PROBABILIDAD

La mayoría de estos problemas han sido propuestos en exámenes de selectividad de los distintos distritos universitarios españoles.

1. Una caja con una docena de huevos contiene dos de ellos rotos. Se extraen al azar sin reemplazamiento (sin devolverlos después y de manera consecutiva) cuatro huevos.
a) Calcular la probabilidad de extraer los cuatro huevos en buen estado.
b) Calcular la probabilidad de extraer de entre los cuatro, exactamente un huevo roto.

Solución:
Si se llama R al huevo roto y B al bueno, en la caja hay 10 B y 2 R.

a) P(4 B) = P(BBBB) = $\frac{10}{12}\cdot\frac{9}{11}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{14}{33}$

b) P(3 B y 1 R) = P(BBBR, BBRB, BRBB, RBBB) = $4\cdot\frac{10}{12}\cdot\frac{9}{11}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{16}{33}$

2. Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz. Si se lanza tres veces esta moneda.
1) Calcula el espacio muestral para este experimento.
2) Calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.

Solución:
Llamamos C al suceso cara y X al suceso cruz.
Se sabe que P(C) = 2 P(X).

Como P(C) + P(X) = 1 $\Rightarrow$ 2p + p = 1 $\Rightarrow$ p = $\frac{1}{3}$

Luego P(C) = $\frac{2}{3}$ y P(X) = $\frac{1}{3}$

1) E = {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX}

2) P(2 cruces) = P(CXX, XCX, XXC) = 3 · P(C) · P(X) · P(X) = $3\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

3. Un juego consiste en lanzar tres monedas al aire, de manera que si las tres monedas aparecen de igual modo (tres caras o tres cruces) el jugador gana y en caso contrario se vuelve a tirar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar en la primera tirada?
b) ¿Cuál es la probabilidad de perder las dos primeras tiradas y ganar la tercera?

Solución:
El espacio muestral de este experimento aleatorio es
E = {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX}
La probabilidad de obtener tres caras o tres cruces es:

$$P(CCC; XXX) = P(\text{ganar}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

La probabilidad de perder es: $P(\text{perder}) = 1 - \frac{2}{8} = \frac{3}{4}$

Además, en cada nueva jugada la probabilidad de ganar o perder es la misma (hay independencia).

a) La probabilidad de ganar en la primera tirada es: $P(\text{ganar}) = \frac{1}{4}$

b) P(de perder las dos primeras tiradas y ganar la tercera) =

$$= P(\text{perder la } 1^{a}) \cdot P(\text{perder la } 2^{a}) \cdot P(\text{ganar la } 3^{a}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

4. Se hacen cinco lanzamientos de una moneda equilibrada. Hallar la probabilidad de que el número (total) de caras en los tres primeros lanzamientos sea el mismo que en las dos últimas.

Solución:
Los casos posibles del experimento son $2^5 = 32$.
Si se llama C al suceso cara y X al suceso cruz, los casos en los que el número de caras de los tres primeros lanzamientos coinciden con el número de cruces de los dos últimos son:
Dos caras finales (y dos caras entre las tres primeras):
CCX–CC; CXC–CC; XCC–CC
Una cara entre las dos últimas (y una sola cara entre las tres primeras):
CXX–XC; CXX–CX; XCX–XC; XCX–CX; XXC–XC; XXC–CX
Ninguna cara entre las dos últimas (y ninguna cara entre las tres primeras):
XXX–XX;

Hay 10 casos favorables. Por tanto, la probabilidad pedida es $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

5. Se hacen tres lanzamientos de un dado. Si en el primer lanzamiento sale un 2, ¿qué es más probable, que la suma de las puntuaciones sea un número par o que tal suma sea impar?

Solución:
La suma será par cuando la suma de las puntuaciones de los otros dos lanzamientos también sea par. Esto sucede con los siguientes resultados, que indicamos por orden de aparición.

(1, 1), (1, 3), (1, 5); (2, 2), (2, 4), (2, 6); (3, 1), (3, 3), (3, 5)
(4, 2), (4, 4), (4, 6); (5, 1), (5, 3), (5, 5); (6, 2), (6, 4), (6, 6).

La suma será impar cuando la suma de las puntuaciones de los otros dos lanzamientos sea impar. En este caso los resultados favorables son:

(1, 2), (1, 4), (1, 6); (2, 1), (2, 3), (2, 5); (3, 2), (3, 4), (3, 6)
(4, 1), (4, 3), (4, 5); (5, 2), (5, 4), (5, 6); (6, 1), (6, 3), (6, 5).

Como puede observarse hay el mismo número de casos favorables para cada suceso. Por tanto, las sumas par e impar son equiprobables.

6. Un dado está cargado de forma que la probabilidad de obtener 6 puntos es 1/2 y que las probabilidades de obtener cada una de las otras caras son iguales. Se lanza el dado, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:
a) Se obtiene un dos.
b) No se obtiene un tres.
c) Se obtiene un número par.
d) Se obtiene un número impar.

Solución:
Sea $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = p$; como $P(6) = \frac{1}{2}$, se tendrá:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow 5p + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{10}$$

Con esto:

a) $P(2) = \frac{1}{10}$

b) $P(\text{No } 3) = 1 - P(3) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

c) $P(\text{par}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$

c) $P(\text{impar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

7. Al hacer tres lanzamientos de un dado se alcanzó una puntuación total de 12. ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer lanzamiento se obtuviera un 6?

Solución:
Indicamos mediante ternas el resultado de cada tres lanzamientos del dado. Así, por ejemplo, la terna (6, 4, 1) indicará que en el primer lanzamiento se obtuvo un 6, en el segundo lanzamiento, un 4; y en el tercero, un 1.
Los resultados con suma 12 son los siguientes:

(**6**, 5, 1), (**6**, 1, 5), (5, 6, 1), (5, 1, 6), (1, 6, 5), (1, 5, 6)
(**6**, 4, 2), (**6**, 2, 4), (4, 6, 2), (4, 2, 6), (2, 6, 4), (2, 4, 6)
(**6**, 3, 3), (3, 6, 3), (3, 3, 6)
(5, 5, 2), (5, 2, 5), (2, 5, 5)
(5, 4, 3), (5, 3, 4), (4, 5, 3), (4, 3, 5), (3, 5, 4), (3, 4, 5)
(4, 4, 4)

En total, 25 resultados. De ellos, 5 casos empiezan por 6.
Por tanto:

$$P(\text{primer lanzamiento sea 6/la suma es 12}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

8. María y Laura idean el siguiente juego: cada una lanza un dado, si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate.
a) Calcula la probabilidad de que gane Laura. asociado al experimento.
b) Calcula la probabilidad de que gane María.

Solución:
a) El espacio muestral está formado por 36 sucesos elementales:

$$E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2); \ldots(6, 5), (6, 6)\}$$

Los dos dados salen con el mismo número en 6 casos: (1, 1), (2, 2) ,…, (6, 6). En estos casos gana Laura
La suma de ambos es 7 en otros 6 casos: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) y (6, 1). En estos casos gana María.

Por tanto:

a) $P(\text{gane Laura}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) $P(\text{gane María}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

NOTA: El juego es equitativo.

9. Una comisaría de policía metropolitana está formada por 1200 agentes: 960 hombres y 240 mujeres. A lo largo de los últimos dos años fueron ascendidos 324 agentes. En la siguiente tabla se indica el reparto específico de los ascensos para agentes masculinos y femeninos:

	ASCENDIDOS	NO ASCENDIDOS	TOTAL
HOMBRES	288	672	960
MUJERES	36	204	240
TOTAL	324	876	1200

a) Calcula la probabilidad de ascenso para un agente de sexo masculino.
b) Calcula la probabilidad de ascenso para un agente de sexo femenino.
c) ¿En esta comisaría el ascenso es dependiente o independiente del hecho de ser policía hombre o mujer? Justifica la respuesta.

Solución:
A partir de la tabla de contingencia dada y suponiendo que los ascensos en esa comisaria se hacen eligiendo agentes al azar, por la regla de Laplace se tendrá:

a) P(ascenso para un agente de sexo masculino) = $\frac{\text{hombres ascendidos}}{\text{total de hombres}} = \frac{288}{960} = 0{,}3$

b) P(ascenso para un agente de sexo femenino) = $\frac{\text{mujeres ascendidas}}{\text{total de mujeres}} = \frac{36}{240} = 0{,}15$

c) Es evidente que el ascenso no es independiente del sexo, pues las probabilidades anteriores son distintas. En concreto, la probabilidad de ascenso de un hombre ha resultado doble que para una mujer.
La probabilidad de ascenso, independientemente del sexo es

$$\text{P(ascenso)} = \frac{\text{total de ascenso}}{\text{total de agentes}} = \frac{324}{1200} = 0{,}27$$

Tampoco coincide con ninguna de las probabilidades anteriores.

10. Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades $p(A) = 0{,}4$; $p(B) = 0{,}2$ y $p(A \cup B) = 0{,}5$. ¿Son los sucesos A y B incompatibles?. Razona la respuesta.

Solución:
Dos sucesos A y B son incompatibles cuando $p(A \cap B) = 0$.

Como

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$$

En este caso:

$$p(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}2 - 0{,}5 = 0{,}1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son incompatibles.}$$

11. En un grupo de 2º de bachillerato el 15 % estudia Matemáticas, el 30 % estudia Economía y el 10 % ambas materias. Se pide:

a) ¿Son independientes los sucesos *Estudiar Matemáticas* y *Estudiar Economía*?

b) Si se escoge un estudiante del grupo al azar, calcular la probabilidad de que no estudie ni Matemáticas ni Economía.

Solución:

Se tienen las siguientes probabilidades:

$$P(\text{Estudiar Matemáticas}) = P(M) = 0{,}15$$
$$P(\text{Estudiar Economía}) = 0{,}30$$
$$P(\text{Estudiar ambas}) = P(M \cap E) = 0{,}10$$

a) Los sucesos serán independientes si $P(M\cap E) = P(M) \cdot P(E)$.

Como $P(M) \cdot P(E) = 0{,}15 \cdot 0{,}30 = 0{,}045 \neq 0{,}10$, los suceso *Estudiar Matemáticas* y *Estudiar Economía* no son independientes.

b) La probabilidad de la unión de sucesos "*Estudiar Matemáticas* o *Estudiar Economía*" es

$$P(M\cup E) = P(M) + P(E) - P(M\cap E) = 0{,}15 + 0{,}30 - 0{,}10 = 0{,}35$$

La probabilidad de no estudiar ni Matemáticas ni Economía es la contraria:

$$P(\text{No estudiar ni Matemáticas ni Economía}) = 1 - P(M\cup E) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65.$$

12. Un ordenador personal está contaminado por un virus y tiene cargados dos programas antivirus que actúan independientemente uno del otro. El programa p_1 detecta la presencia del virus con una probabilidad de 0,9 y el programa p_2 detecta el virus con una probabilidad de 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de que el virus no sea detectado?

Solución:

Sea $P(p_1) = 0{,}9$ y $P(p_2) = 0{,}8$

Como los antivirus actúan independientemente, la probabilidad de que lo detecten los dos es:

$$P(p_1\cap p_2) = 0.9 \cdot 0{,}8 = 0{,}72$$

La probabilidad de que lo detecte alguno de los dos es,

$$P(p_1\cup p_2) = P(p_1) + P(p_2) - P(p_1\cap p_2) = 0.9 + 0{,}8 - 0{,}9 \cdot 0{,}8 = 0{,}98$$

La probabilidad de que el virus no sea detectado es:

$$P(\text{virus no detectado}) = 1 - P(p_1\cup p_2) = 1 - 0{,}98 = 0{,}02$$

13. Una cierta señalización de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es 0,95 y de que se active el segundo es 0,90.

a) Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active sólo uno de los indicadores.
b) Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active al menos uno de los indicadores.

Solución:
Llamamos A y “no A” a la activación o no del primer indicador . Idénticamente, para el segundo indicador consideramos los sucesos B y “no B”.

Las probabilidades dadas son:

$$P(A) = 0,95 \Rightarrow P(\text{no } A) = 0,05$$
$$P(B) = 0,90 \Rightarrow P(\text{no } B) = 0,10$$

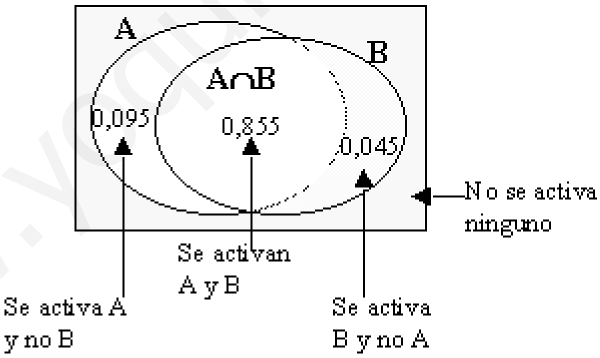
a) Con esto:

$$P(\text{se active sólo un indicador}) = P(A) \cdot P(\text{no } B) + P(\text{no } A) \cdot P(B) =$$
$$= 0,95 \cdot 0,10 + 0,05 \cdot 0,90 = 0,14$$

b) La probabilidad de que se active al menos uno de los indicadores es:

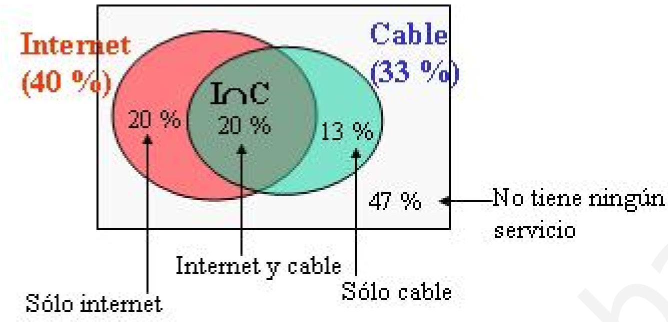
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,95 + 0,90 - 0,95 \cdot 0,90 = 0,995$$

Nota: Para dar una interpretación “visible” de los resultados podría hacerse el siguiente diagrama de Venn



14. Según cierto estudio, el 40 % de los hogares europeos tiene contratado el acceso a internet, el 33 % tiene contratada la televisión por cable, y el 20 % disponen de ambos servicios. Se selecciona un hogar europeo al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

Solución:
Hacemos un diagrama de Venn para simplificar el problema.



El suceso I es “internet”; el suceso C, “cable”.

Por las propiedades de la unión e intersección de sucesos se tiene:

a) P(sólo cable) = P(cable) – P(internet y cable) = 0,33 – 0,20 = 0,13.

b) P(ningún servicio) = 1 – P(alguno) = 1 – $P(I\cup C)$ = 1 – [P(I) + P(C) – $P(I\cap C)$] =
= 1 – 0,40 – 0,33 + 0,20 = 0,47.

15. Una clase tiene 24 alumnos y todos ellos cursan inglés y matemáticas; 12 alumnos aprueban inglés, 16 aprueban matemáticas y 4 suspenden inglés y matemáticas.

a) Calcular la probabilidad de que, elegido un alumno de esta clase al azar, resulte que aprueba matemáticas y suspende inglés. (1,5 puntos)

b) En esta clase, ¿son independientes los sucesos "aprobar inglés" y "aprobar matemáticas"

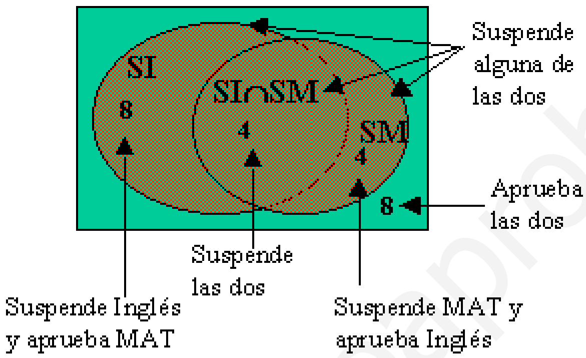
Solución:

Sean los sucesos:

AI = aprobar inglés; SI = suspender inglés.

AM = aprobar matemáticas; SM = suspender matemáticas.

El número de alumnos que aprueba o suspende cada asignatura viene dado en el siguiente diagrama de Venn.



Se tienen las siguientes probabilidades:

$$P(AI) = \frac{12}{24};\ \ P(SI) = \frac{12}{24};\ P(AM) = \frac{16}{24};\ P(SM) = \frac{8}{24};\ P(SI \cap SM) = \frac{4}{24}$$

Luego:

a) $P(SI \cap AM) = \frac{8}{24}$

b) AI y AM serían independientes si se cumple: $P(AI \cap AM) = P(AI) \cdot P(AM)$.

Como

$$P(AI \cap AM) = P(\text{Aprobar las dos}) = \frac{8}{24}$$

y

$$P(AI) \cdot P(AM) = \frac{12}{24} \cdot \frac{16}{24} = \frac{12 \cdot 2 \cdot 8}{24 \cdot 24} = \frac{8}{24}$$

los sucesos "aprobar inglés" y "aprobar matemáticas" son independientes.

16. Se lanzan un dado azul y tres rojos. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:
a) En todos los dados rojos se obtiene la misma puntuación que en el azul.
b) Al menos en uno de los rojos se obtiene la misma puntuación que en el azul.
c) Todas las puntuaciones obtenidas son pares o todas son múltiplos de 3.

Solución:
a) La puntuación del dado azul es indiferente; lo que se desea es que la de los dados rojos sea la misma. (Los casos favorables son: **1 111**, **2 222**, **3,333**, **4 444**, **5 555**, **6 666**.)

P(puntuación de dados rojos igual que azul) = $1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

b) P(al menos uno en uno de los rojos se obtiene la misma puntuación que en el azul.) =
= 1 – P(en ninguno de los rojos se obtiene la misma puntuación que en el azul) =
$= 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{91}{216}$

c) P(puntuaciones de los cuatro dados son pares) = $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{16}$

P(puntuaciones de los cuatro dados son 3) = $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{1296}$

El suceso “las cuatro puntuaciones son 6” (que es el otro múltiplo de 3) ya está contada en las puntuaciones pares. Por tanto:

P(puntuaciones pares o múltiplos de 3) = $\frac{1}{16} + \frac{1}{1296} = \frac{41}{648}$

17. Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es 1/6 y la de que no ocurra ninguno es 1/3. Determina las probabilidades p(A) y p(B).

Solución:

Se tiene la siguiente información: $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\dfrac{1}{6}$ y $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}\cup\mathrm{B}})=\dfrac{1}{3}$

Luego:

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=1-\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}\cup\mathrm{B}})=\frac{2}{3}$$, por ser complementarios, y

$$\mathrm{P}(\mathrm{A})\cdot\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{6}$$, por ser A y B independientes.

Por otra parte:

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$$

Por tanto: $\dfrac{2}{3}=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\dfrac{1}{6}\ \Rightarrow\ \mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})=\dfrac{5}{6}$

Se tiene el sistema:

$$\mathrm{P}(\mathrm{A})\cdot\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{6};\qquad \mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{5}{6}$$

Si P(A) = p y P(B) = q, queda: $\begin{cases} pq=1/6 \\ p+q=5/6 \end{cases}\ \Rightarrow\ p(5/6-p)=1/6$

$$\Rightarrow 6p^2-5p+1=0\ \Rightarrow\ p=1/2,\ \ p=1/3$$

Para $p=1/2\ \rightarrow\ q=1/3$; si $p=1/3\rightarrow q=1/2$

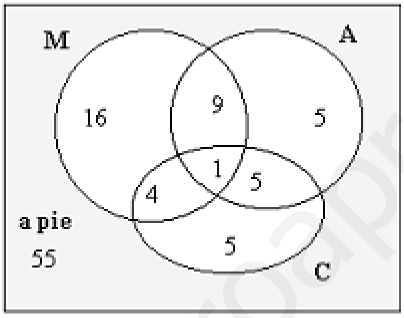
Por tanto, una solución es $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\dfrac{1}{2}$ y $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\dfrac{1}{3}$

18. Durante un año las personas de una ciudad utilizan tres tipos de transporte: metro (M), autobús (A) y coche particular (C). Las probabilidades de que durante un año hayan usado uno u otros transportes son las siguientes:

$P(M) = 0,3$, $P(A) = 0,2$, $P(C) = 0,15$, $P(M \cap A) = 0,1$,
$P(M \cap C) = 0,05$, $P(A \cap C) = 0,06$, $P(M \cap A \cap C) = 0,01$

Calcula las siguientes probabilidades:
a) Que una persona utilice algún medio de transporte.
b) Que una persona viaje en metro y no en autobús.
c) Que una persona viaje en metro o en coche pero no en autobús.
d) Que una persona vaya a pie.

Solución:
Confeccionamos el diagrama de Venn asociado a esta situación. Lo hacemos para 100 personas.



Con ayuda de este diagrama, mediante sumas y restas, se puede dar respuesta a las preguntas formuladas.

a) $P(M \cup A \cup C) = P(M) + P(A) + P(C) - P(M \cap A) - P(M \cap C) - P(A \cap C) + P(M \cap A \cap C)$
$= 0,30 + 0,20 + 0,15 - 0,1 - 0,05 - 0,06 + 0,01 = 0,45$

En el diagrama es la suma de todos los elemento que están dentro de M o A o C: 45

b) $P(M - A) = P(M) - P(M \cap A) = 0,30 - 0,10 = 0,20$

c) $P(M \cup C - A) = P(M \cup C) - P[(M \cup C) \cap A] =$
$= P(M) + P(C) - P(M \cap C) - [P(M \cap A) + P(C \cap A) - P(M \cap A \cap C)] =$
$= 0,30 + 0,15 - 0,05 - 0,10 - 0,06 + 0,01 = 0,25$

En el diagrama es la suma de los elementos de M o C menos los de A: 25.

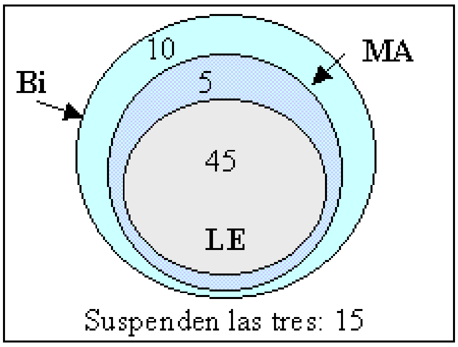
d) P(a pie) = 1 – P(cualquier medio de transporte) = 1 – 0,45 = 0,55.

19. En un centro de Secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban la Lengua. Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro, calcula la probabilidad de que:

1) suspenda esas tres asignaturas.
2) suspenda sólo una de ellas.

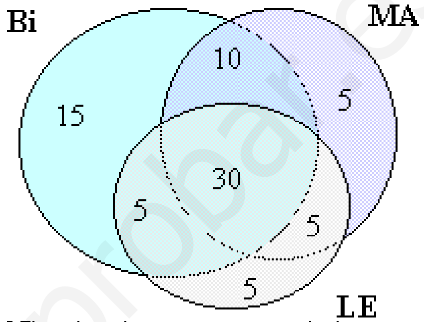
Solución:
No hay datos suficientes para contestar de manera unívoca. Por ejemplo, en el supuesto de que haya 75 alumnos, la situación puede ser cualquiera de los dos escenarios que se muestran a continuación.

Escenario A



Suspenden las tres: 15

Escenario B



Ningún alumno suspende las tres

En los dos casos:

de 75 alumnos, 60 aprueban la Biología: 4 de cada 5.
de 75 alumnos, 50 aprueban las Matemáticas: 2 de cada 3.
de 75 alumnos, 45 aprueban la Lengua: 3 de cada 5.

En el escenario A:

los 45 alumnos que aprueban la Lengua aprueban también las Matemáticas (hay 5 aprobados más); y los 50 alumnos que aprueban las Matemáticas también aprueban la Biología. Por tanto hay 15 alumnos que suspenden las tres asignaturas.
En este caso, la probabilidad de suspender las tres asignaturas es 15/75 = 0,2

En el escenario B:

hay 30 alumnos que aprueban las tres asignaturas; 10 alumnos aprueban Biología y Matemáticas; otros 5 alumnos aprueban Matemáticas y Lengua, y otros 5, Biología y Matemáticas. Los alumnos que aprueban sólo una asignatura son: 15, sólo Biología; 5, sólo Matemáticas; otros 5, sólo Lengua. No hay ningún alumno que suspenda las tres.
En este caso, la probabilidad de suspender las tres asignaturas es 0.

Dos de recuento

20. Un cliente compra en una tienda 6 productos distintos: 3 de alimentación y 3 de limpieza. ¿De cuántas maneras pueden aparecer los 6 productos en el ticket de compra? ¿Y si el cliente pasa primero por caja los 3 productos de alimentación y después los 3 de limpieza? (1 punto)

Solución:
Si $A1$, $A2$ y $A3$ son los productos de alimentación y $L4$, $L5$ y $L6$ los de limpieza:

- Los 6 productos pueden aparecer de permutaciones de 6 maneras distintas (de todas las posibles colocaciones de los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6).

  $P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

- Los productos alimenticios pueden aparecer de permutaciones de 3 maneras distintas (1, 2, 3; 1, 3, 2; 2, 1, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2; 3, 2, 1); igualmente, los productos de limpieza pueden aparecer de permutaciones de 3 maneras distintas. Por tanto, pueden aparecer de $P_3 \cdot P_3$ maneras distintas:

  $P_3 \cdot P_3 = 6 \cdot 6 = 36$

21. Los clientes de una tienda pueden elegir tres regalos distintos entre un surtido de siete. ¿Cuántas posibilidades de elección existen? ¿En cuántas de ellas está incluido un regalo determinado? (1 punto)

Solución:
- El orden de elección de los regalos no cambia la terna elegida. Por tanto, se trata de un problema de combinaciones.

Su número será: $C_{7,3} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$

- Si un regalo determinado es fijo, los otros dos se pueden elegir entre los seis restantes.

Su número será: $C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$