NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

EN LA PREGUNTA 4 HAY QUE OBTENER, AL MENOS 1,8 PUNTOS. EN CASO CONTRARIO, LA CALIFICACIÓN MÁXIMA ES DE 4,4

1) Calcular los siguientes límites: *(2 puntos)*

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x}$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x}$

2) Calcular las asíntotas de $f(x) = \dfrac{-2x^3-3x}{1-x^2}$ *(2,5 puntos)*

3) Estudiar la continuidad de la siguiente función, clasificando sus discontinuidades:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x-1} & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)} & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$$ *(3 puntos)*

4) Calcular y simplificar las derivadas de las siguientes funciones: *(2,5 puntos)*

a) $f(x) = \dfrac{2(3x+1)^2}{3x-1}$

b) $g(x) = (x^2 - x + 1)\, e^{5x}$

c) $h(x) = 3\sqrt[3]{2(5x^2-1)^2}$

d) $j(x) = \ln\left(\sqrt[5]{\dfrac{(5x-3)^3}{2x^4}}\right)$

SOLUCIONES

1) Calcular los siguientes límites: *(2 puntos)*

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x}$

Cuando se obtiene indeterminación ∞/∞ y tenemos polinomios o raíces o potencias de polinomios, podemos sustituir tales expresiones por sólo su término de mayor grado, tanto en numerador como en denominador:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2}}{-x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{-x} = \lim_{x\to\infty}(-2) = \boxed{-2}$$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x}$

Al obtener 0/0 y aparecer raíces dentro de restas, multiplicamos y dividimos por los conjugados de dichas restas, para obtener polinomios que podamos factorizar:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{4x^2-3x}-1}{1-x}\,\frac{\sqrt{4x^2-3x}+1}{\sqrt{4x^2-3x}+1} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{4x^2-3x-1}{(1-x)(\sqrt{4x^2-3x}+1)} = \left(\frac{0}{0}\right) =$$

Factorizamos, por Ruffini los polinomios $4x^2 - 3x - 1$ y $-x + 1$:

$$\begin{array}{c|ccc} & 4 & -3 & -1 \\ 1 & & 4 & 1 \\ \hline & 4 & 1 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{c|cc} & -1 & 1 \\ 1 & & -1 \\ \hline & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

Por tanto, el límite es:

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(4x+1)(x-1)}{-(x-1)(\sqrt{4x^2-3x}+1)} = \lim_{x\to 1} \frac{4x+1}{-(\sqrt{4x^2-3x}+1)} = \frac{5}{-(1+1)} = \boxed{-\frac{5}{2}}$$

2) Calcular las asíntotas de $f(x) = \dfrac{-2x^3-3x}{1-x^2}$ *(2,5 puntos)*

En primer lugar, su dominio es R – {–1, 1}, porque estos valores que quitamos son los que anulan el denominador.

- Asíntotas verticales:

$$\lim_{x\to -1} \frac{-2x^3-3x}{1-x^2} = \left(\frac{2+3}{0}\right) = \infty \Rightarrow \text{la recta } \boxed{x=-1 \text{ es asíntota vertical}}.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{-2x^3-3x}{1-x^2} = \left(\frac{-2-3}{0}\right) = \infty \Rightarrow \text{la recta } \boxed{x=1 \text{ es asíntota vertical}}.$$

- Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3-3x}{1-x^2} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3}{-x^2} = \lim_{x\to\infty} 2x = \infty \Rightarrow \boxed{\text{No tiene a.horiz.}}$$

- Asíntotas oblicuas:

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-2x^3-3x}{1-x^2}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3-3x}{(1-x^2)x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3-3x}{x-x^3} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3}{-x^3} = 2$$

$$n = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{-2x^3-3x}{1-x^2} - 2x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3-3x-2x(1-x^2)}{1-x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^3-3x-2x+2x^3}{1-x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{-5x}{1-x^2} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{-5x}{-x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{5}{x} = 0$$

Por tanto, la recta $\boxed{y = 2x \text{ es asíntota oblicua}}$.

3) Estudiar la continuidad de la siguiente función, clasificando sus discontinuidades:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x-1} & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)} & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$$

(3 puntos)

- $(-\infty, -1)$: f coincide con $g(x) = \dfrac{2x-1}{x-1}$. Las funciones elementales son continuas en su dominio, y el de ésta es $\mathbb{R} - \{1\}$. O sea, que tiene, únicamente, una discontinuidad en $x = 1 \notin (-\infty, -1) \Rightarrow$ f es continua en $(-\infty, -1)$.
- $(-1, +\infty)$: f coincide con $h(x) = \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)}$, que es continua en $\mathbb{R} - \{0, 1\}$.

  Ambos valores están en el intervalo estudiado, luego son, también, discontinuidades de f. Clasifiquémoslas:

  - $x = 0$: 1) No existe $f(0)$; 2) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)} = \left(\dfrac{-3}{0^+}\right) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)} = \left(\dfrac{-3}{0^-}\right) = +\infty \Rightarrow$ En $x = 0$ hay disc. asintótica de salto infinito.
  - $x = 1$: 1) No existe $f(1)$; 2) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)} = \left(\dfrac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3(x^2-1)}{x(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3(x-1)(x+1)}{x(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3(x+1)}{x} = 6 \Rightarrow$ En $x = 1$ hay disc. evitable.

- $x = -1$: 1) $\exists f(-1) = \dfrac{0}{2} = 0$; 2) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{2x-1}{x-1} = \dfrac{-3}{-2} = \dfrac{3}{2}$; $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{3x^2-3}{x(x-1)} = 0 \Rightarrow$ En $x = -1$ hay disc. de salto finito.

En suma, f es continua en $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$, con discontinuidades de salto finito en $x = -1$, asintótica de salto infinito en $x = 0$ y evitable en $x = 1$.

4) Calcular y simplificar las derivadas de las siguientes funciones: *(2,5 puntos)*

a) $f(x) = \dfrac{2(3x+1)^2}{3x-1}$

$$f'(x) = \frac{4(3x+1)3(3x-1)-2(3x+1)^2 3}{(3x-1)^2} = \frac{(3x+1)[12(3x-1)-6(3x+1)]}{(3x-1)^2} =$$
$$= \frac{(3x+1)(36x-12-18x-6)}{(3x-1)^2} = \boxed{\frac{(3x+1)(18x-18)}{(3x-1)^2}} = \frac{18(3x+1)(x-1)}{(3x-1)^2} =$$
$$= \frac{18(3x^2-3x+x-1)}{(3x-1)^2} = \boxed{\frac{18(3x^2-2x-1)}{(3x-1)^2}}$$

b) $g(x) = (x^2 - x + 1)\, e^{5x}$

$$g'(x) = (2x-1)\, e^{5x} + 5(x^2 - x + 1)\, e^{5x} = e^{5x}(2x - 1 + 5x^2 - 5x + 5) =$$
$$= \boxed{e^{5x}(5x^2 - 3x + 4)}$$

c) $h(x) = 3\sqrt[3]{2(5x^2-1)^2}$

$$h'(x) = 3\frac{2\cdot 2(5x^2-1)10x}{3\sqrt[3]{[2(5x^2-1)^2]^2}} = \frac{40x(5x^2-1)}{\sqrt[3]{4(5x^2-1)^4}} = \frac{40x(5x^2-1)}{\sqrt[3]{4(5x^2-1)^3(5x^2-1)}} =$$
$$\frac{40x(5x^2-1)}{(5x^2-1)\sqrt[3]{4(5x^2-1)}} = \boxed{\frac{40x}{\sqrt[3]{4(5x^2-1)}}}$$

d) $j(x) = \ln\left(\sqrt[5]{\frac{(5x-3)^3}{2x^4}}\right)$

Simplificamos antes de derivar, aplicando propiedades de logaritmos:

$$j(x) = \ln\left(\sqrt[5]{\frac{(5x-3)^3}{2x^4}}\right) = \frac{1}{5}\ln\left(\frac{(5x-3)^3}{2x^4}\right) = \frac{1}{5}[\ln(5x-3)^3 - \ln(2x^4)] =$$
$$= \frac{1}{5}[3\ln(5x-3) - (\ln(2) + \ln(x^4))] = \frac{1}{5}[3\ln(5x-3) - \ln(2) - 4\ln(x)]$$

Y derivamos:

$$j'(x) = \frac{1}{5}\left[3\frac{5}{5x-3} - 0 - 4\frac{1}{x}\right] = \frac{1}{5}\frac{3\cdot 5}{5x-3} - \frac{1}{5}\frac{4}{x} = \boxed{\frac{3}{5x-3} - \frac{4}{5x}}$$

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta permanente**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

EN LA PREGUNTA 4 HAY QUE OBTENER, AL MENOS 1,4 PUNTOS. EN CASO CONTRARIO, LA CALIFICACIÓN MÁXIMA ES DE 4,4

1) Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ \dfrac{8x^2 + ax - 6}{x - 1} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

   a) Hallar a para que la función sea continua en todo su dominio, si es posible. *(1,5 puntos)*
   b) Calcular las asíntotas para $a = -9$. *(1 punto)*
   c) Estudiar su monotonía y extremos relativos para $a = -9$. *(1,5 puntos)*
   d) Calcular su tangente en $x = 3$ para $a = -9$. *(1 punto)*

2) Calcular los extremos absolutos de $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, con $0 \le x \le 5$. *(1,5 ptos)*

3) Calcular a y b para que la siguiente función tenga un punto de inflexión en $(1, 2)$:
   $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ *(1,5 puntos)*

4) Derivar y simplificar: *(2 puntos)*

   a) $f(x) = \dfrac{2(3x+1)}{(3x-1)^2}$
   b) $g(x) = (x^2 - 2x + 1)\, e^{5x^2}$
   c) $h(x) = 3\sqrt[3]{5x^2 - 1}$
   d) $j(x) = \ln\left(\sqrt[5]{\dfrac{(5x-3)^3}{2x^4}}\right)$

SOLUCIONES

1) Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ \dfrac{8x^2 + ax - 6}{x-1} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

a) Hallar a para que la función sea continua en todo su dominio, si es posible. *(1,5 puntos)*

- [0, 2): f es continua porque está definida mediante una función polinómica: $y = x^2 + x + 2$, que son continuas en todos los puntos de R.
- (2, +∞): f está definida en este intervalo mediante una función racional. Como las funciones elementales son continuas en su dominio, y el de ésta está constituido por todos los números reales salvo $x = 1$, dado que este valor no está en el intervalo que estudiamos, f es continua en todo él.
- $x = 2$: Estudiamos este valor por separado porque los puntos de conexión de definiciones en una función definida a trozos hay que estudiarlos siempre aparte.

$$1)\ \exists f(2) = 4 + 2 + 2 = 8;\quad 2)\ \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}(x^2 + x + 2) = 8;$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\left(\frac{8x^2 + ax - 6}{x-1}\right) = \frac{32 + 2a - 6}{2-1} = 26 + 2a$$

Para ser continua también aquí, estos resultados deben coincidir. Luego:

$$26 + 2a = 8 \Rightarrow 2a = -18 \Rightarrow a = -9$$

Por tanto, $\boxed{f \text{ es continua en } [0, +\infty) \text{ si y sólo si } a = -9}$.

b) Calcular las asíntotas para $a = -9$. *(1 punto)*

La función queda así:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ \dfrac{8x^2 - 9x - 6}{x-1} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

- Verticales: Sólo puede tenerla en puntos de discontinuidad o en los extremos del dominio. Como no tiene discontinuidades y en $x = 0$, extremo donde se inicia el dominio, la función tiene expresión polinómica, $\boxed{\text{no tiene asíntotas verticales}}$.
- Horizontales: La variable x no puede tender a $-\infty$. Por tanto, sólo estudiamos:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2 - 9x - 6}{x-1} = \left(\frac{+\infty}{+\infty}\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2}{x} = \lim_{x\to+\infty} 8x = +\infty$$

Por tanto, $\boxed{\text{no tiene asíntotas horizontales}}$.

- Oblicuas: Igualmente, sólo puede tenerlas si $x \to +\infty$:

$$m = \lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{8x^2 - 9x - 6}{x-1}}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2 - 9x - 6}{x(x-1)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2 - 9x - 6}{x^2 - x} = \left(\frac{+\infty}{+\infty}\right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2}{x^2} = 8$$

$$n = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{8x^2 - 9x - 6}{x-1} - 8x\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2 - 9x - 6 - 8x(x-1)}{x-1} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{8x^2-9x-6-8x^2+8x}{x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-x-6}{x-1} = \left(\frac{+\infty}{+\infty}\right) = \lim_{x\to+\infty} \frac{-x}{x} = -1$$

Por tanto, $\boxed{\text{la recta } y = 8x-1 \text{ es asíntota horizontal}}$ si $x \to +\infty$.

c) Estudiar su monotonía y extremos relativos para $a = -9$. *(1,5 puntos)*

Derivamos la función, de la que ya sabemos que no tiene discontinuidades en su dominio. Teniendo en cuenta que en intervalos abiertos puede derivarse directamente:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } 0<x<2 \\ \dfrac{(16x-9)(x-1)-(8x^2-9x-6)}{(x-1)^2} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } 0<x<2 \\ \dfrac{16x^2-16x-9x+9-8x^2+9x+6}{(x-1)^2} & \text{si } x>2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } 0<x<2 \\ \dfrac{8x^2-16x+15}{(x-1)^2} & \text{si } x>2 \end{cases}$$

Y como $f'(2^-) = 4 + 1 = 5$ y $f'(2^+) = \dfrac{32-32+15}{1} = 15 \Rightarrow$ No es derivable en $x = 2$, porque no coinciden las derivadas laterales. Por tanto:

$$\boxed{f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } 0<x<2 \\ \dfrac{8x^2-16x+15}{(x-1)^2} & \text{si } x>2 \end{cases}}$$

Monotonía y extremos relativos

- Discontinuidades de f: No tiene.
- Discontinuidades de f': $x = 1$ no es discontinuidad, porque no es mayor que 2. Sólo lo es $x = 2$, donde no existe f'.
- $f'(x) = 0$:
  - $0 < x < 2$: $2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1/2$. Pero este valor no es válido, puesto que no está entre 0 y 2.
  - $x > 2$: $\dfrac{8x^2-16x+15}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow 8x^2 - 16x + 15 = 0$, siendo $x \neq 1$, para no anular el denominador $\Rightarrow x = \dfrac{16 \pm \sqrt{256-480}}{16}$, que no tiene solución.

Por tanto, el cuadro de monotonía es:

	(0, 2)	2	(2, +∞)
f'	+	∄	+
f	↗	P.A.	↗

No tiene extremos relativos, pero $\boxed{x = 2 \text{ es un punto anguloso}}$, porque la función es continua en él pero las derivadas laterales no coinciden.

d) Calcular su tangente en $x = 3$ para $a = -9$. *(1 punto)*

Alrededor de $x = 3$, $f(x) = \dfrac{8x^2-9x-6}{x-1}$. Trabajamos sólo con esta fórmula.

- Punto de tangencia: Como $f(3) = \dfrac{72-27-6}{2} = \dfrac{39}{2}$, es: $\boxed{(3, 39/2)}$.

- Pendiente de la tangente: $f'(x) = \dfrac{8x^2-16x+15}{(x-1)^2} \Rightarrow m = f'(3) = \dfrac{39}{4}$
- Ecuación de la recta tangente:

$$y - \frac{39}{2} = \frac{39}{4}(x-3) \Rightarrow y = \frac{39}{4}x - \frac{117}{4} + \frac{39}{2} \Rightarrow \boxed{y = \frac{39}{4}x - \frac{39}{4}}$$

2) Calcular los extremos absolutos de $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, con $0 \le x \le 5$. *(1,5 ptos)*

Comenzamos con $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

- Extremos del dominio: $x = 0$; $x = 5$.
- Discontinuidades de f: No hay (es polinómica).
- Discontinuidades de f': No hay (es polinómica).
- $f'(x) = 0$: $3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} =$

$= \dfrac{4 \pm 2}{2} = \langle\begin{smallmatrix} =1 \\ =3 \end{smallmatrix}$, ambas válidas (están entre 0 y 5).

Estudiamos las imágenes (no límites, en este caso) en los puntos resultantes:

- $x = 0$: $f(0) = 0$.
- $x = 1$: $f(1) = 1 - 6 + 9 = 4$.
- $x = 3$: $f(3) = 27 - 54 + 27 = 0$.
- $x = 5$: $f(5) = 125 - 6\cdot 25 + 45 = 20$.

Máximo absoluto: 20, que se alcanza para $x = 5$.
Mínimo absoluto: 0, que se alcanza para $x = 0$ y para $x = 3$.

3) Calcular a y b para que la siguiente función tenga un punto de inflexión en (1, 2):
$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ *(1,5 puntos)*

Como:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b;\ f''(x) = 6x + 2a;\ f'''(x) = 6$$

Para que f tenga un punto de inflexión en $x = 1$, bastará con que:

$$f''(1) = 0 \text{ y que } f'''(1) \neq 0$$

Es decir:

$$6 + 2a = 0 \Leftrightarrow \boxed{a = -3} \text{ y que } \boxed{6 \neq 0}\text{, que se cumple.}$$

Además, las coordenadas del punto de inflexión son (1, 2) $\Rightarrow f(1) = 2$:

$$1 + a + b - 2 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a + b = 3}$$

Sustituyendo el valor de a: $-3 + b = 3 \Rightarrow \boxed{b = 6}$.

Por tanto: $\boxed{a = -3 \text{ y } b = 6}$.

4) Derivar y simplificar: *(2 puntos)*

a) $f(x) = \dfrac{2(3x+1)}{(3x-1)^2}$

$$f(x) = 2\frac{3x+1}{(3x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = 2\frac{3(3x-1)^2 - 2(3x-1)3(3x+1)}{(3x-1)^4} =$$

$$= 2\frac{(3x-1)[3(3x-1) - 6(3x+1)]}{(3x-1)^4} = 2\frac{9x-3-18x-6}{(3x-1)^3} = \boxed{2\frac{-9x-9}{(3x-1)^3}}$$

b) $g(x) = (x^2 - 2x + 1)\, e^{5x^2}$

$$g'(x) = (2x-2)\, e^{5x^2} + (x^2 - 2x + 1)10x\, e^{5x^2} = e^{5x^2}(2x - 2 + 10x^3 - 20x^2 + 10x) =$$
$$= \boxed{e^{5x^2}(10x^3 - 20x^2 + 12x - 2)}$$

c) $h(x) = 3\sqrt[3]{5x^2-1}$

$$h'(x) = 3\frac{10x}{3\sqrt[3]{(5x^2-1)^2}} = \boxed{\frac{10x}{\sqrt[3]{(5x^2-1)^2}}} = \frac{10x}{\sqrt[3]{(5x^2-1)^2}}\frac{\sqrt[3]{5x^2-1}}{\sqrt[3]{5x^2-1}} = \frac{10x\sqrt[3]{5x^2-1}}{\sqrt[3]{(5x^2-1)^3}} =$$
$$= \boxed{\frac{10x\sqrt[3]{5x^2-1}}{5x^2-1}}$$

d) $j(x) = \ln\left(\sqrt[5]{\frac{(5x-3)^3}{2x^4}}\right)$

Simplificamos antes de derivar, aplicando propiedades de logaritmos:

$$j(x) = \ln\left(\sqrt[5]{\frac{(5x-3)^3}{2x^4}}\right) = \frac{1}{5}\ln\left(\frac{(5x-3)^3}{2x^4}\right) = \frac{1}{5}[\ln(5x-3)^3 - \ln(2x^4)] =$$
$$= \frac{1}{5}[3\ln(5x-3) - (\ln(2) + \ln(x^4))] = \frac{1}{5}[3\ln(5x-3) - \ln(2) - 4\ln(x)]$$

Y derivamos:

$$j'(x) = \frac{1}{5}\left[3\frac{5}{5x-3} - 0 - 4\frac{1}{x}\right] = \frac{1}{5}\frac{3\cdot 5}{5x-3} - \frac{1}{5}\frac{4}{x} = \boxed{\frac{3}{5x-3} - \frac{4}{5x}}$$