Una persona quiere invertir 100 000 € en dos tipos de acciones, A y B. Las de tipo A tienen más riesgo, pero producen un beneficio del 10%. Las de tipo B son más seguras, pero producen solo el 7% nominal.

Decide invertir como máximo 60 000 € en la compra de acciones A y, por lo menos, 20 000 € en la compra de acciones B. Además, quiere que lo invertido en A sea, por lo menos, igual a lo invertido en B.

¿Cómo debe invertir los 100 000 € para que el beneficio anual sea máximo?

- Llamamos x al dinero invertido en acciones de tipo A (en decenas de miles de euros) e y al dinero invertido en acciones de tipo B (en decenas de miles de euros).

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x + y \le 10 \\ 0 \le x \le 6 \\ y \ge 2 \\ x \ge y \end{cases}$$

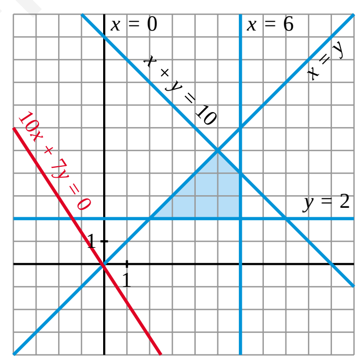
- La función que nos da el beneficio anual es: $f(x, y) = 0{,}1x + 0{,}07y$. Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el recinto de restricciones, y la recta $0{,}1x + 0{,}07y = 0 \;\rightarrow\; 10x + 7y = 0$, que nos da la dirección de las rectas $z = 0{,}1x + 0{,}07y$.

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 10 \\ x &= 6 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} x &= 6 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Por tanto, debe invertir 60 000 € en acciones de tipo A y 40 000 € en acciones de tipo B.



Un comerciante acude a cierto mercado a comprar naranjas con 500 €. Le ofrecen dos tipos de naranjas: las de tipo A a 0,5 € el kg y las de tipo B a 0,8 € el kg.

Sabemos que solo dispone en su furgoneta de espacio para transportar 700 kg de naranjas como máximo y que piensa vender el kilo de naranjas de tipo A a 0,58 € y el de tipo B a 0,9 €.

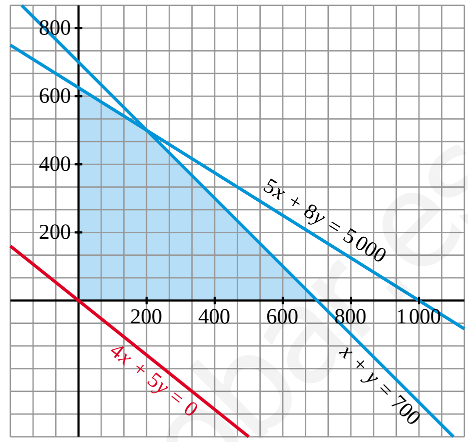
¿Cuántos kilogramos de naranjas de cada tipo deberá comprar para obtener beneficio máximo?

- Llamamos x a los kg de naranjas del tipo A e y a los kg de naranjas del tipo B.

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \ge 0;\; y \ge 0 \\ x + y \le 700 \\ 0{,}5x + 0{,}8y \le 500 \quad \rightarrow \quad 5x + 8y \le 5\,000 \end{cases}$$

- La función que nos da el beneficio es $f(x, y) = 0{,}08 + 0{,}1y$. Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.



- Representamos el recinto de restricciones, y la recta $0{,}08x + 0{,}1y = 0 \rightarrow$ $\rightarrow 8x + 10y = 0 \rightarrow 4x + 5y = 0$, que nos da la dirección de las rectas $z = 0{,}08x + 0{,}1y$.

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 700 \\ 5x + 8y = 5\,000 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 200 \\ y = 500 \end{array}$$

Por tanto, deberá comprar 200 kg de naranjas del tipo A y 500 kg del tipo B.

Un sastre tiene 80 m² de tela de algodón y 120 m² de tela de lana.

Un traje de caballero requiere 1 m² de algodón y 3 m² de lana y un vestido de señora necesita 2 m² de cada una de las telas.

Calcula el número de trajes y vestidos que debe confeccionar el sastre para maximizar los beneficios si un traje y un vestido se venden por el mismo precio.

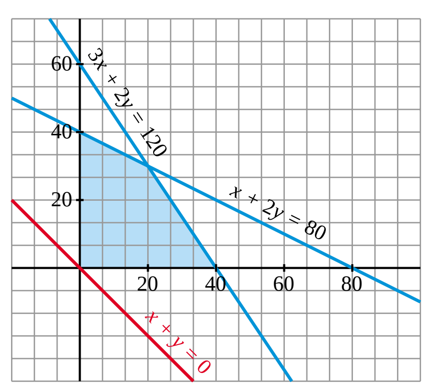
- Llamamos x al número de trajes e y al número de vestidos. Resumamos en una tabla la información:

	Nº	ALGODÓN	LANA
TRAJE	x	x	$3x$
VESTIDO	y	$2y$	$2y$
TOTAL		$x + 2y$	$3x + 2y$

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \end{cases}$$

- Si llamamos k al beneficio obtenido por la venta de un traje o de un vestido, la función que nos da el beneficio total es $f(x, y) = k(x + y)$. Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.



- Representamos el recinto de restricciones y la recta $k(x + y) = 0 \rightarrow x + y = 0$, que nos da la dirección de las rectas $z = k(x + y)$.

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 120 \\ x + 2y = 80 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 20 \\ y = 30 \end{array}$$

Por tanto, debe confeccionar 20 trajes y 30 vestidos.