

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$, determina

1. Lo puntos de corte con los ejes coordenados.
2. Las asíntotas.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
4. Máximos y mínimos relativos.
5. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

(Murcia Junio-2008)

Solución:

1. $Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$. Los puntos de corte serán los siguientes:

Si $x = 0 \implies (0, -1)$ y si $f(x) = 0 \implies (1/2, 0)$.

2. Asíntotas:

- Verticales: Las únicas posibles son $x = -1$

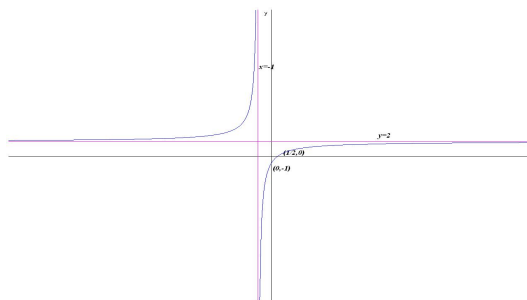
$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = \left[\frac{-3}{0^-} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = \left[\frac{-3}{0^+} \right] = -\infty$$

- Horizontales: $y = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$$

- Oblicuas: No hay al haber horizontales.

3. Monotonía: $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \neq 0 \implies$ No hay ni Máximos ni Mínimos, la función es siempre positiva y por tanto es creciente en todo el dominio de la función.
4. Máximos y mínimos relativos: No hay
5. Representación gráfica:



Problema 2 Sea la función $f(x) = |x^2 + x - 6|$. Representarla gráficamente y expresarla por ramas

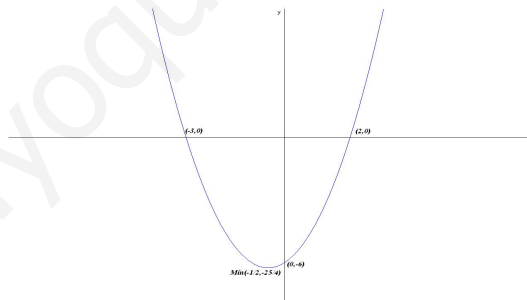
Solución:

- Trabajamos con la función sin tener en cuenta el valor absoluto

$$f(x) = x^2 + x - 6, \quad f'(x) = 2x + 1 = 0 \implies x = -\frac{1}{2}$$

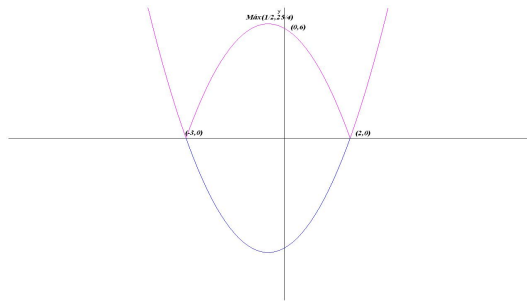
	$(-\infty, -1/2)$	$(-1/2, \infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	Decrece	Crece

Luego f tiene un mínimo en el punto $(-1/2, -25/4)$. Los puntos de corte con los ejes son: $(0, -6)$, $(-3, 0)$ y $(2, 0)$



- Toda la parte negativa se pasa a positiva: Luego f tiene un máximo en el punto $(1/2, 25/4)$. Los puntos de corte con los ejes son: $(0, 6)$, $(-3, 0)$ y $(2, 0)$
- La función por ramas será:

$$f(x) = |x^2 + x - 6| = \begin{cases} x^2 + x - 6 & \text{si } x < -3 \\ -x^2 - x + 6 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 6 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$



Problema 3 Calcúlese los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + x - 1}{-x^2 + 8}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3 + 5x^2 - 1}{x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{3x^2 - 5x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x^2 - 2} - \sqrt{5x + 1}}{x - 3}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + x - 1}{-x^2 + 8} = -5$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3 + 5x^2 - 1}{x + 2} = 1\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{3x^2 - 5x - 2} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x^2 - 2} - \sqrt{5x + 1}}{x - 3} = \frac{5}{8}$$