

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Febrero 2006

Problema 1 Calcular el área comprendida entre la curva $f(x) = x^2 - 2x - 8$ y el eje X en el intervalo $[-3, 3]$.

Solución:

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \implies x = -2, x = 4$$

Dentro del intervalo sólo se encuentra el punto $x = -1$ luego tenemos los intervalos de integración: $[-3, -2]$ y $[-2, 3]$.

$$\int (x^2 - 2x - 8) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x + C$$

$$I_1 = \int_{-3}^{-2} (x^2 - 2x - 8) dx = \left. \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right|_{-3}^{-2} = \frac{10}{3}$$

$$I_2 = \int_{-2}^3 (x^2 - 2x - 8) dx = \left. \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right|_{-2}^3 = -\frac{100}{3}$$

$$S = |I_1| + |I_2| = \frac{10}{3} + \frac{100}{3} = \frac{110}{3} u^2$$

Problema 2 Resolver las siguientes integrales:

1. $\int \frac{x^4 - x + 1}{x + 2} dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + 2x^2 - 9x + 19 \ln|x + 2| + C$

2. $\int \frac{x^2 + 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3x^{2/3}(7x^2 + 32\sqrt{x} - 84)}{56} + C$

Problema 3 Dadas la curva: $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$, calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Representación aproximada.

Solución:

1.

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \implies (0, 0)$.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies (0, 0)$.
- $Dom(f) = R - \{\pm 2\}$

2. Simetría:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 4} = -\frac{x^3}{x^2 - 4} = -f(x) \implies \text{Impar}$$

3. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 2, x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3 - 4x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 4} - x \right) = 0$$

$y = x$

4.

$$y' = \frac{x^2(x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^2} = 0 \implies x = -\sqrt{12} \quad x = \sqrt{12}$$

	$(-\infty, -\sqrt{12})$	$(-\sqrt{12}, \sqrt{12})$	$(\sqrt{12}, +\infty)$
y'	+	-	+
y	crece	decrece	crece

5. La función tiene un máximos en el punto $(-3.46, -5.2)$ y un mínimo en $(3.46, 5.2)$.

6. Representación

