Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$, determina

1. Dominio
2. Puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Signo de la función.
4. Simetrías.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Máximos y mínimos relativos.
8. Curvatura.
9. Puntos de Inflexión.
10. Tangente a la curva en el punto $x = 3$
11. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

Solución:

1. $Dom(f) = R - \{-1, 1\}$.
2. Los puntos de corte serán los siguientes:

   Si $x = 0 \Longrightarrow (0, 4)$ y si $f(x) = 0 \Longrightarrow x^2 - 4 = 0 \Longrightarrow (-2, 0)$ y $(2, 0)$.

3.

$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, \infty)$	
$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

4. La función es PAR.
5. Asíntotas:

- Verticales: La única posible es $x = -1$ y $x = 1$

$$\lim_{x \longrightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^+}\right] = -\infty \qquad \lim_{x \longrightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^-}\right] = +\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^-}\right] = +\infty \qquad \lim_{x \longrightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{-3}{0^+}\right] = -\infty$$

- Horizontales: $y = 1$

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = 1$$

- Oblicuas: No Hay

6. Monotonía:

$$f'(x) = \frac{6x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \Longrightarrow x = 0 \Longrightarrow$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	Decrece	Crece

La función Decrece en el intervalo: $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ y Crece en el intervalo: $(0, 1) \cup (1, \infty)$

7. Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Mínimo en el punto $(0, 4)$.

8. Curvatura:

$$f''(x) = \frac{6(3x^2 + 1)}{(1 - x^2)^3} \neq 0$$

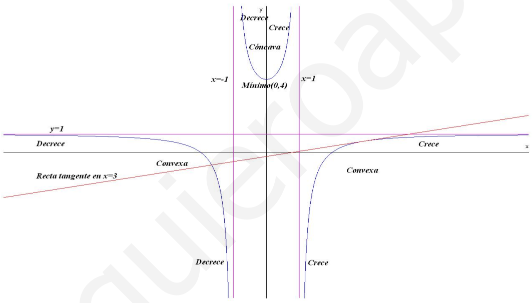
	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
$f''(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	Convexa	Cóncava	Convexa

9. No hay puntos de Inflexión.

10. $a = 3 \Longrightarrow b = f(3) = \dfrac{5}{8}$

$$m = f'(3) = \frac{9}{32} \Longrightarrow y - \frac{5}{8} = \frac{9}{32}(x - 3)$$

11. Representación gráfica:


y
Decrece
Crece
Cóncava
x=-1
Mínimo(0,4)
x=1
y=1
Decrece
Crece
x
Convexa
Convexa
Recta tangente en x=3
Decrece
Crece