

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$, determina

1. Dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
2. Ecuación de sus asíntotas.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
4. Máximos y mínimos relativos.
5. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

(Comunidad Valenciana Junio-2008)

Solución:

1. $Dom(f) = R - \{-2, 2\}$. Los puntos de corte serán los siguientes:

Si $x = 0 \implies (0, 0)$ y si $f(x) = 0 \implies (0, 0)$. Luego el único punto de corte es el $(0, 0)$.

2. Asíntotas:

- Verticales: Las únicas posibles son $x = -2$ y $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2}{4-x^2} = \left[\frac{4}{0^-} \right] = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2}{4-x^2} = \left[\frac{4}{0^+} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{4-x^2} = \left[\frac{4}{0^+} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{4-x^2} = \left[\frac{4}{0^-} \right] = -\infty$$

- Horizontales: $y = -1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{4-x^2} = -1$$

- Oblicuas: No hay al haber horizontales.

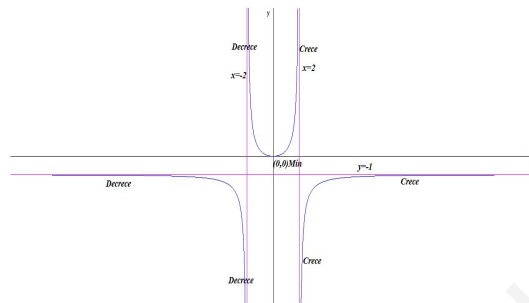
3. Monotonía:

$$f'(x) = \frac{8x}{(4-x^2)^2} = 0 \implies x = 0 \implies$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	Decrece	Crece

La función crece en el intervalo: $(0, 2) \cup (2, \infty)$ y decrece en el intervalo: $(\infty, -2) \cup (-2, 0)$

4. Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Mínimo en el punto $(0, 0)$.
5. Representación gráfica:



Problema 2 Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ una función que pasa por el punto $(0, 0)$ y tiene un extremo en $(2, 3)$ y un punto de inflexión en $x = 1$. Encontrar los parámetros a , b , c y d .

Solución:

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

$$\begin{cases} f(0) = 0 \implies d = 0 \\ f(2) = 3 \implies 8a + 4b + 2c + d = 3 \\ f'(2) = 0 \implies 12a + 4b + c = 0 \\ f''(1) = 0 \implies 6a + 2b = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -3/4 \\ b = 9/4 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2$$

Problema 3 Calcúlense las derivadas de las siguientes funciones reales de variable real

1. $f(x) = x^2 \ln(1 - x)$

2. $g(x) = \frac{x^2}{8} - \frac{8}{x^2}$

3. $h(x) = e^{2x-1}$

4. $t(x) = 7x - x^2 + \frac{9}{x}$

5. $u(x) = (1 - x^2)e^x$

6. $v(x) = \frac{1}{(x + 1)^{20}}$

Solución:

1. $f'(x) = 2x \ln(1-x) - \frac{x^2}{1-x}$

2. $g'(x) = \frac{x}{4} + \frac{16}{x^3}$

3. $h'(x) = 2e^{2x-1}$

4. $t(x) = 7 - 2x - \frac{9}{x^2}$

5. $u(x) = -2xe^x + (1-x^2)e^x$

6. $v(x) = -\frac{20}{(x+1)^{19}}$

www.yoquieroaprobar.es