Examen de Matemáticas 2^{o}Bachillerato(CS)
Abril 2006

Problema 1 La temperatura, en T grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t, en horas por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \quad \text{con } \ 0 \leq t \leq 4$$

1. Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanzará la pieza.

2. ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida una hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

(Andalucía 2004)

Solución:

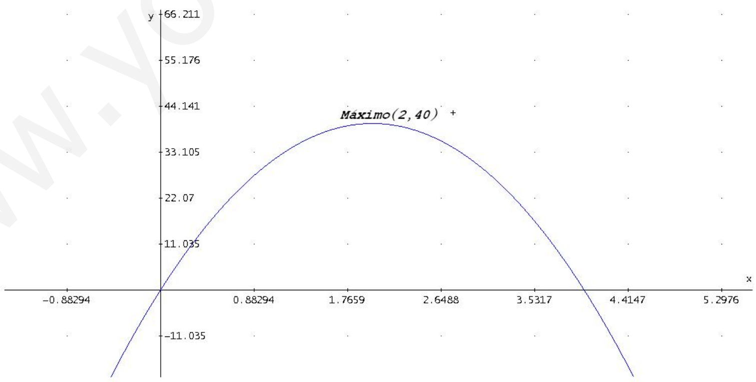
1.

$$T'(t) = 40 - 20t = 0 \Longrightarrow \ t = 2$$

$$T''(t) = -20 \Longrightarrow T''(2) = -20 \Longrightarrow \text{ máximo}$$

$$T(2) = 80 - 40 = 40^oC$$

$$40t - 10t = 0 \Longrightarrow \ t = 0, \ t = 4$$



2. $T(1) = 40 - 10 = 30^oC$. Por la simetría de la función será cuando $t = 3$.

Problema 2 Sea la función $y = \dfrac{x^2+1}{x}$, dterminar:

1. Domino de definición.
2. Asíntotas si existen.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y mínimos.
4. Área encerrada por $f(x)$, la recta $x = 5$ y la función $g(x) = \frac{1}{x}$.

(Cantabría 2004)

Solución:

1. $y = \dfrac{x^2+1}{x} \Longrightarrow Dom(f) = R - \{0\}$
2. Asíntotas:
   - **Verticales:** $x = 0$
   $$\lim_{x\longrightarrow 0}\frac{x^2+1}{x} = \pm\infty$$
   $$\lim_{x\longrightarrow 0^-}\frac{x^2+1}{x} = \left[\frac{1}{0^-}\right] = -\infty$$
   $$\lim_{x\longrightarrow 0^+}\frac{x^2+1}{x} = \left[\frac{1}{0^+}\right] = +\infty$$
   - **Horizontales:** No hay
   $$\lim_{x\longrightarrow \infty}\frac{x^2+1}{x} = \infty$$
   - **Oblicuas:** $y = mx + n$
   $$m = \lim_{x\longrightarrow \infty}\frac{x^2+1}{x^2} = 1$$
   $$n = \lim_{x\longrightarrow \infty}\left(\frac{x^2+1}{x} - x\right) = 0$$
   $$y = x$$
3.
$$y' = \frac{x^2-1}{x^2} = 0 \Longrightarrow x = -1 \quad x = 1$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(\sqrt{12}, +\infty)$
y'	$+$	$-$	$+$
y	crece	decrece	crece

4. La función tiene un máximos en el punto $(-1,-2)$ y un mínimo en $(1,2)$.

5.

$$\frac{x^2+1}{x}=\frac{1}{x}\Longrightarrow x=0$$

$$\int_0^5\left(\frac{x^2+1}{x}-\frac{1}{x}\right)dx=\int_0^5 xdx=\left.\frac{x^2}{2}\right]_0^5=\frac{25}{2}\,u^2$$

Problema 3 Descomponer de forma razonada el número 90 en dos números tales que el resultado de sumar el cuadrado del primero y el doble del cuadrado del segundo sea mínimo.

(Comunidad de Valencia 2004)

Solución:

$$x+y=90\Longrightarrow y=90-x$$

$$S=x^2+2y^2=3x^2-360x+16200\Longrightarrow S'=6x-360=0\Longrightarrow x=60$$

$$S''=6>0\Longrightarrow \text{mínimo}$$

La solución es $x=60$ e $y=30$.