

Nombre y apellidos:..... 2º Bachillerato B

**Cuestión 1: (2, 25 puntos)**

La calificación de un grupo de alumnos siguen **una distribución normal** de media 5 y desviación típica 0,5. Calcula:

- La probabilidad de que, al escoger un alumno al azar, este haya obtenido una puntuación superior a 6,56.
- La probabilidad de que un alumno obtenga menos de 3,25 puntos.

**Cuestión 2: (2, 25 puntos)**

Las medidas de los diámetros de una muestra al azar de 200 cojines de bolas dieron una media de 2 cm y una desviación típica de 0,1 cm. Halla los intervalos de confianza del 68,26%, 95,44% y 99,73 % para el diámetro medio de todos los cojines.

**Cuestión 3: (2, 25 puntos)**

En una ciudad se toma una muestra de 600 personas y se observa que 36 de ellas son inmigrantes. Si se quiere estimar **la proporción** de inmigrantes con un error máximo del 1%, ¿cuál es el tamaño de la muestra que habría que considerar si se utiliza un nivel de significación de 0,05?

**Cuestión 4: (2,25 puntos)**

Para estimar el número de peces que hay en un pantano, se procede del siguiente modo: Se pescan con red una cierta cantidad de ellos, 349, se marcan (hay unas tintas indelebles que resisten al agua) y se devuelven al pantano.

Al cabo de varios días, se vuelve a pescar otro montón de ellos y se averigua qué proporción están marcados. En esta segunda pesca se han obtenido 514 peces, de los cuales hay 37 marcados.

- Halla un intervalo de confianza, al 90% para la **proporción** de peces marcados en el pantano.
- Halla un intervalo de confianza, al 90% para el total de peces del pantano.

Question 1: La calificación de un grupo de alumnas sigue una distribución normal de media 5 y desviación típica 0,5.

Calcula:

a) La probabilidad de que al escoger un alumno al azar, este haya obtenido una puntuación superior a 6,56.

b) La probabilidad de que un alumno obtenga menos de 3,25 puntos.

Respuesta:

La variable aleatoria  $X$  es la puntuación obtenida en el examen de un alumno escogido al azar;  $X \equiv N(5; 0,5)$

$$(a) P(X \geq 6,56) = P\left(Z \geq \frac{6,56-5}{0,5}\right) = P(Z \geq 3,12) = 1 - P(Z < 3,12) = 1 - 0,9991 = 0,0009$$

$$(b) P(X < 3,25) = P\left(Z < \frac{3,25-5}{0,5}\right) = P(Z < -3,5) = 1 - P(Z \leq 3,5) = 1 - 0,9998 = 0,0002$$

Question 2: Las medidas de los diámetros de una muestra al azar de 200 coines de bolas dieron una media de 2cm y una desviación típica de 0,1cm. Halla los intervalos de confianza del 68,26%, 95,44% y 99,73% para el diámetro medio de todos los coines.

| $1-\alpha$ | $\alpha/2$ | $1-\alpha/2$ | $Z_{\alpha/2}$         |
|------------|------------|--------------|------------------------|
| 0,6826     | 0,1587     | 0,8413       | $Z_{\alpha/2} = 1,0$   |
| 0,9544     | 0,0228     | 0,9772       | $Z_{\alpha/2} = 2,0$   |
| 0,9973     | 0,00135    | 0,99865      | $Z_{\alpha/2} = 2,985$ |

Si  $n = 200$   
 $\mu = 2\text{cm.}$   
 $\sigma = 0,1$

$\Rightarrow \bar{X} = \text{media muestral} = N\left(2; \frac{0,1}{\sqrt{200}}\right)$

Interv. de confianza  $\left(2 - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{0,1}{\sqrt{200}}; 2 + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{0,1}{\sqrt{200}}\right)$

para 68,26%  $\dots\dots\dots \left(2 - 1 \cdot \frac{0,1}{\sqrt{200}}; 2 + 1 \cdot \frac{0,1}{\sqrt{200}}\right) \Rightarrow (2 - 0,0071; 2 + 0,0071) \Rightarrow$

$(1,9929; 2,0071)$

para 95,44%  $\dots\dots\dots \left(2 - 2 \times 0,0071; 2 + 2 \times 0,0071\right) \Rightarrow (-1,9858; 2,0142)$

para 99,73%  $\dots\dots\dots \left(2 - 2,985 \times 0,0071; 2 + 2,985 \times 0,0071\right) \Rightarrow (1,9788; 2,0212)$

Cuestión 3: En una ciudad se toma una muestra de 600 personas y se observa que 36 de ellas son inmigrantes. Si se quiere estimar la proporción de inmigrantes con un error máximo del 1%, ¿cuál es el tamaño de la muestra que habrá que considerar si se utiliza un nivel de significación de 0,05?

Respuesta:

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$p = \frac{36}{600} = 0,06 \quad E = Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$$

$$E = 0,01 \quad 0,01 = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,06 \times 0,94}{n}} \Rightarrow n = 2.166,66$$

Para que se cumplan las condiciones, y como " $n$ " tiene que ser entera debe ser mayor o igual que 2.167. Si la muestra es de menor tamaño, el error será mayor del 1%.

Cuestión 4: Para estimar el número de peces que hay en un pantano, se procede del siguiente modo. Se pescan con red una cierta cantidad de ellos, 349, se marcan (hay unas tintas indelebles que resisten al agua) y se devuelven al pantano. Al cabo de varios días, se vuelve a pescar otro montón de ellos y se averigua qué proporción están marcados. En esta segunda pesca se han obtenido 514 peces, de los cuales hay 37 marcados.

(a) Halla un intervalo de confianza, al 90%, para la proporción de peces marcados en el pantano.

(b) Halla un intervalo de confianza, al 90%, para el total de peces del pantano.

RESPUESTA

(a) La muestra consta de 514 peces. De ellos, hay 37 marcados.

La proporción de peces marcados en la muestra es  $p = \frac{37}{514} = 0,072$

El intervalo de confianza es  $\left( p - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} ; p + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \right)$

para 90%  $\Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,645 \Rightarrow \left( 0,072 - 1,645 \sqrt{\frac{0,072 \times 0,928}{514}} ; 0,072 + 1,645 \sqrt{\frac{0,072 \times 0,928}{514}} \right)$

$\Rightarrow (0,053 ; 0,091)$

(b) Para hallar el intervalo de confianza para el número total  $N$  de peces en el pantano, tenemos en cuenta que la proporción de peces marcados es  $p = \frac{349}{N}$

así que  $0,053 = \frac{349}{N_2} \Rightarrow N_2 = 6.585$  } Tenemos un nivel de confianza del 90% de que el número de peces del pantano está en el intervalo (3.835 ; 6.585)

$0,091 = \frac{349}{N_2} \Rightarrow N_2 = 3.835$