

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Diciembre 2005

Problema 1 Dada la función continua

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ e^x + x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

estudiar si es derivable en $x = 0$.

Solución:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ e^x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \implies \begin{cases} f'(0^-) = 2 \\ f'(0^+) = 2 \end{cases}$$

Como $f'(0^-) = f'(0^+) = 2 \implies$ la función es derivable en $x = 0$.

Problema 2 Dada la función continua

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2ax + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^3 + ax^2 - x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

calcular a para que la función sea derivable en $x = 0$.

Solución:

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + 2a & \text{si } x \leq 0 \\ 3x^2 + 2ax - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \implies \begin{cases} f'(0^-) = 2a \\ f'(0^+) = -1 \end{cases}$$

Como $f'(0^-) = f'(0^+) \implies 2a = -1 \implies a = -\frac{1}{2}$ para que la función sea derivable en $x = 0$.

Problema 3 Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ encontrar la recta tangente a ella en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

$$f(1) = 0$$
$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x + 2)^2} \implies m = f'(1) = \frac{2}{3}$$

La recta tangente será:

$$y - 0 = \frac{2}{3}(x - 1) \implies 2x - 3y - 1 = 0$$

Problema 4 Calcular las derivadas de las siguientes funciones

1. $y = (3x^2 - 1)(5x + 6)$

2. $y = \frac{e^x}{2x - 1}$

3. $y = \ln\left(\frac{2x - 1}{x + 5}\right)$

4. $y = 4^{x^2+x-1}$

5. $y = (x^2 + 2)^{10}$

6. $y = e^{7x+8}$

7. $y = \log_7(x^5 + x - 1)$

8. $y = \sqrt[3]{(x^2 + 7)^2}$

Solución:

1. $y = (3x^2 - 1)(5x + 6) \implies y' = 45x^2 + 36x - 5$

2. $y = \frac{e^x}{2x - 1} \implies y' = \frac{e^x(2x - 3)}{(2x - 1)^2}$

3. $y = \ln\left(\frac{2x - 1}{x + 5}\right) \implies y' = \frac{6 - x}{(2x - 1)(x + 5)}$

4. $y = 4^{x^2+x-1} \implies y' = (2x + 1)4^{x^2+x-1} \ln 4$

5. $y = (x^2 + 2)^{10} \implies y' = 20x(x^2 + 2)^9$

6. $y = e^{7x+8} \implies y' = 7e^{7x+8}$

7. $y = \log_7(x^5 + x - 1) \implies y' = \frac{5x^4 + 1}{(x^5 + x - 1) \ln 7}$

8. $y = \sqrt[3]{(x^2 + 7)^2} \implies y' = \frac{4x \sqrt[3]{x^2 + 7}}{3x^2 + 21}$