EXAMEN DE 2º BACHILLERATO CC SS BLOQUE: ÁLGEBRA Y PROGRAMACIÓN LINEAL

NOMBRE: ………………………………………………………………………………. Calificación: …………

**EJERCICIO 1 Se considera el sistema:**

$$\begin{aligned} x+y+z&=a-1 \\ 2x+y+az&=a \\ x+ay+z&=1 \end{aligned}$$

a) **(2 puntos) Discuta el sistema según valores del parámetro a.**
b) **(1 punto) Resuélvalo en el caso en que sea compatible indeterminado.**

**EJERCICIO 2 ( 2 puntos) Represente la región definida por:**

$$x \geq 0 \;;\; y \geq 0\;;\; -x+2y \leq 6 \;;\; x+y \leq 6\;;\; x \leq 4$$

**Determine sus vértices y calcule el máximo y el mínimo de la función:** $F(x,y) = 2x+2y+1$

**EJERCICIO 3 ( 2 puntos) Sean las matrices ;** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

a) **Calcule** $B.B^t - A.A^t$
b) **Halle la matriz X que verifique** $(A.A^t)X = B$

**EJERCICIO 4 ( 2 puntos) Resuelva la ecuación:**

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

**EJERCICIO 5 ( 1 punto) PLANTEE pero NO RESUELVA el siguiente problema:**

**Una empresa gana 150 € por cada tonelada de escayola producida y 100 € por cada tonelada de yeso. La producción diaria debe ser como mínimo de 30 toneladas de escayola y 30 de yeso. La cantidad de yeso no puede superar en más de 60 toneladas la cantidad de escayola y la producción conjunta diaria de ambos materiales no puede superar las 420 toneladas. Calcule la cantidad diaria que hay que producir de cada material para que la ganancia para la empresa sea máxima.**

**SOLUCIONES**

**EJERCICIO 1**

A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ ; detA = $-a^2+3a-2$ = 0 si a = 1 , a = 2

Para a = 1

A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$= 1 – 2 = -1 luego RanA = 2

B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ; cualquier menor de orden 3 de B que contenga las columanas 2 y 3 es 0 por tener dos columnas iguales. El único menor posible de B de orden 3 que hay que comprobar es:

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ = - 1 ; ran B = 3

Para a = 2

A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ; el mismo menor de orden 2 nos sirve para concluir que rana = 2

B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ; cualquier menor de B de orden 3 tiene 2 columnas iguales luego son todos cero de donde ran B = 2. La discusión quedaría:

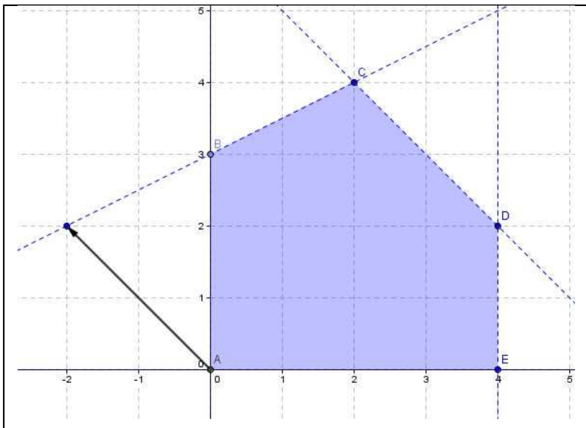
- $a \neq 1,2$ $RanA = RanB = n.incógnitas = 3$ $SCD$
- $a = 1$ $RanA = 2$ $RanB = 3$ $SI$
- $a = 2$ $RanA = RanB = 2 < n.incógnitas$ $SCI$

Resolvemos para a = 2 ; eliminamos la última ecuación :

$\begin{matrix} x+y+z=1 \\ 2x+y+2z+2 \end{matrix}$ ; $\begin{matrix} x+y=1-z \\ 2x+y=2-2z \end{matrix}$

x = $\dfrac{\begin{vmatrix} 1-z & 1 \\ 2-2z & 1 \end{vmatrix}}{-1}$ = - z + 1   y = $\dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 1-z \\ 2 & 2-2z \end{vmatrix}}{-1}$ = 0

**EJERCICIO 2**



En A( 0, 0) , F = 1
En B ( 0, 3) F = 7
En C (2, 4) F = 4 + 8 + 1 = 13
En D ( 4, 2) F = 8 + 4 + 1 = 13
En E ( 4, 0) F = 9

El mínimo de la función está en A y el máximo en todos los puntos del segmento CD.

**EJERCICIO 3**

a) $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -10 \\ -10 & 25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} =$
$\begin{pmatrix} -1 & -8 \\ -8 & 20 \end{pmatrix}$

b) Del apartado anterior $AA^t = C = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$; $C^{-1} = \begin{pmatrix} 5/21 & 2/21 \\ 2/21 & 5/21 \end{pmatrix}$

$CX = B$ ; $X = C^{-1}B = \begin{pmatrix} 5/21 & 2/21 \\ 2/21 & 5/21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

**EJERCICIO 4**

$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \underset{F3-F4}{\overset{F1-F2}{=\ F2-F3}} \begin{vmatrix} x-1 & 1-x & 0 & 0 \\ 0 & x-1 & 1-x & 0 \\ 0 & 0 & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ ; desarrollamos por la cuarta columna: $1 \cdot (-1)^7 \begin{vmatrix} x-1 & 1-x & 0 \\ 0 & x-1 & 1-x \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\left[(x-1)^2 + (1-x)^2 - (1-x)(x-1)\right] =$

$-3x^2 + 6x - 3 = 0$ ; resolviendo ecuación 2º grado, x = 1

**EJERCICIO 5**

X = toneladas de escayola y = toneladas yeso ; máximo de z = 150x + 100y

$$x \geq 30 \;;\; y \geq 30 \;;\; y \leq x + 60 \;; x + y \leq 420 \;; x \geq 0 \;; y \geq 0$$