Unidad 12: ESTIMACIÓN DE LA MEDIA 23/11/2012

Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II. (Total 9 puntos)

Nombre y apellidos:.. 2º Bachillerato B

Cuestión 1:

Las bolsas de azúcar envasadas por una cierta máquina tienen

μ =500 gr y σ =35 gr.

Las bolsas se empaquetan en cajas de 100 unidades.

a) Calcula la probabilidad de que la media de los pesos de las bolsas de un paquete sea menor que 495 gr.

b) Hallar el intervalo característico de $\overline{x}$ para una probabilidad del 95%.

c) Calcular la probabilidad de que una caja de 100 bolsas pese más de 51 kg.

Cada apartado vale un punto.

Cuestión 2:

Los pesos en kilogramos de los soldados de una promoción siguen una distribución normal N(69,8).

Las guardias en un regimiento están formadas por 12 soldados:

a) Halla la probabilidad de que la media de los pesos de los soldados de una guardia sea superior a 71 Kg.

b) Obtener el intervalo característico para $\overline{x}$ correspondiente a una probabilidad de 0,9.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los pesos de los soldados de una guardia sea menor que 800 kg.

d) ¿Cuál es la probabilidad de que un miembro de la guardia, elegido al azar, pese más de 93 kg.

Cada apartado vale 0,75 puntos

Cuestión 3:

Un coronel desea estimar la estatura media de todos los soldados de su regimiento con un error menor que 0,5 cm utilizando una muestra de 30 soldados. Sabiendo que σ =5,3 cm, ¿cuál será el nivel de confianza con el que se realiza la estimación? (3 puntos)

(1) $\mu = 500$ gr.
$\sigma = 35$ gr.
$n = 100$ un.

$\Rightarrow X = N(\mu ; \sigma) = N(500 ; 35)$

$\overline{X} = N\left(\mu ; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(500 ; 3,5)$

a) $P(\overline{X} < 495) = P\left(\frac{\overline{X} - 500}{3,5} < \frac{495 - 500}{3,5}\right) = P(Z < -1,43) =$

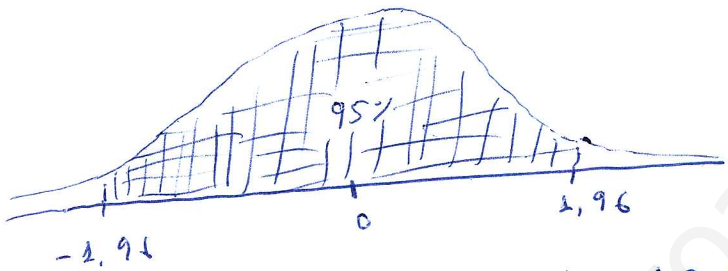
$= P(Z > 1,43) = 1 - P(Z \leq 1,43) = 1 - 0,9236 = 0,0764 \Rightarrow 7,64\%$

b) Intervalo característico $\left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$ (es el valor crítico.

así que Int. Caract. $(500 - 1,96 \cdot 3,5 ; 500 + 1,96 \cdot 3,5)$

$= (493,1 ; 506,9$



c) $\sum_{i=1}^{100} X_i = N(n\mu ; \sigma \cdot \sqrt{n}) = N(100 \cdot 500 ; 35 \cdot \sqrt{100}) = N(50.000 ; 350)$

$P(\sum X_i > 51.000) = P\left(\frac{\sum X_i - 50.000}{350} > \frac{51.000 - 50.000}{350}\right) =$

$= P(Z > 2,86) = 1 - P(Z \leq 2,86) = 1 - 0,9979 = 0,0021$

Es decir, poco más de 2 cajas de cada 1000 pesarán más de 51 kg.

② Pesos $= N(69, 8)$

Las guardias de 12 soldados $\overline{X} = N\left(69 ; \frac{8}{\sqrt{12}}\right) = N(69 ; 2{,}31)$

aunque $n < 30$ esto es así porque la población es normal.

$$\overline{X} = N(69 ; 2{,}31)$$

ⓐ $P(\overline{X} > 71) = P\left(\frac{\overline{X} - 69}{2{,}31} > \frac{71 - 69}{2{,}31}\right) = P(Z > 0{,}87) =$

$= 1 - P(Z \leq 0{,}87) = 1 - 0{,}8078 = 0{,}1922$

ⓑ para $p = 1 - \alpha = 0{,}9$ --- $Z_{\alpha/2} = 1{,}645$

Int. característico $\left(\mu - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$$\left(69 - 1{,}645 \cdot \frac{8}{\sqrt{12}} ; \mu + 1{,}645 \cdot \frac{8}{\sqrt{12}}\right)$$

$$(69 - 1{,}645 \cdot 2{,}31 ; 69 + 1{,}645 \cdot 2{,}31)$$

$$(65{,}20 \quad , \quad 72{,}79) \text{ Kag.}$$

Esto significa que el 90% de las guardias tienen un peso medio comprendido entre 65,20 Kg. y 72,79 Kg.

ⓒ $\cdot \sum X_i = N(n \cdot \mu ; \sigma \cdot \sqrt{n}) = N(12 \cdot 69 ; \cancel{12}\, 8 \cdot \sqrt{12}) = N(828 ; 27{,}72)$

$P(\sum X < 800) = P\left(\frac{\sum X_i - 828}{27{,}72} < \frac{800 - 828}{27{,}72}\right) = P(Z < -1{,}01) =$

$= P(Z > +1{,}01) = 1 - P(Z < 1{,}01) = 1 - 0{,}8438 = 0{,}1562$

ⓓ Un individuo tomado al azar de entre un grupo que también fue elegido al azar es, sencillamente, una extracción al azar de la población. Es decir, X es $N(69 ; 8)$. Por tanto.

$P(X > 93) = P\left(\frac{X-69}{8} > \frac{93-69}{8}\right) = P(Z > 3) = 1 - P(Z \leq 3) = 0{,}0013$

3) Estatura media

$E = 0,5$ cm.

$n = 30$ sold.

$\sigma = 5,3$ cm.

nivel confianza $= 1-\alpha$ ¿?

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0,5 = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{5,3}{\sqrt{30}}$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{0.5 \times \sqrt{30}}{5,3} = 0,52$$

$$P(Z < Z_{\alpha/2}) = P(Z \leq 0,52) = 0,6985 = 1 - \alpha/2$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\alpha}{2} = 1 - 0,6985$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 2 \cdot (0,3015)$$

$$\alpha = 0,6030$$

Nivel de confianza $\Rightarrow 1-\alpha = 0,3970$

El nivel de confianza sería del 39,7% ¡Demasiado bajo!

Para eso no merece la pena realizar la experiencia.

El bajo valor del nivel de confianza es debido a que se pretendía afinar mucho (el error debía ser menor que medio centímetro) con una muestra muy pequeña (30 individuos).