

Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CS
Enero 2016

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^4 - 3x^2 - 4x - 1}{4x^5 - 5x + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{8x - 5}}{x - 7}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + x - 1} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5})$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} \right)^{5x}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - 2x^3 + 1}}{-3x^3 + 9}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x - 7}}{5x^2 + 2}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^4 - 3x^2 - 4x - 1}{4x^5 - 5x + 1} = \frac{22}{15}$
2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{8x - 5}}{x - 7} = \frac{\sqrt{51}}{17}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + x - 1} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5}) = \sqrt{2}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} \right)^{5x} = e^{-15}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - 2x^3 + 1}}{-3x^3 + 9} = -1$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x - 7}}{5x^2 + 2} = 0$

Problema 2 Calcular las rectas tangente y normal en los siguientes casos:

1. a la función $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 5}$ en el punto de abscisa $x = 2$.
2. a la función $f(x) = x^2 e^{x-1}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

3. En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función $f(x) = x^2 - x + 2$ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta $y = 7x - 11$.

Solución:

1. $f(2) = -\frac{4}{3}$, $f'(x) = \frac{x^2 - 10x + 3}{(x - 5)^2} \implies m = f'(2) = -\frac{13}{9}$:

$$\text{Recta tangente : } y + \frac{4}{3} = -\frac{13}{9}(x - 2)$$

$$\text{Recta normal : } y + \frac{4}{3} = \frac{9}{13}(x - 2)$$

2. $f(1) = 1$, $f'(x) = xe^{x-1}(x + 2) \implies m = f'(1) = 3$:

$$\text{Recta tangente : } y - 1 = 3(x - 1)$$

$$\text{Recta normal : } y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$$

3. $m = f'(a) = 7$:

$$f'(x) = 2x - 1 \implies m = f'(a) = 2a - 1 = 7 \implies a = 4$$

$$a = 4 \implies b = f(4) = 14 \implies y - 14 = 7(x - 4)$$

Problema 3 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (5x^2 - 2x - 9)^{15}$

2. $y = \ln\left(\frac{x^2 + 5}{2x^3 - 1}\right)$

3. $y = \frac{e^{2x^2-1}}{x^2 + 3}$

4. $y = e^{x^2-5} \ln(x + 2)$

5. $y = (\ln(x^2 + 5))^{17}$

6. $y = x^2 e^x$

Solución:

1. $y = (5x^2 - 2x - 9)^{15} \implies y' = 15(5x^2 - 2x - 9)^{14}(10x - 2)$

2. $y = \ln\left(\frac{x^2 + 5}{2x^3 - 1}\right) \implies y' = \frac{2x}{x^2 + 5} - \frac{6x^2}{2x^3 - 1}$

$$3. y = \frac{e^{2x^2-1}}{x^2+3} \implies y' = \frac{4xe^{2x^2-1}(x^2+3) - e^{2x^2-1}2x}{(x^2+3)^2}$$

$$4. y = e^{x^2-5} \ln(x+2) \implies y' = 2xe^{x^2-5} \ln(x+2) + e^{x^2-5} \frac{1}{x+2}$$

$$5. y = (\ln(x^2+5))^{17} \implies y' = 17(\ln(x^2+5))^{16} \frac{2x}{x^2+5}$$

$$6. y = x^2e^x \implies y' = 2xe^x + x^2e^x$$

www.yoquieroaprobar.es