p(22) = p(33) = p(44) = p(55)$$

Lo que sale en un lanzamiento también es independiente de lo que sale en otro lanzamiento, por lo que:

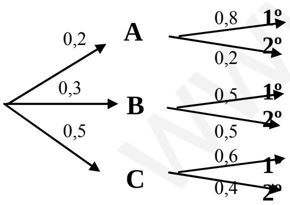
a) $$p(66 \cap 66 \cap 66) = p(66) \cdot p(66) \cdot p(66) = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{46656}$$

b) *Consideramos "jj" con* $j \neq 6$, $p(jj) = \frac{5}{6}$

c) $$p(jj \cap jj \cap jj) = p(jj) \cdot p(jj) \cdot p(jj) = \frac{5}{36} \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{5}{36} = \frac{125}{46656}$$

Los alumnos de bachillerato de un I.E.S. proceden 3 localidades, A, B y C, siendo un 20% de A, un 30% de B y el resto de C. El 80% de los alumnos de A cursa 1º de bachillerato y el resto 2º. El 50% de los alumnos de B cursa 1º de bachillerato y el resto 2º. El 60% de los alumnos de C cursa 1º de bachillerato y el resto 2º.

a) Seleccionado, al azar, un alumno de bachillerato de ese I.E.S., ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2º?
b) Si elegimos, al azar, un alumno de bachillerato de ese I.E.S. y este es un alumno de 1º, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la localidad B?



$p(A \cap 1º) = p(C) \cdot p(1º/A) = 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}16$

$\mathbf{p(A \cap 2º) = p(A) \cdot p(2º/A) = 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04}$

$p(B \cap 1º) = p(B) \cdot p(1º/B) = 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}10$

$\mathbf{p(B \cap 2º) = p(B) \cdot p(2º/B) = 0{,}3 \cdot 0{,}5 = 0{,}15}$

$p(C \cap 1º) = p(C) \cdot p(1º/C) = 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}30$

$\mathbf{p(C \cap 2º) = p(C) \cdot p(2º/C) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}20}$

a) $p(2º) = p(A_1 \cap 2º) + p(B \cap 2º) + p(C \cap 2º) =$

$= 0{,}04 + 0{,}15 + 0{,}20 = \mathbf{0{,}39}$

b) $$p(B/2º) = \frac{p(B_2 \cap 2º)}{p(2º)} = \frac{0{,}15}{0{,}04+0{,}15+0{,}20} = \frac{5}{13} \approx 0{,}38$$

Según la estadística de los resultados en las Pruebas de Acceso en una provincia andaluza, en septiembre de 2001, el número de alumnas presentadas es 840, de las que han aprobado el 70%, mientras que el número de alumnos presentados es de 668, habiendo aprobado el 75% de estos.

a) Elegida, al azar, una persona presentada a las Pruebas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado?

b) Sabiendo que una persona ha aprobado, ¿cuál es la probabilidad de que sea varón?

El 70% de 840 es $0{,}70 \cdot 840 = 588$
El 75% de 668 es $0{,}75 \cdot 668 = 501$
Completamos el cuadro de la derecha y a partir de él hallamos las probabilidades pedidas aplicando la Ley de Laplace:

	Aprueban	*Suspenden*	*Total*
Alumnas	*588*	*252*	**840**
Alumnos	*501*	*167*	**668**
Total	*1089*	*419*	*1508*

a) p(aprobado) $= \dfrac{1089}{1508} \approx 0{,}72$

b) p(varón/aprobado) $= = \dfrac{n^{o}\ \text{var}\,onesa\ \ probados}{n^{o}\ aprobados} = \dfrac{501}{1089} \approx 0{,}46$

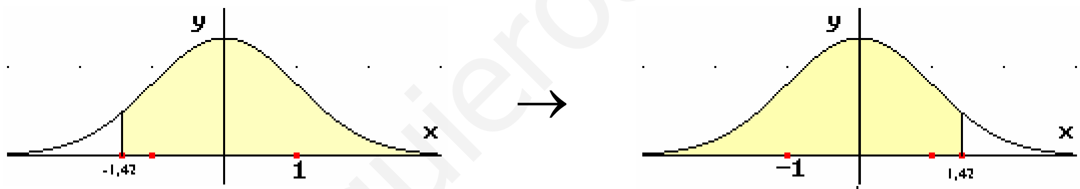
Un estudio de un fabricante de televisores indica que la duración media de un televisor es de 10 años, con una desviación típica de 0,7 años. Suponiendo que la duración media de los televisores sigue una distribución normal:

a) Calcula la probabilidad de que un televisor dure más de 9 años.

b) Calcula la probabilidad de que dure entre 9 y 11 años.

La duración media de los televisores sigue una distribución X=N(10; 0,7)

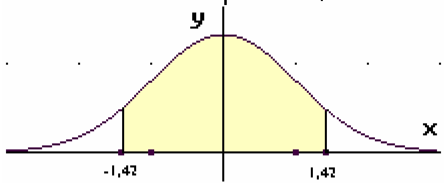
a) $p(x>9) = p\left(\frac{x-10}{0{,}7} > \frac{9-10}{0{,}7}\right) = p\left(z > -1{,}42\right) = p\left(z < 1{,}42\right) = 0{,}9222$



b) $p(9<x<11) = p\left(\frac{9-10}{0{,}7} < \frac{x-10}{0{,}7} < \frac{11-10}{0{,}7}\right) = p\left(-1{,}42 < z < 1{,}42\right) =$

$= p\left(z < 1{,}42\right) - p\left(z < -1{,}42\right) = 0{,}9222 - (1 - 0{,}9222) =$

$= 2 \cdot 0{,}9222 - 1 = 0{,}8444$



Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es 1/6 y la de que no ocurra ninguno es 1/3. Determina las probabilidades p(A) y p(B).

Por ser A y B independientes p(A∩B)=p(A) · p(B).

Como $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \Rightarrow \ p\left(\overline{A \cup B}\right) = p(\overline{A} \cap \overline{B})$

También son independientes los contrarios de A y B, por lo que $p\left(\overline{A \cup B}\right) = p(\overline{A} \cap \overline{B}) = p(\overline{A}) \cdot p(\overline{B})$

Teniendo en cuentas los datos del enunciado: $\begin{cases} p(A)\cdot p(B) = 1/6 \\ p\left(\overline{A}\right)\cdot p\left(\overline{B}\right) = 1/3 \end{cases} \begin{cases} p(A)\cdot p(B) = 1/6 \\ (1-p(A))\cdot(1-p(B)) = 1/3 \end{cases}$

Para facilitar la resolución del sistema llamamos a=p(A) y b=p(B)

$\begin{cases} a \cdot b = 1/6 \\ (1-a)(1-b) = 1/3 \end{cases} \begin{cases} b = 1/6a \\ 1-b-a+ab = 1/3 \end{cases} \begin{cases} b = 1/6a \\ 1-1/6a-a+a/6b = 1/3 \end{cases}$

Resolviendo el sistema obtenemos $\left\langle \begin{array}{l} a = 1/2 \quad y \quad b = 1/3 \\ ó \\ a = 1/3 \quad y \quad b = 1/32 \end{array} \right.$

***<u>Solución</u>:** p(A)=1/2 y p(B)=1/3 ó p(A)=1/3 y p(B)=1/2*

La probabilidad de que un esquiador debutante se caiga en la pista es 0,4. Si lo intenta 5 veces, calcula la probabilidad de que se caiga al menos 3 veces.

El número de veces que se cae el esquiador en los 5 intentos sigue una distribución X=B(5; 0,4)

la probabilidad deque caiga ***"i" veces viene dada por:*** $p[x=i]=\binom{5}{i}(0,4)^i(0,6)^{5-i}$

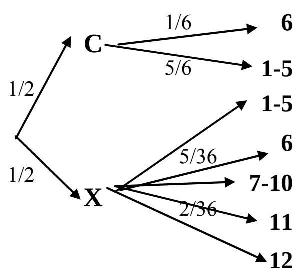
La probabilidad de que caiga al menos tres veces es:

$$p[x\geq 3] = p[x=3]+p[x=4]+p[x=5] = \binom{5}{3}(0,4)^3(0,6)^2+\binom{5}{4}(0,4)^4(0,6)+\binom{5}{5}(0,4)^5 = 0{,}2304+0{,}0768+0{,}0102 = 0{,}3174$$

Se tira una moneda y si sale cara se tira una vez un dado y se anota lo que sale, y si sale cruz se tira dos veces y se anota la suma del resultado de ambas tiradas.

a) Calcula la probabilidad de que se haya anotado un 11 y la probabilidad de que se haya anotado un 6.

b) Si el resultado anotado es un 6, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido cara al tirar una moneda?



$p(C\cap 6)=p(C)\cdot p(6)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

$p(X\cap 6)=p(X)\cdot p(6)=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{36}=\frac{5}{72}$

$p(X\cap 11)=p(X)\cdot p(11)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{36}=\frac{1}{36}$

***a)* $p(11) = p(X\cap 11) = 1/36$**

$p(6) = p(C\cap 6)+ p(X\cap 6) = 1/12 + 5/72 = 11/72$

c) **$p(C/6)=\frac{p(C\cap 6)}{p(6)}=\frac{1/12}{11/72}=6/11$**

En el experimento "tirar dos veces un dado y anotar la suma de los resultados de ambas tiradas" los posibles resultados son 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 10, 11, 12. Para hallar las probabilidades de cada resultado, basta tener en cuenta las sumas favorables a cada resultado en la tabla de la derecha.

Así, favorables a 6 son las sumas 1+5, 2+4, 3+3,43+2 y 5+1
Como hay 36 posibles sumas, todas equiprobables, la probabilidad de sumar 6 es 5/36

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12