

LEY DE LAPLACE

pág. 232 **7** ■■■ Dada una baraja de 40 cartas, al extraer una, determina la probabilidad de sacar:

- a) Un oro.
- b) Un as.
- c) Una figura.

a) A: "extraer una carta de oros de la baraja"

Con la LEY DE LAPLACE

$$P(A) = \frac{10}{40} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

b) B: "extraer un as"

$$P(B) = \frac{4}{40} = \boxed{\frac{1}{10}}$$

c) C: "extraer una figura"

$$P(C) = \frac{12}{40} = \boxed{\frac{3}{10}}$$

pág. 232 **8** ■■■ Al lanzar dos dados y realizar el experimento de sumar los puntos, determina la probabilidad de obtener:

- a) 3
- b) 7
- c) 12

a) A: "los dados suman 3"

$$P(A) = \frac{2}{36} = \boxed{\frac{1}{18}}$$

b) B: "los dados suman 7"

$$P(B) = \frac{6}{36} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

c) C: "los dados suman 12"

$$P(C) = \boxed{\frac{1}{36}}$$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

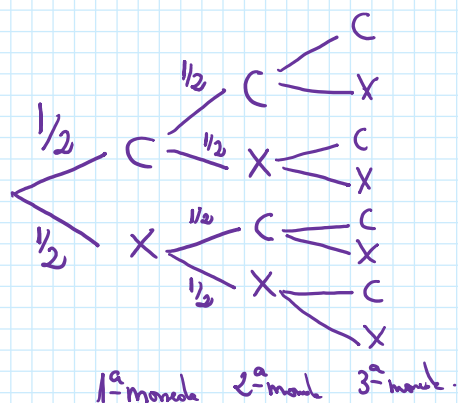
(También se puede hacer un diagrama de árbol).

pág. 232

9  Determina cuál es la probabilidad de que, al lanzar tres monedas a la vez, obtengas:

- a) Tres caras.
- b) Como mínimo una cara (este suceso se puede interpretar como el suceso contrario de salir todo cruces).
- c) Más cruces que caras.

Hacemos el diagrama de árbol:



$$E = \{ccc, ccx, cxc, cxx, xcc, xcX, xxc, xxx\}$$

$$a) P(ccc) = \frac{1}{8}$$

b) A: "sale como mínimo una cara"

$\bar{A}$: "no sale ninguna cara" "sólo salen cruces".

$$\text{Como } P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(\bar{A}) = \frac{1}{8}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

c) T: "salen más cruces que caras"

$$P(T) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DE PROBABILIDAD.

- 10 En un experimento aleatorio se dan cuatro sucesos elementales: A, B, C y D. Sabiendo que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,1$, $P(C) = 0,4$, determina la probabilidad del suceso D.

$$P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$$

$$0,3 + 0,1 + 0,4 + P(D) = 1; \quad \boxed{P(D) = 0,2}$$

- 11 Se ha trucado una moneda de modo que la probabilidad de salir cara sea el triple que la de salir cruz. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cruz al realizar un lanzamiento?

$$P(C) = 3P(X)$$

$$P(C) + P(X) = 1 \quad 3 \cdot P(X) + P(X) = 1; \quad \boxed{P(X) = \frac{1}{4}}$$

- 12 Un dado se ha trucado para que la probabilidad de que salga cada una de sus caras sea proporcional al número que aparece en ellas. Calcula la probabilidad de obtener un 4 al lanzar el dado.

$$P(1) = x$$

$$P(2) = 2x$$

$$P(3) = 3x$$

$$P(4) = 4x$$

$$P(5) = 5x$$

$$P(6) = 6x$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$$

$$21x = 1$$

$$x = \frac{1}{21}$$

$$\text{ luego } \boxed{P(4) = \frac{4}{21}}$$

- 13 Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,5$ y $P(A \cap B) = 0,4$. Calcula:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$a) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

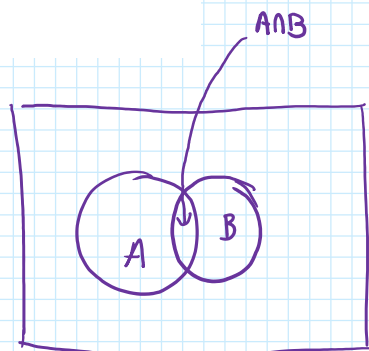
$$P(A \cup B) = 0,7 + 0,5 - 0,4 = \boxed{0,8}$$

$$b) \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$$

$$\text{Además: } P(A \cup B) + P(\overline{A \cup B}) = 1$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,8 = 0,2 \quad \text{luego}$$

$$\boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,2}$$



PROBABILIDAD CONDICIONADA

14 En un club deportivo, el 70 % de los socios practica la natación, el 25 % juega al tenis y el 20 % practica los dos deportes. Si escogemos al azar a uno de los socios, indica cuál es la probabilidad de que:

- a) Si juega al tenis, practique la natación.
- b) Si practica la natación, juegue al tenis.
- c) Practique algún deporte.

$$p(N) = 0,7$$

$$p(T) = 0,25$$

$$p(N \cap T) = 0,2$$

$$a) \quad p(N/T) = \frac{p(N \cap T)}{p(T)} = \frac{0,2}{0,25} = \boxed{\frac{4}{5}}$$

$$b) \quad p(T/N) = \frac{p(T \cap N)}{p(N)} = \frac{0,2}{0,7} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

$$c) \quad p(T \cup N) = p(T) + p(N) - p(T \cap N)$$

$$p(T \cup N) = 0,25 + 0,7 - 0,2 = \boxed{0,75}$$

15 En una ciudad llueve 3 de cada 10 días. Los semáforos se estropean 1 de cada 10 días de lluvia. Calcula la probabilidad de que mañana llueva y no funcionen los semáforos.

$$P(\text{lluvia}) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{semáforo estropeado} / \text{lluvia}) = \frac{1}{10}$$

$$P(\text{semáforo estropeado} / \text{lluvia}) = \frac{P(\text{estropeado} \cap \text{lluvia})}{P(\text{lluvia})}$$

$$P(\text{semáforo estropeado} \cap \text{lluvia}) = P(\text{semáforo estropeado} / \text{lluvia}) \cdot P(\text{lluvia})$$

$$P(\text{semáforo estropeado} \cap \text{lluvia}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{10} = \boxed{\frac{3}{100}}$$

SUCEOS DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

16  Lanzamos un dado tres veces consecutivas. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos.

- a) Salir tres 6.
- b) No obtener ningún 6.
- c) Obtener como mínimo un 6.
- d) Obtener tres resultados distintos.

$$a) P(6 \cap 6 \cap 6) = P(6) \cdot P(6) \cdot P(6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{216}}$$

$$b) P(\bar{6} \cap \bar{6} \cap \bar{6}) = P(\bar{6}) \cdot P(\bar{6}) \cdot P(\bar{6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \boxed{\frac{125}{216}}$$

c) El suceso "obtener como mínimo un 6" y "no obtener ningún 6" son contrarios luego:

$$P(\text{obtener como mínimo un 6}) = 1 - \frac{125}{216} = \boxed{\frac{91}{216}}$$

$$d) P(1^{\text{er}} \text{ número} \cap \text{número distinto} \cap \text{número distinto}) = \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{120}{216} = \boxed{\frac{5}{9}}$$

17  Se lanzan dos dados y dos monedas; calcula las probabilidades de los sucesos siguientes.

- a) Salir dos 6 y dos caras.
- b) Salir dos 6, una cara y una cruz.
- c) Salir dos parejas, tanto en los dados como en las monedas.

$$a) P(6 \cap 6 \cap c \cap c) = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{144}}$$

$$b) P(\text{dos 6, una cara y una cruz}) = \frac{1}{36} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{144} = \boxed{\frac{1}{72}}$$

$$c) P(\text{dos parejas}) = \frac{6}{36} \cdot \frac{2}{4} = \frac{12}{144} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

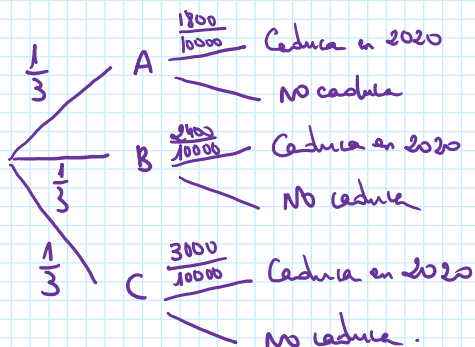
TEOREMA DE PROBABILIDAD TOTAL

- 18 ■■■ Se tienen 30 dados normales y 3 cargados: la probabilidad de obtener un 6 en los dados cargados es el triple que la de no obtenerlo. Elegimos al azar un dado y lo lanzamos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 6?

$$P(6) = P(\text{dado normal}) \cdot P(6/\text{dado normal}) + P(\text{dado cargado}) \cdot P(6/\text{dado cargado})$$

$$P(6) = \frac{30}{33} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{33} \cdot \frac{3}{4} = \frac{30}{198} + \frac{9}{132} = \frac{29}{132}$$

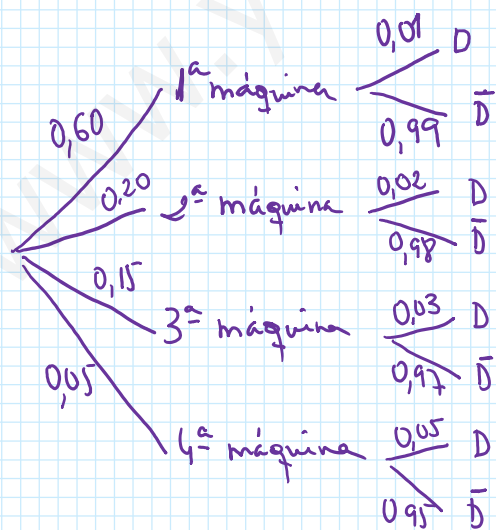
- 19 ■■■ En un polígono industrial se almacenan 30 000 latas de refresco procedentes de las fábricas A, B y C a partes iguales. Se sabe que en 2020 caducan 1 800 latas de la fábrica A, 2 400 procedentes de la B y 3 000 que proceden de la C. ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una lata al azar caduque en 2020?



$$P(\text{caduca en 2020}) = P(A) \cdot P(\text{caduca}/A) + P(B) \cdot P(\text{caduca}/B) + P(C) \cdot P(\text{caduca}/C)$$

$$P(\text{caduca en 2020}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1800}{10000} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2400}{10000} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3000}{10000} = \frac{6}{25} = 0,24$$

- 20 ■■■ Una empresa que fabrica latas de refrescos utiliza 4 máquinas distintas. Con la primera fabrica el 60% de la producción; con la segunda, el 20%; con la tercera, el 15%, y con la cuarta, el 5%. Las máquinas fabrican un porcentaje de latas defectuosas del 1%, 2%, 3% y 5%, respectivamente. Si se escoge al azar una lata, ¿cuál es la probabilidad de que no sea defectuosa?



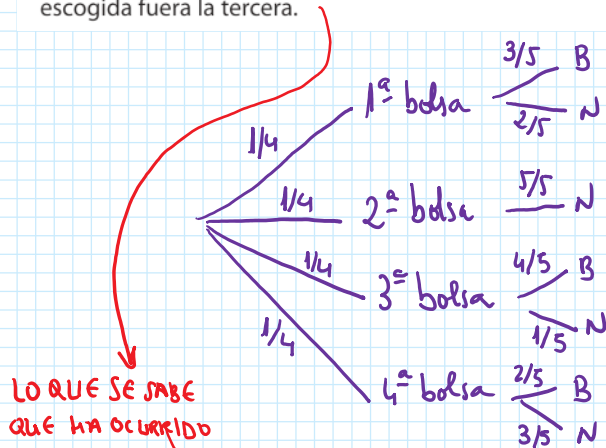
$$P(\bar{D}) = P(1^{\text{a}} \text{ máquina}) \cdot P(\bar{D}/1^{\text{a}} \text{ máq}) + P(2^{\text{a}} \text{ máq}) \cdot P(\bar{D}/2^{\text{a}} \text{ máq}) + P(3^{\text{a}} \text{ máq}) \cdot P(\bar{D}/3^{\text{a}} \text{ máq}) + P(4^{\text{a}} \text{ máq}) \cdot P(\bar{D}/4^{\text{a}} \text{ máq})$$

$$P(\bar{D}) = 0,60 \cdot 0,99 + 0,20 \cdot 0,98 + 0,15 \cdot 0,97 + 0,05 \cdot 0,95 =$$

$$= \boxed{0,983}$$

TEOREMA DE BAYES

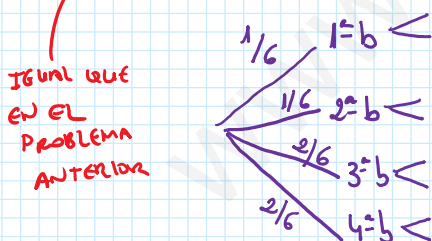
- 21 Se tienen 4 bolsas con 5 bolas cada una. La primera bolsa tiene 3 blancas y 2 negras; la segunda bolsa, 5 negras; la tercera bolsa, 4 blancas y 1 negra, y la última y cuarta bolsa, 2 blancas y 3 negras. Se escoge una bolsa al azar y se extrae una bola que resulta ser negra. Determina cuál es la probabilidad de que la bolsa escogida fuera la tercera.



$$P(3^{\text{a}} \text{ bolsa} / N) = \frac{P(3^{\text{a}} \text{ bolsa}) \cdot P(N / 3^{\text{a}} \text{ bolsa})}{P(1^{\text{a}} \text{ bolsa}) \cdot P(N / 1^{\text{a}} \text{ bolsa}) + P(2^{\text{a}} \text{ bolsa}) \cdot P(N / 2^{\text{a}} \text{ bolsa}) + P(3^{\text{a}} \text{ bolsa}) \cdot P(N / 3^{\text{a}} \text{ bolsa}) + P(4^{\text{a}} \text{ bolsa}) \cdot P(N / 4^{\text{a}} \text{ bolsa})}$$

$$P(3^{\text{a}} \text{ bolsa} / N) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{2}{20} + \frac{5}{20} + \frac{1}{20} + \frac{3}{20}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{11}{20}} = \boxed{\frac{1}{11}}$$

- 22 Se tienen las mismas cuatro bolsas de la actividad anterior con las mismas composiciones, pero ahora las bolsas se escogen con el siguiente procedimiento: Se lanza un dado, si sale un 1, se escoge la bolsa 1; si sale un dos, la bolsa 2; si salen un 3 o un 4, la bolsa 3, y si sale un 5 o un 6, la bolsa 4. Se extrae una bola que resulta ser negra. Determina cuál es la probabilidad de que la bolsa escogida entre las cuatro fuera la tercera.

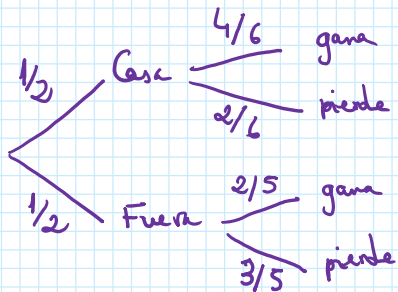


$$P(3^{\text{a}} \text{ bolsa} / N) = \frac{\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{2}{30} + \frac{5}{30} + \frac{2}{30} + \frac{6}{30}} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{15}{30}} = \boxed{\frac{2}{15}}$$

23 ■■■ Un equipo de fútbol gana 4 partidos de cada 6 que juega en casa y 2 de cada 5 que juega fuera.

- a) Sin saber dónde jugará el próximo partido, calcula la probabilidad de que gane.
- b) Si el último partido del campeonato lo ganó, ¿cuál es la probabilidad de que juegue en casa?

a) Este apartado se resuelve con el teorema de la probabilidad total:



LO QUE SABEMOS
QUE HA OCURRIDO.

$$P(G) = P(C) \cdot P(G/C) + P(F) \cdot P(G/F)$$

$$P(G) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{12} + \frac{2}{10} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

b)

$$P(C/G) = \frac{P(C) \cdot P(G/C)}{P(C) \cdot P(G/C) + P(F) \cdot P(G/F)}$$

$$P(C/G) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6}}{\frac{4}{12} + \frac{2}{10}} = \frac{\frac{4}{12}}{\frac{8}{15}} = \frac{60}{96} = \boxed{\frac{5}{8}}$$