

PROBABILIDAD

OPCION A:

1. a) Operaciones con sucesos. Propiedades. Sucesos compatibles.

b) Sea $f(t) = \begin{cases} kt & \text{si } t \in [0,2] \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$

Calcular k para que f sea de densidad, calcular la función de distribución.

2. a) De una baraja de 40 cartas se toman 2 cartas sucesivamente y sin devolución. Calcular la probabilidad de obtener: 1) 2 figuras; 2) 2 copas o 2 figuras.

b) La calificación media de un examen fue 6,5 y la desviación típica $\hat{\sigma} = 1,0$. Suponiendo que las notas siguen una distribución normal.

¿Qué porcentaje de alumnos consiguió una calificación comprendida entre 5,5 y 7,5?

OPCION B:

1. a) Probabilidad condicionada. Sucesos independientes.

b) Sea $f(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{si } x \in [2,4] \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$

Comprobar si f es función de densidad y hallar la función de distribución.

2. De una urna que contiene 3 bolas blancas, 4 negras y 2 azules se extraen 3 bolas sucesivamente sin devolución. Calcular la probabilidad de obtener:

a) 2 blancas y 1 negra

b) una de cada color.

3. La calificación media de un examen fue 6,5 y la desviación típica $\hat{\sigma} = 1,0$, sabiendo que el profesor va a calificar con sobresaliente al 9% ¿a partir de que nota se consigue la calificación?.

Soluciones:

A.1. b) $k=1/2$; $F(x) = \{0 \text{ si } x < 0, t^2/4 \text{ si } 0 \leq x \leq 2, 1 \text{ si } x > 2\}$

A.2. a₁) 11/130; a₂) 9/65; b) 68,26%

B.1. b) Sí, $F(x) = \{0 \text{ si } x < 2, t/2 \text{ si } 2 \leq x \leq 4, 1 \text{ si } x > 4\}$

B.2. a) 3/14; b) 2/7

B.3. 7,84

PROBABILIDAD

- 1.- **Teoría:** Probabilidad condicionada
- 2.- Una caja contiene 10 tornillos de los que 5 son defectuosos y 5 perfectos. Se extraen 3 tornillos al azar. Calcular la probabilidad de que:
 - a) Los 3 sean defectuosos
 - b) Dos sean perfectos y uno defectuoso
- 3.- Si se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que salga 5 sabiendo que caerá 4 o más?
- 4.- Una urna U_1 contiene una bola roja y otras 2 negras. Otra urna U_2 contiene 3 rojas y 2 negras. Se saca una bola de U_1 y se mete en U_2 . Finalmente se extrae una bola de U_2 . Se pide:
 - a) Probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.
 - b) Probabilidad de que la primera sea roja y la segunda negra.
- 5.- En un colegio de 400 estudiantes, en el que todos leen algún idioma extranjero, se sabe que 250 leen inglés, 220 francés, 200 alemán, 120 francés y alemán, 90 inglés y francés y 40 los tres idiomas. ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno elegido al azar lea 2 y sólo 2 idiomas?
- 6.- En un colegio el 70% estudian ciencias y el resto letras. El 30% de los alumnos de ciencias practican algún deporte y de los de letras el 40%. Se elige un alumno al azar. Se pide la probabilidad de que practique algún deporte.

Soluciones:

- 2.- a) 0,1250; b) 0,3750
- 3.- $1/3$
- 4.- a) $5/9$; b) $1/9$
- 5.- $19/40$
- 6.- 0,33

PROBABILIDAD

1.- Tres máquinas A, B y C produjeron 200, 300 y 100 piezas respectivamente. Se sabe que A produce un 20% de piezas defectuosas, B un 10% y C un 15%. Tomamos una pieza al azar. Se pide: a) Probabilidad de que sea defectuosa. b) Sabiendo que la pieza es defectuosa, probabilidad de que proceda de las máquinas A o C.

2.- En una encuesta realizada entre los estudiantes de un instituto, se sabe que el 50% lee el periódico y el 30% lee alguna revista de información general. Además, el 10% lee revistas pero no lee el periódico. Con estos datos calcular:

- La probabilidad de que un estudiante, elegido al azar, lea periódico o revistas.
- La probabilidad de que un estudiante no lea revistas, sabiendo que lee el periódico.

3.- En un taller mecánico, el tiempo de reparación de un automóvil, en horas, es una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} K \cdot x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcular: a) media y desviación típica de esta variable; b) la función de distribución asociada; c) si la reparación de un automóvil dura más de 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que sea inferior a 50 minutos?

4.- La velocidad de los coches que circulan por una autopista sigue una distribución normal de media 120 Km/h y varianza 100. Calcula: a) Porcentaje de coches que circulan con una velocidad entre 100 y 130 Km/h. b) Probabilidad de que un coche circule a menos de 110 Km/h si se sabe que circula a más de 100 Km/h.

5.- La probabilidad de que una persona que entra en una librería compre el periódico El Mundo, es 0,4.

Al cabo del día entran en la librería 160 personas.

- ¿Cuántas personas se espera que compren El Mundo?
- Si entran 7 personas, ¿cuál es la probabilidad de que compren El Mundo más de 5? ¿Cuál es la probabilidad de que lo compren menos de 3?

Soluciones:

1.- a) 0,1417; b) 0,647

2.- a) 0,6; b) 0,6

3.- a) $\bar{x}=2/3$; $\sigma=1/3\sqrt{2}$; b) $\{0 \text{ si } x < 0; x^2 \text{ si } 0 \leq x \leq 1; 1 \text{ si } x > 1\}$; c) 16/27

4.- a) 0,8185; b) 0,1390

5.- a) 64; b) 0,0188; 0,4253

PROBABILIDAD

1.- Experimento de Bernouilli. Distribución binomial.

2.- Aplicado un test a un grupo de 2000 personas, se ha obtenido una distribución normal de media 50 y desviación típica 5. Se pide:

- Calcular el número de personas que obtienen en el test más de 60 puntos.
- Calcular la puntuación que delimita el 30% de los de mayor puntuación.

3.- Los alumnos de un Instituto se distribuyen de la siguiente manera: 60% en E.S.O., 25% en 1º de B.A.C. y el 15% en 2º de B.A.C. El porcentaje de aprobados de cada uno está en el 80% para E.S.O., el 60% para 1º de B.A.C. y el 40% para 2º.

Elegido al azar un alumno de este centro, se pide:

- Probabilidad de que haya aprobado.
- Probabilidad de que sea de 1º de B.A.C. y haya suspendido.

4.- Sea $f(x) = c/x$ si $x \in [1, e^2]$ (0 en el resto).

- Hallar c para que sea función de densidad.
- Hallar $p(x \neq e)$

5.- Se argumenta que en el 80% de las instalaciones de calefacción solar, el costo se reduce a la mitad. Basándonos en esto. ¿Cuáles son las probabilidades de que el costo de la calefacción se reduzca a la mitad en:

- cuatro de cinco instalaciones
- al menos en dos de cinco instalaciones.

Soluciones:

2.- a) 45'6; b) 52'625

3.- a) 0'69; b) 0'10

4.- a) $c = 1/2$; b) $p = 1/2$

5.- a) 0,4096; b) 0'9933

PROBABILIDAD

- 1.- a) Define espacio muestral, suceso, sucesos independientes y sucesos incompatibles.
- b) Definición axiomática de probabilidad.
- c) Función de densidad y función de distribución de una variable aleatoria continua.

2.- En un instituto el 20% de los alumnos son extranjeros, de ellos un 25% están becados, así como un 18% de los nacionales. Si se escoge un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté becado?

3.- La función de distribución de una variable aleatoria continua X es:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ Kx^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Halla:

- a) La función de densidad
- b) Media y varianza
- c) $p[0.5 < X < 1.5]$

4.- Las cifras de nacimientos en un país muestran que cada año, un 55% de los nacidos son niños. Así tomaremos 0.55 como la probabilidad de que un hijo sea varón. Para una familia con cuatro hijos, se pide:

- a) Probabilidad de que sean todas niñas
- b) Probabilidad de que haya más niños que niñas
- c) Probabilidad de que sean dos niñas y solo dos
- d) Si en un año nacen 50000 niños ¿cuántos se espera que sean varones?

5.- Ciertos estudios demuestran que el consumo de gasolina en los coches de una un determinado modelo, siguen una variable normal con media de 8 litros cada 100 Km, e desviación típica de 1 litro.

- a) ¿Qué porcentaje de coches consume entre 6 y 8 litros por cada 100 Km?
- b) Calcula el consumo K para que o 30% de los coches tengan un consumo superior a K.

Soluciones:

2.- 0.194

3.- a) $x/2$ si $0 \leq x \leq 2$, 0 en el resto; b) $\bar{x} = 4/3$; $V(x) = 2/9$; c) 1/2

4.- a) 0.0410; b) 0.391; c) 0.3675; d) 27500

5.- a) 0.4772; b) 8.525

PROBABILIDAD

1. El porcentaje de fracaso escolar en una determinada región es del 40%. Sobre un total de 1000 individuos:

- ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan exactamente 400 fracasos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no se superen los 400 fracasos?

2. Una caja tiene 10 tornillos de los cuales tres son defectuosos. Se extraen sin reemplazamiento 4 tornillos. Se pide:

- Probabilidad de extraer 4 buenos
- Probabilidad de extraer al menos uno defectuoso

3. a) ¿Qué diferencia existe entre variable aleatoria continua y discreta?. Pon un ejemplo.
b) ¿Qué condiciones tienen que cumplirse en una distribución para que sea el modelo de la binomial?

4. El tiempo que vive un virus es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de densidad: $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ K \cdot e^{-x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Hallar K para que f(x) sea una función de densidad
- ¿Cuál es el tiempo medio de vida de un virus?
- Hallar la función de distribución
- Hallar la probabilidad de que un virus elegido al azar viva más de 5 horas

Soluciones:

1. a) 0,251; b) 1/2

2. a) 1/6; b) 5/6

4. a) $K=e$; b) $\bar{x}=2$; c) $\{0 \text{ si } x < 1, -e \cdot e^{-x} \text{ si } x \geq 1\}$; d) $1/e^4$

PROBABILIDAD

1.- Definición axiomática de probabilidad.

De una baraja de 40 cartas se extraen 3 cartas sucesivamente con reemplazamiento y sin reemplazamiento. Calcular la probabilidad de obtener:

- Tres figuras
- 2 sietes y 1 caballo.

2.- Función de densidad.

La variable $X =$ "tiempo de reparación (en horas) de una avería en un taller de coches" tiene por función de densidad $f(x) = -x^2 + kx$ si $0 < x < 3$. Calcular k y la probabilidad de que una reparación dure menos de una hora.

3.- Suponiendo que cada nacido tenga probabilidad de 0'45 de ser varón. Hallar la probabilidad de que una familia de 4 hijos tenga:

- 3 niños y 1 niña
- sólo los 3 mayores sean niños
- al menos dos niños

4.- Sea X variable aleatoria discreta "número de hijos varones de una familia de 3 hijos". Considerando la probabilidad de varón 0'5. Hallar:

- la función de masa de probabilidad.
- la probabilidad de que tenga al menos un hijo varón.
- la probabilidad de que tenga menos de 3 varones.

Soluciones:

1.- C.R. a) $(12/40)^3$; b) $3 \cdot (4/40)^3$; S.R. a) $11/494$; b) $3/1235$

2.- a) $K = 20/9$; b) $7/9$

3.- a) 0'2005; b) 0'0501; c) 0'609

4.- $f(x) = \{ 1/8 \text{ si } x=0; 3/8 \text{ si } x=1; 3/8 \text{ si } x=2; 1/8 \text{ si } x=3; 0 \text{ en el resto} \}$; b) $7/8$; c) $7/8$.

PROBABILIDAD

1.- Probabilidad: propiedades. Probabilidad condicionada.

2.- Una cooperativa agraria produce legumbres, que vende empaquetadas en bolsas de 1 Kg. Según la experiencia del fabricante, el peso de dichas bolsas sigue una distribución normal de media 1020 g con una desviación de 30 g. Se pide:

- Hallar la probabilidad de que una bolsa elegida al azar pese más de 1040 g.
- Probabilidad de que una bolsa pese entre 1000 y 1050 g.
- Si se rechazan las bolsas que pesan menos de 980 g. De un total de 2000 bolsas, ¿cuántas se rechazarán?

3.- Obtener k para que $f(x) = kx \ln x$, $x \in]0, 1[e$ sea función de densidad, y hallar la esperanza.

4.- En una familia de 6 hijos, donde la probabilidad de que sea hombre es $1/2$. Calcular la probabilidad de:

- 3 hijos varones
- al menos 3 hijos varones
- 4 hijos
- Calcular esperanza y varianza.

Soluciones:

2.- a) 0,2514; b) 0,5899; c) 183,6

3.- $k = 4/(e^2+1)$; $E(x) = (8e^3+4)/9(e^2+1)$

4.- a) 0'3125; b) 0'6563; c) 0'2344; d) $E(x) = 3$; $V(x) = 3/2$

PROBABILIDAD

1.- Variable aleatoria continua. Función de densidad. Función de distribución.

2.- La probabilidad de que un alumno apruebe matemáticas es 0'5. Calcular la probabilidad:

a) de que de un grupo de 7 alumnos al menos 5 aprueben la asignatura.

b) de que de un grupo de 5 alumnos no apruebe ninguno.

3.- Una urna contiene 4 bolas blancas, 2 negras y 2 rojas. Se extraen 3 bolas, sucesivamente con reemplazamiento y sin reemplazamiento.

Probabilidad de obtener:

a) 3 blancas.

b) 2 blancas y 1 negra.

4.- Las notas de un examen de matemáticas siguen una distribución normal $N(6,2)$

a) Calcular la probabilidad de que un alumno escogido al azar saque más de 7.

b) Calcular la probabilidad de que un alumno escogido al azar saque entre 5 y 7.

c) Calcular la probabilidad de que un alumno escogido al azar saque más de 7, sabiendo que aprobó.

d) Si al examen examen se presentaron 55 alumnos ¿cuántos aprobaron?

Soluciones:

2.- a) 0'2266; b) 0,0312

3.- a) C.R.: $(1/2)^3$; b) 3/16; S.R.: a) 1/14; b) 3/14

4.- a) 0,3085; b) 0,383; c) 0,4461; d) 38

PROBABILIDAD

1.- Probabilidad condicionada. Sucesos independientes.

2.- En una bolsa hay 3 bolas negras, 4 blancas y 3 azules. Se extraen 3 bolas sucesivamente y sin reemplazamiento. Calcular la probabilidad de obtener:

- 3 blancas
- al menos 2 blancas
- una de cada color.

3.- Calcular "k" para que la función $f(x) = k \cdot e^x$, $x \in [0,1]$ sea función de densidad. Hallar la función de distribución, $E(x)$ y $V(x)$.

4.- Durante la liga de fútbol se han metido 7 de cada 10 penaltis lanzados. Si en una jornada se pitan 8 penaltis. Se pide:

- Probabilidad de que se anoten todos.
- Probabilidad de que se anoten más de la mitad
- Probabilidad de que se fallen 5.

Soluciones:

2.- a) $1/30$; b) $1/3$; c) $3/10$

3.- $k=1/(e-1)$; $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ e^x/(e-1) & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$; $E(x)=1/(e-1)$; $V(x)=(e^2-3e+1)/(e-1)^2$

4.- a) 0,0576; b) 0,8059; c) 0,0467

PROBABILIDAD

1.- La probabilidad de que una persona de una determinada ciudad sea rubia es 0'3 y de que tenga gafas es 0'2. Hallar la probabilidad de:

- que sea rubia y tenga gafas;
- que sea rubia o tenga gafas;
- que tres personas sean rubias;
- que tres personas sean rubias o tengan gafas.

2.- La probabilidad de que un estudiante obtenga el título de licenciado en Matemáticas es 0'35. Hallar la probabilidad de que en un grupo de 6 estudiantes:

- ninguno finalice la carrera;
- la finalicen todos;
- al menos dos acaben la carrera
- hallar la media y la desviación típica

3.- En una bolsa A hay 2 bolas blancas y 6 negras, en otra bolsa B hay 2 blancas y 5 negras. Se extrae una bola de A y sin mirarla se introduce en B. Se extrae una de B. Probabilidad de que sea blanca.

4.- La nota media de un examen de acceso es de 6'2 y la desviación típica 1'35. Si las calificaciones siguen una distribución normal, y la nota de corte se fija en 6.

¿Cuál será el porcentaje de admitidos?

¿A partir de qué nota está el 25% de mejor nota?.

Soluciones:

1.- a) 0'06; b) 0'44; c) 0'027; d) 0'085

2.- a) 0'0754; b) 0'0018; c) 0'6809; d) $\hat{\mu}=2,1$; $\hat{\sigma}=1,17$

3.- 9/32

4.- a) 55,96%; b) 7,11

PROBABILIDAD

1.- Distribución binomial. Distribución normal.

2.- La función de densidad de una variable aleatoria continua, X, definida en [0,2] es $f(x) = (K \cdot x)/2$. Se pide:

- Calcular K para que $f(x)$ sea efectivamente una función de densidad.
- Calcular $p(x \neq 1/4)$
- Esperanza y varianza

3.- ¿Cuál es la probabilidad de que una familia con siete hijos tenga:

- exactamente cuatro niños?
- menos de 4 niños?
- al menos 2 niñas?

Nota: se supone que es equiprobable el nacer niño o niña.

4.- En un matadero, la experiencia demuestra que el peso de los terneros que se sacrifican sigue una distribución normal $N(150,10)$.

- Si cogemos un ternero al azar y lo pesamos, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 160 Kg?
- Si cogemos 3 terneros al azar y los pesamos ¿cuál es la probabilidad de que los tres pesen más de 160 Kg?

Soluciones:

2.- a) $K = 1$; b) $1/64$; c) $\hat{\mu} = 4/3$; $V(x) = \hat{\sigma}^2 = 2/9$

3.- a) 0'2734; b) 0'5; c) 0'9375

4.- a) 0'1587; b) 0'004

PROBABILIDAD

1.- Probabilidad. Probabilidad condicionada. Sucesos independientes.

2.- La media de los pesos de 300 estudiantes de un instituto es 55 Kg y una desviación típica 5. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente calcular cuantos estudiantes pesan:

- entre 40 y 50 Kg
- más de 60 Kg
- Si un alumno pesa 60 Kg, ¿cuánto tiene que engordar para estar en el 3% de mayor peso?

3.- De una baraja de 40 cartas se extraen 3 cartas sucesivamente con reemplazamiento y sin reemplazamiento. Probabilidad de obtener:

- 3 bastos
- 3 ases
- 3 de distinto palo

4.- Se sabe que un atleta de 100 m lisos baja de 10 segundos en 3 de cada 4 carreras. Si en una competición tiene que correr esa distancia 3 veces. Calcula la probabilidad de que:

- Baje de 10 segundos en las 3.
- Baje de 10 segundos en al menos 2 de las carreras.
- Si en la primera carrera bajó de 10 segundos, ¿cuál es la probabilidad de que baje también en la segunda?

Soluciones:

2.- a) 47'22; b) 47'617; c) 4'4 Kg

3.- a) $(10/40)^3$; 3/247; b) $(1/10)^3$; 1/24700; c) 3/8; 100/247

4.- a) 27/64; b) 27/32; c) 3/4

PROBABILIDAD

1.- Sucesos. Definición axiomática de probabilidad. Propiedades de la probabilidad.

2.- Suponiendo que en un nacimiento hay igual probabilidad de que el recién nacido sea niño o niña. En una familia de 7 hijos, calcular la probabilidad de:

- a) Tener 4 varones
- b) Más de 5 varones
- c) Al menos 2 varones

3.- La función de densidad de una variable aleatoria continua X definida en $[0,2]$ es $f(x) = (K-x)$. Se pide:

- a) Calcular K para que $f(x)$ sea función de densidad.
- b) Calcular la función de distribución y $p(x \leq 1/4)$

4.- En una fábrica de caramelos se ha comprobado que el número de caramelos que entra en una bolsa sigue una distribución normal de media 125 y varianza 4. Cogiendo una bolsa al azar, calcular:

- a) La probabilidad de que haya más de 126 caramelos
- b) La probabilidad de que haya menos de 120 caramelos.

Soluciones:

2.- a) 0'2734; b) 0'0625; c) 0'9375

3.- a) $K = 1$; b) $\{0 \text{ si } x < 0; x - x^2/2 \text{ si } 0 \leq x \leq 2; 1 \text{ si } x > 2\}$ $p(X \leq 1/4) = 7/32$

4.- a) 0'3085; b) 0'0062

PROBABILIDAD

1.- Variable aleatoria continua. Función de densidad. Función de distribución.

2.- Probabilidad condicionada. Sucesos independientes.

De una baraja española de 40 cartas se extraen 3 con reemplazamiento y sin reemplazamiento. Calcular la probabilidad de obtener:

- a) 3 ases
- b) 2 ases y un seis
- c) una de cada palo

3.- Los pesos de los pollos de una granja se distribuyen normalmente con media 1500 gr. y una desviación típica de 200 gr.

a) si se rechazan los pollos que pesan menos de 1300 gr. ¿qué tanto por ciento hay que rechazar?

b) elegidos dos pollos al azar ¿cuál es la probabilidad de que un pollo por lo menos pese más de 1800 gr?.

4.- El tiempo que tarda un alumno en hacer un examen se puede considerar una variable aleatoria continua cuya función de densidad viene definida por $f(t) = \begin{cases} c \cdot t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{\sigma}{2} \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$, siendo t el tiempo en horas.

a) Halla la probabilidad de que un alumno acabe el examen antes de $\frac{\sigma}{6}$ de hora.

b) Si se presentaban al examen 30 alumnos ¿cuántos acabarán antes de $\frac{\sigma}{6}$ de hora?

Soluciones:

2.- a) $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{2470}$; b) $\frac{3}{1000}$; $\frac{3}{1235}$; c) $\frac{3}{8}$; 0^4

3.- a) 0^1587 ; b) 0^129

4.- a) $\frac{1}{2}$; b) 15

PROBABILIDAD

1.- Variable aleatoria continua. Función de densidad. Función de distribución. Características de una variable aleatoria continua.

2.- a) Sucesos dependientes e independientes. Probabilidad condicionada y probabilidad total.

b) Una urna contiene 3 bolas blancas, 2 negras, 3 verdes. Al extraer 3 bolas sucesivamente con reemplazamiento, calcular la probabilidad de obtener:

- 1) Una de cada color
- 2) 2 blancas y una negra

3.- a) Explica el experimento de Bernoulli

b) Si una máquina produce una pieza defectuosa con probabilidad 0'1. De 7 piezas elegidas al azar se pide la probabilidad de encontrar:

- 1) 4 defectuosas
- 2) Al menos una defectuosa
- 3) Calcula la media y la varianza

4.- La cotización en bolsa de las acciones de una compañía, a lo largo de un año, siguió una distribución normal de media 10'5 euros y desviación 0'6.

a) Si escogemos la cotización de un día al azar, calcula la probabilidad de que ese día la cotización fuese mayor de 11 euros.

b) ¿Cuántos días del año (tómense 300 días) la cotización fue superior a 11 euros?

Soluciones:

2.- b) 1) $27/128$; 2) $27/256$

3.- 1) $0'0026$; 2) $0'5217$; 3) $\bar{x}=0'7$; $V(x)=0'63$

4.- a) $0'203$; b) 61 días

PROBABILIDAD

1.- Variable aleatoria discreta. Función de masa de probabilidad. Función de distribución. Características de una variable aleatoria discreta.

2.- a) Definición axiomática de probabilidad. Regla de Laplace. Propiedades.

b) De una baraja de 40 cartas se extraen 3 sucesivamente con reemplazamiento. Calcular la probabilidad de sacar:

- 1) 3 copas
- 2) 3 del mismo palo
- 3) dos ases y un caballo

3.- a) Explica la distribución normal de una variable aleatoria continua.

b) Si las notas de una clase se distribuyen normalmente $N(6,2)$. Calcula la probabilidad de que un estudiante:

- 1) apruebe la asignatura;
- 2) obtenga una nota entre 7 y 8 puntos inclusive;
- 3) obtenga más de 8 puntos.

4.- Dada la función $f(x) = \{kx^2 \text{ si } 1 \leq x \leq 4, 0 \text{ en el resto}\}$

- a) Halla k para que sea función de densidad.
- b) Halla la esperanza
- c) Halla $p(X < 2)$

Soluciones:

2.- b) 1) $(1/4)^3$; 2) $4 \cdot (1/4)^3$; 3) $3 \cdot (1/10)^3$

3.- b.1) 0'6915; b.2) 0'1498; b.3) 0'1587

4.- a) $k = 3/63$; b) $\bar{x} = 85/28$; c) $7/63$

PROBABILIDAD

1.- a) Definición axiomática de probabilidad.

b) Un juego de cartas consiste en lo siguiente: si sacamos una carta del mazo al azar y sale una sota o un caballo ganas 5 euros, si sale un rey o un as 2 euros, y si sale cualquier otra pierdes 1 euro. ¿Cuál es la ganancia esperada?

2.- La probabilidad de que un estudiante se licencie en una determinada carrera universitaria en 5 años es $\frac{3}{8}$. Entre 8 estudiantes hallar:

a) Probabilidad de que ninguno se licencie en los cinco años.

b) Probabilidad de que al menos uno se licencie en los cinco años.

c) Probabilidad de que al menos cuatro se licencien en los cinco años.

b) Si ingresan 100 ¿cuántos se espera que se licencien en los cinco años?.

3.- En una determinada ciudad hay 3 facultades A, B y C. En A hay matriculadas 100 chicas y 100 chicos, en B hay 100 chicos y 300 chicas y en C hay 150 chicos y 100 chicas.

a) Si escogemos uno al azar ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

b) Si es chica ¿cuál es la facultad más probable en la que estará matriculada?

4.- En un estudio se pretende dividir la población de una ciudad en tres grupos según su cultura general (baja, media y alta) siguiendo una distribución normal $N(60,10)$.

En el primer grupo se desea situar un 20% de la población, y en el tercero un 10%. Hallar:

a) Puntuación límite de los intervalos.

b) Probabilidad de estar entre 60 y 90.

c) Si hay 20000 habitantes ¿cuántos están en ese intervalo?

5.- Dada la función de densidad $f(x) = \begin{cases} K \sin(x/2) & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$.

a) Hallar K

b) Hallar la esperanza.

Soluciones:

1.- b) $\frac{8}{10}$

2.- a) $0,0576$; b) $0,9424$; c) $0,1941$; d) 30

3.- a) $\frac{10}{17}$; b) B

4.- a) 51,6, 72,85; b) 0,4987; c) 9974

5.- a) $K = \frac{1}{2}$; b) $\hat{x} = 2$

PROBABILIDAD

1.- Sabiendo que $p(A)=0.7$, $p(A/B)=0.75$ y $p(A \cap B)=0.8$. Calcula: $p(B)$, $p(A \cup B)$ e $p(\bar{A})$

2.- La función:

$$f(x) = \begin{cases} 1/8 x & \text{si } x \in [0,4] \\ 0 & \text{en los demás casos} \end{cases}$$

es una función de densidad de una variable aleatoria continua X , se pide:

- La función de distribución y su gráfica.
- $p(1 < X < 2)$ y $p(X \leq 2)$
- La media

3.- La sangre de cada ser humano posee una característica llamada factor Rhesus (Rh). Esta característica puede ser de dos tipos: Rh^+ y Rh^- . La probabilidad de que una persona sea Rh^+ es 0,8. De un grupo de 6 personas, hallar:

- Probabilidad de que todos sean Rh^+
- Al menos 3 sean Rh^+
- Probabilidad de que haya como máximo 4 personas con Rh^+
- De una población de 50.000 personas, ¿cuántas cabe esperar que tengan Rh^+ ?

4.- Una clase se compone de 20 alumnas y 10 alumnos. La mitad de las alumnas y la mitad de los alumnos aprueban las Matemáticas. Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar, resulte ser:

- Alumna y que apruebe las matemáticas.
- Alumno y que suspenda las matemáticas.
- Sabendo que es alumno ¿cuál es la probabilidad de que apruebe las matemáticas?
- ¿Son independientes los sucesos "ser alumno" y "aprobar las matemáticas"?

5.- Función de distribución de una variable aleatoria continua. Propiedades.

Soluciones:

- $p(B) = 0.4$; $p(A \cup B) = 0.3$; $p(\bar{A}) = 0.2$
- b) $3/16$; $3/4$; c) $\bar{x} = 8/3$
- a) 0.2621; b) 0.983; c) 0.3447; d) 40000
- a) $1/3$; b) $1/6$; c) $1/2$; d) sí

PROBABILIDAD

- 1.- a) Definición axiomática de probabilidad. Propiedades
 b) Variable aleatoria continua. Función de densidad. Función de distribución.

2.- Una urna contiene 7 bolas, 3 negras, 2 blancas y 2 verdes. Sacamos 3 bolas al azar, sucesivamente sin reemplazamiento.

Se considera la variable aleatoria que nos da el número de bolas blancas que se extraen. Hallar la función de masa de probabilidad y la función de distribución. Representación gráfica de ambas. Esperanza y varianza.

3.- Un examen tipo test consta de 10 preguntas. Cada pregunta tiene 4 posibles respuestas de las que sólo una es correcta. Si un alumno responde al azar a las diez preguntas, ¿cuál es la probabilidad de que saque un sobresaliente (9 o 10)?

Se el examen fuese de 100 preguntas, ¿cual será la probabilidad de que responda correctamente más de 40 preguntas?

4.- a) Hallar k, para que la función $f(x) = \begin{cases} k \cdot \cos x & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$ sea función de

densidad de una variable aleatoria continua.

- b) Hallar la función de distribución
 c) Hallar $p(x \leq \pi/6)$
 d) Hallar $E(x)$

5.- El nivel medio de colesterol en sangre de la población adulta entre 50 y 60 años es de 180 mg, y la desviación típica es de 20 mg. Si los valores se distribuyen normalmente, calcular:

- a) Porcentaje de individuos que tienen nivel de colesterol > 200 mg
 b) Porcentaje de individuos que tienen nivel de colesterol < 140 mg
 c) De una población de 30.000 personas de esa edad, ¿cuántas personas tendrán unos niveles comprendidos entre 140 y 200 mg?
 d) Se sabe que el 5% de mayor nivel de colesterol tiene que someterse urgentemente a tratamiento. Una persona tiene 230 mg. ¿Está en este grupo de riesgo?

Soluciones:

$$2.- a) f(x) = \begin{cases} 2/7 & \text{si } x = 0 \\ 4/7 & \text{si } x = 1 \\ 1/7 & \text{si } x = 2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 2/7 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 6/7 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad 1) b) \hat{\mu} = 6/7; \hat{\sigma}^2 = 20/49$$

3.- a) 0'0001; b) 0

4.- a) k=1; b) $F(x) = \{0 \text{ si } x < 0; \sin x \text{ si } 0 \leq x \leq \pi/2; 1 \text{ si } x > \pi/2\}$; c) 1/2; d) $\pi/2 - 1$

5.- a) 0'1587; b) 0'0228; c) 24555; d) sí

PROBABILIDAD

1.- Variable aleatoria. Probabilidad. Distribución binomial.

2.- Consideramos una urna con 3 bolas blancas, una roja y 2 negras. Sea el experimento aleatorio que consiste en extraer dos bolas de la urna sin devolución. Sea X la variable aleatoria número de bolas blancas obtenidas.

Se pide:

- a) Función de probabilidad. Representación.
- b) Función de distribución. Representación.
- c) Esperanza matemática y desviación típica.

3.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} c/x & 1 \leq x \leq e \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$

- a) Determina c para que f(x) sea una función de densidad.
- b) Halla la función de distribución.
- c) Calcula p(x=5/4) y halla la esperanza matemática.

4.- Las cifras de nacimientos de un país muestra que cada año un 55% de los nacidos han sido niños.

Un día concreto, en un hospital hay tres partos, se pide:

- a) Probabilidad de que sean todas niñas.
- b) Probabilidad de que haya más niños que niñas.
- c) Probabilidad de que sean 2 niñas.
- d) Si en un año hay 10.000 nacimientos, cuántos es de esperar que sean varones.
- e) Si en un mes ha habido 1.500 nacimientos ¿cuál es la probabilidad de que nacieran 1.000 niños?

5.- En una población de 20.000 individuos adultos, su estatura se distribuye normalmente con media 170 y desviación típica 10.

- a) ¿Cuántos individuos tienen una estatura inferior a 186?
- b) ¿Cuántos individuos tienen una estatura entre 176 y 193?
- c) ¿Qué estatura ha de tener un individuo si tenemos 5.620 individuos con estatura inferior a él?

Soluciones:

$$2.- a) f(x) = \begin{cases} 1/5 & \text{si } x = 0 \\ 3/5 & \text{si } x = 1 \\ 1/5 & \text{si } x = 2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \quad b) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1/5 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 4/5 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

c) $\hat{\mu}=1; \hat{\sigma} = \sqrt{2}/5$

3.- a) c=1; b) $F(x) = \{0 \text{ si } x < 1, \ln x \text{ si } 1 \leq x \leq e, 1 \text{ si } x > e\}$; c) $1 - \ln(5/4)$; $\hat{\mu} = e - 1$

4.- a) 0'0911; b) 0'3341; c) 0'2880; d) 5500; e) 0

5.- a) 18904; b) 5272; c) 164'2