Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2008

Problema 1 Dada la curva $y = \dfrac{x}{x^2-1}$, se pide:

a) Dominio y asíntotas.

b) Signo de la función.

c) Simetrías y cortes con los ejes.

d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

e) Máximos y Mínimos si los hay.

f) Estudiar su curvatura.

g) Calcular sus puntos de inflexión si los hay.

h) Representar gráficamente la curva.

Solución:

a) $\text{Dom}(f) = R_{\{} - 1, 1\}$. Asíntotas:

- Verticales: Las únicas posibles son $x = -1$ y $x = 1$

  En $x = -1$:
  $$\lim_{x\longrightarrow -1^-} \frac{x}{x^2-1} = \left[\frac{-1}{-1^+}\right] = -\infty$$
  $$\lim_{x\longrightarrow -1^+} \frac{x}{x^2-1} = \left[\frac{-1}{-1^-}\right] = +\infty$$
  En $x = 1$:
  $$\lim_{x\longrightarrow 1^-} \frac{x}{x^2-1} = \left[\frac{1}{1^-}\right] = -\infty$$
  $$\lim_{x\longrightarrow 1^+} \frac{x}{x^2-1} = \left[\frac{1}{1^+}\right] = +\infty$$

- Horizontales:
  $$\lim_{x\longrightarrow \infty} \frac{x}{x^2-1} = 0 \Longrightarrow y = 0$$

- Oblicuas no hay al haber horizontales.

b)

	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,1)$	$(1,\infty)$
$f(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$

c) $f(-x) = \dfrac{-x}{(-x)^2-1} = -f(x) \Longrightarrow$ la función es IMPAR (simétrica respecto al origen).

Para $x=0 \Longrightarrow (0,0)$, para $f(x)=0$ obtenemos el mismo punto.

d)
$$f'(x) = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2} < 0 \text{ siempre}$$

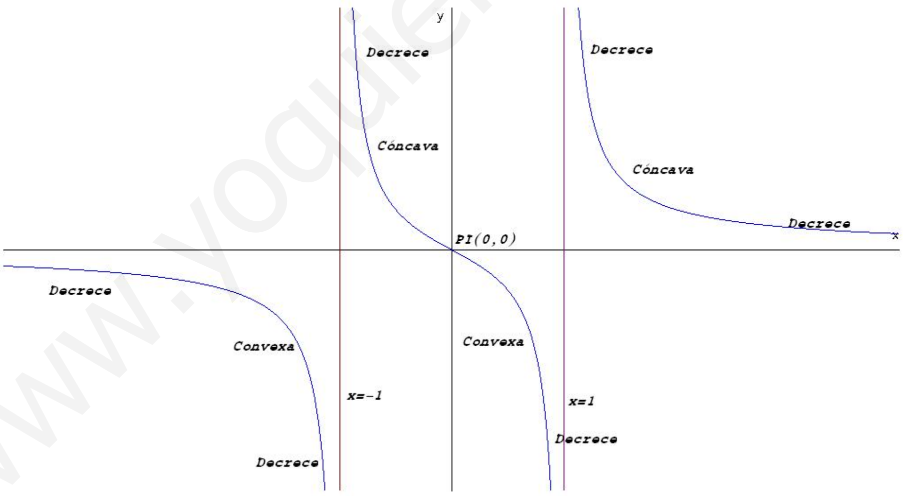
La función es siempre decreciente.

e)
$$f''(x) = \frac{2x(x^2+3)}{(x^2-1)^3} = 0 \Longrightarrow x = 0$$

	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,1)$	$(1,\infty)$
$f''(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	convexa	cóncava	convexa	cóncava

f) A la vista de la tabla anterior la función presenta un punto de inflexión en $(0,0)$

g) Representación gráfica:



Problema 2 Dada la curva $f(x) = x^3 - 4x + 2$ se pide:

a) Tangente a la curva en su punto de inflexión.

b) Tangente a la curva paralela a la recta $y = 8x$

Solución:

a) $f'(x) = 3x^2 - 4$, y tenemos $f''(x) = 6x = 0 \Longrightarrow x = 0$ El punto de inflexión es el $(0, 2)$

$$m = f'(0) = -4 \Longrightarrow y - 2 = -4(x - 0) \Longrightarrow 4x + y - 2 = 0$$

b)

$$m = f'(x) = 3x^2 - 4 = 8 \Longrightarrow x = \pm 2$$

Para $x = 2$ estamas en el punto $(2, 2) \Longrightarrow y - 2 = 8(x - 2)$

Para $x = -2$ estamas en el punto $(-2, 2) \Longrightarrow y - 2 = 8(x + 2)$